У. Бурҳонов, Ҷ. Шарифов

ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 8-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Нашри чорум

Вазорати маориф ва илми
Ҷумҳурии Тоҷикистон
тасдиқ кардааст

ДУШАНБЕ
МАОРИФ
2021

ТДУ (УДК) 514 (075)+373,167.1+371
ТКБ (ББК) 22.151Я72+74.262.21
Б-93

Б-93. Бурҳонов У, Шарифов Ҷ. **Геометрия**. Китоби дарсӣ барои синфи 8-ум. – Душанбе: Маориф, 2021. –112 саҳ.

Муҳаррири масъул: М. Абдукаримов

Хонандаи азиз!

Китоб манбаи донишу маърифат аст. Аз он баҳравар шавед ва онро тоза нигоҳ доред! Кӯшиш кунед, ки соли таҳсили оянда ҳам ин китоб ҳамин гуна зебову ороста дастраси хонандагони дигар гардад ва онҳо низ аз он истифода баранд.

Ҷадвали истифодаи китоб:

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли таҳсил	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				аввали сол	охири сол

ISBN 978 99947-1-665-4

ФАСЛИ 1

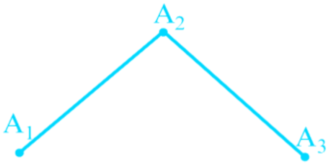
ЧОРКУНҶАҲО

1. Хатти шикаста

1. Мафҳуми хатти шикаста

Дар ҳамворӣ n-то нуқтаҳои $A_{1,}$ $A_{2,}$ $A_{3,}$ $A_{4,}$ ..., $A_{n-1,}$ A_n-ро тарзе мегузорем, ки ҳеҷ яке аз се нуқтаи пайдарпайи он дар як хатти рост нахобад. Агар ин нуқтаҳоро ба воситаи порчаҳои $A_1A_{2,}$ $A_2A_{3,}$ $A_3A_{4,}$ ..., $A_{n-1}A_n$ пайваст намоем, шакли геометрие ҳосил мешавад, ки хатти шикаста ном дорад. Дар ин ҳолат нуқтаҳои $A_{1,}$ $A_{2,}$ $A_{3,}$ $A_{4,}$ ..., $A_{n-1,}$ A_n қуллаҳо ва порчаҳои $A_1A_{2,}$ $A_2A_{3,}$ $A_3A_{4,}$ ..., $A_{n-1}A_n$ қисмҳои хатти шикаста буда, нуқтаи A_1 ибтидо ва нуқтаи A_n интиҳои хатти шикаста мебошад.

Мисол. 1. Агар n=3 бошад, қуллаҳои хатти шикаста нуқтаҳои $A_{1,}$ $A_{2,}$ A_3 ва ду порчаи $A_1A_{2,}$ A_2A_3 қисмҳои он мебошанд (расми 1).



Расми 1.

Расми 2.

2. Агар n=4 бошад (расми 2), нуқтаҳои $A_{1,}$ $A_{2,}$ $A_{3,}$ A_4 қуллаҳо ва порчаҳои $A_1A_{2,}$ $A_2A_{3,}$ A_3A_4 қисмҳои хатти шикаста ҳисоб мешаванд.

3. Агар n=5 бошад (расми 3), нуқтаҳои $A_{1,}$ $A_{2,}$ $A_{3,}$ $A_{4,}$ A_5 қуллаҳои ин хатти шикаста, порчаҳои $A_1A_{2,}$ $A_2A_{3,}$ $A_3A_{4,}$ A_4A_5 бошад, қисмҳои он ҳисоб мешаванд.

Расми 3.

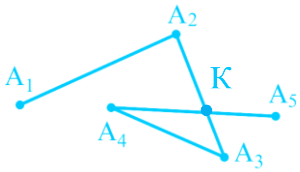
Аз ин се мисол маълум гардид, ки шумораи қисмҳо аз шумораи қуллаҳо якто кам мебошад.

Агар қуллаҳо n-то бошанд, қисмҳо (n-1)-то мешаванд.

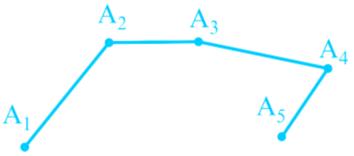
Супориш. Шумо хатҳои шикастаи дорои 6, 7 ва 8 қулларо сохта, қисмҳояшонро номбар кунед.

2. Намудҳои хатти шикаста

Ба расмҳо нигаред. Ду намуди хатти шикастаро мебинед.



Расми 4.



Расми 5.

Ин ду хатти шикаста ҳар яке 5 қулла ва 4 қисм доранд. Фарқ дар он аст, ки дар хатти шикастаи расми 4 қисмҳои A_2A_3 ва A_4A_5 ҳамдигарро дар ягон нуқтаи К мебуранд. Ин нуқта нуқтаи дохилии умумии қисмҳо мебошад. Чунин хатти шикаста ғайрисода аст.

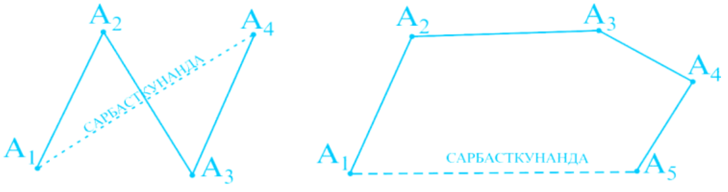
Дар хатти шикастаи расми 5 қисмҳои дорои нуқтаи дохилии умумӣ мавҷуд нест. Ин хел хатти шикастаро хатти шикастаи сода меноманд.

Таъриф. *Хатти шикастае, ки қисмҳои он дорои нуқтаи дохилии умумӣ намебошанд, хатти шикастаи сода номида мешавад.*

Супориш. Шумо хатти шикастаи сода ва ғайрисодае созед, ки дорои 5 қисм бошад.

3. Хатти шикастаи сарбаста

Таъриф. *Хатти шикастае, ки ибтидо ва интиҳояш бо порча пайваст шудааст, хатти шикастаи сарбаста номида мешавад.* Порчае, ки нӯгҳои хатти шикастаро пайваст мекунад, сарбасткунандаи хатти шикаста мебошад.



а) б)

Расми 6.

Дар расми 6 (а, б) порчаҳои A_1A_4 ва A_1A_5 сарбасткунандаҳо буда, худи хатҳои шикаста сарбастаанд.

4. Дарозии хатти шикаста

Таъриф. *Суммаи дарозиҳои қисмҳои хатти шикастаро дарозии хатти шикаста меноманд:*

$\ell = A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + \ldots + A_{n-1}A_n.$

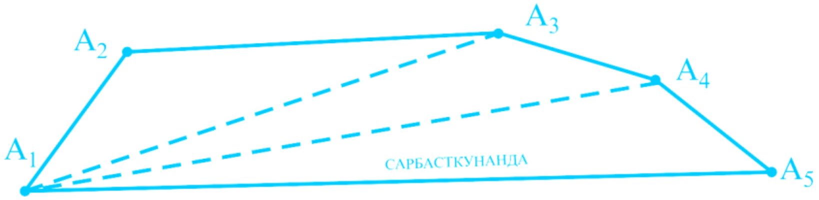
Мисол. Агар хатти шикаста дорои қисмҳои дарозиашон 4 см, 5 см, 6 см ва 2 см бошад, дарозии хатти шикастаро ёбед.

Ҳал. ℓ=4 см + 6 см + 5 см + 2 см = 17 см; ℓ=17 см.

Теорема. *Дарозии хатти шикаста аз дарозии порчаи сарбасткунандааш калон аст:*

$A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + \ldots + A_{n-1}A_n > A_1A_n.$

Исбот. Мо ин теоремаро барои хатти шикастаи чорқисма исбот мекунем. Ба расми 7 нигаред. Хатти шикастаи $A_1A_2A_3A_4A_5$ дорои 4 қисм ва сарбасткунандаи A_1A_5 мебошад.



Расми 7.

Ибтидои хатти шикаста нуқтаи A_1–ро бо қуллаҳои дигар пайваст карда, секунҷаҳо ҳосил мекунем. Нобаробарии секунҷаро ба хотир оварда, онро барои секунҷаҳои дар расм тасвиршуда татбиқ мекунем:

1) $A_1A_2A_3;\ A_1A_2 + A_2A_3 > A_1A_3;$

2) $A_1A_3A_4;\ A_1A_3 + A_3A_4 > A_1A_4;$

3) $A_1A_4A_5;\ A_1A_4 + A_4A_5 > A_1A_5.$

Аз ин се нобаробарӣ ҳосил мекунем:

$$A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + A_1A_4 + A_4A_5 = (A_1A_2 + A_2A_3) + A_3A_4 + A_4A_5 > A_1A_3 + A_3A_4 + A_4A_5 > (A_1A_3 + A_3A_4) + A_4A_5 > A_1A_4 + A_4A_5 > A_1A_5.$$

Аз ин ҷо: $A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + A_4A_5 > A_1A_5.$

Хулоса. *Хатҳои шикастаи сарбаста сода ва ғайрисода мешаванд. Хатти шикастаи сарбастае, ки қисмҳояш нуқтаи дохилии умумӣ надоранд, хатти шикастаи сарбастаи сода ном дорад.*

Дар расми 7 хатти шикастаи сарбастаи сода тасвир ёфтааст.

Супориш. Теоремаро барои мавридҳои хатҳои шикастаи дорои се ва панҷ қисм исбот кунед.

Масъалаҳо

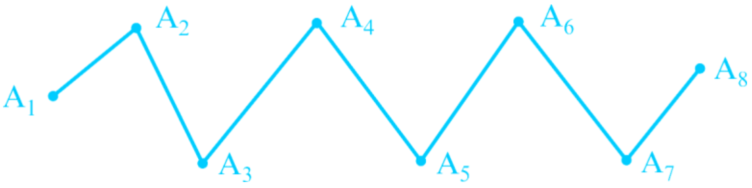
1. Оё хатти шикастаи дорои ду қулла мавҷуд ҳаст?

2. Хатти шикастаи дорои а) 6 қулла, б) 10 қулла, в) 50 қулла, г) 100 қулла чанд қисм дорад?

3. Хатти шикастаи содаеро тасвир кунед, ки 8 қисм дошта бошад.

4. Дарозии хатти шикастаи 5-қисма 100 см аст. Агар қисмҳо ҳамчун 2:3:4:5:6 нисбат дошта бошанд, дарозии ҳар як қисмро ёбед.

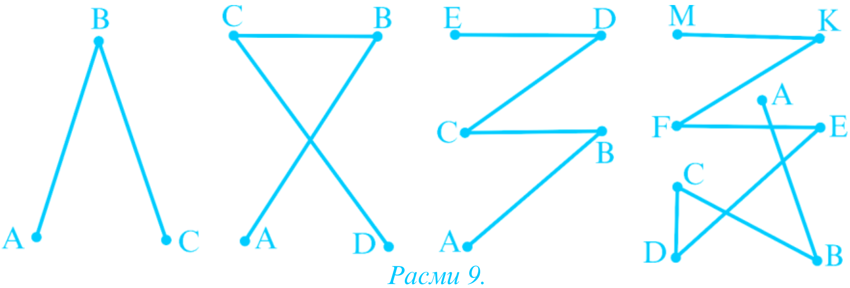
5. Дар расми 8 хатти шикастае тасвир ёфтааст. Агар сарбасткунандаи онро созем, чанд секунҷа ҳосил мешавад?



Расми 8.

6. Кадоме аз хатҳои шикастаи расми 9 содаанд.

7. Хатти шикастаи сарбастаеро созед, ки дорои қисмҳои 5 см, 6 см, 7см, 8 см ва порчаи сарбасткунанда бошад. Оё сарбасткунанда дарозии: а) 24 см; б) 30 см; в) 2 см; г) 10 см; д) 25,9 см; е) 26,1 см дошта метавонад?



Расми 9.

8. Давраро ба шаш қисми баробар тақсим кунед. Аз нуқтаҳои тақсимот: а) хатти шикастаи сарбастаи сода: б) хатти шикастаи сарбастаи ғайрисода созед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед.

1. Хатти шикаста аз хатти мавҷнок чӣ фарқ дорад?

2. Фарқи байни хатти шикастаи сода аз хатти шикастаи ғайрисода дар чист?

3. Оид ба хатти шикастаи сода аз ҳаёт мисолҳо оред ва онҳоро тасвир кунед.

4. Хатти шикастаро бо фаҳмиши худ таъриф кунед.

5. Хатти шикастаи сода ва хатти шикастаи ғайрисодаро таъриф кунед.

6. Хатти шикастаи сарбастаро таъриф карда, онро дар шаклҳои гуногун тасвир кунед.

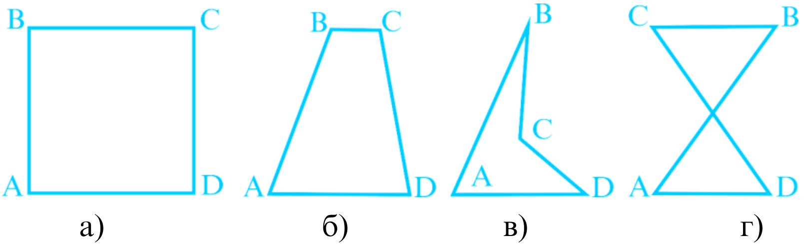
7. Хатҳои шикастаи гуногун тасвир намуда, дарозии онҳоро ҳисоб кунед.

8. Хатҳои сарбаст чанд навъ мешаванд? Онҳоро шарҳ диҳед.

2. Чоркунҷа

1. Таърифи чоркунҷа

Таъриф. *Хатти шикастаи сарбастаи содаи дорои чор қисмро чоркунҷа меноманд.*

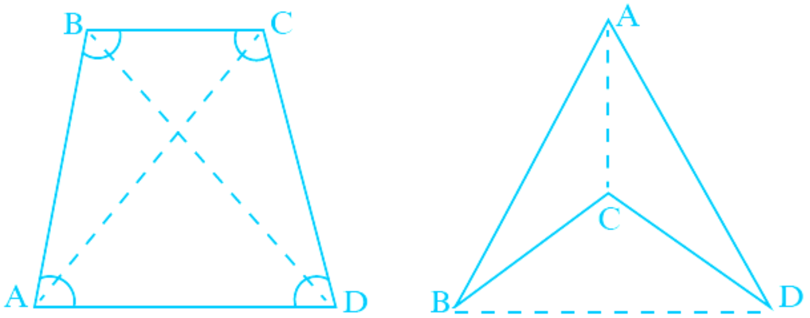


Расми 10.

Дар расми 10 чор хатти шикастаи сарбастаи 4-қисма тасвир ёфтаанд. Аз онҳо расмҳои а, б, в чоркунҷаҳо мебошанд, чунки ҳар кадомашон хатҳои шикастаи сарбастаи содаанд.

Хатти шикастаи сарбастаи расми 10 (г) чоркунҷа намебошад, чунки он сода нест.

Дар расми 11 (а, б) нуқтаҳои *A, B, C, D* қуллаҳои чоркунҷа буда, порчаҳои *AB, BC, CD* ва *AD*-тарафҳои чоркунҷа, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ кунҷҳои чоркунҷа мебошанд. Тарафҳои *AB* ва *BC*, яъне тарафҳое, ки аз як қулла мебароянд,



а) б)

Расми 11.

тарафҳои ҳамсоя мебошанд. Тарафҳои *AD* ва *BC,* яъне тарафҳое, ки нуқтаи умумӣ надоранд, тарафҳои муқобил ном доранд.

$\angle A$ ва $\angle C$ $\angle B$ ва $\angle D$ кунҷҳои муқобил, $\angle A$ ва $\angle B$, $\angle B$ ва $\angle C$, $\angle C$ ва $\angle D$, $\angle A$ ва $\angle D$ кунҷҳои ба як тараф часпида мебошанд.

Таъриф. *Порчае, ки ду қуллаи муқобили чоркунҷаро пайваст мекунад, диагонали чоркунҷа номида мешавад.*

Дар расми 11а) порчаҳои *AC* ва *BD* (хатҳои рах-рах) диагоналҳо мебошанд. Чоркунҷа ду диагонал дорад. Дар чоркунҷа диагоналҳо метавонанд ҳамдигарро буранд ва метавонанд набуранд.

Супоришҳо

1) Исбот кунед, ки дар чоркунҷаи *ABCD:* а) $AB+BC+CD>AD$; б) $AB+BC>AC$ мебошад.

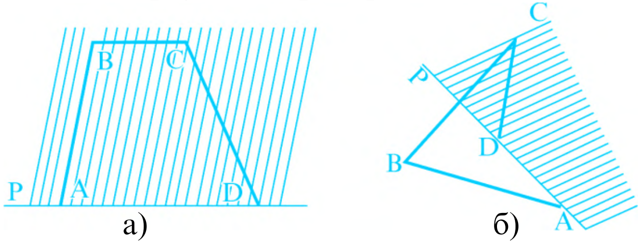
2) Исбот кунед, ки дар чоркунҷаи *ABCD,* ки диагоналҳояш ҳамдигарро мебуранд, $AB+BC+CD+AD$ $AC+BD$ мебошад.

Таъриф. *Дар чоркунҷа суммаи дарозии тарафҳоро периметр меноманд*: $P=AB+BC+CD+AD$.

2.Чоркунҷаи барҷаста

Ба расми 12 (а, б) нигаред. Дар он ду чоркунҷа тасвир ёфтааст. Дар расми 12 а) тарафи *AD*-ро ба хатти рост табдил медиҳем. Чоркунҷа нисбат ба хатти рости *AD* дар як нимҳамворӣ ҷойгир мешавад. Ин хел чоркунҷа барҷаста аст.

Дар расми 12 б) чоркунҷа ба ду қисм ҷудо шуд, ки онҳо нисбат ба хатти рости AD дар нимҳамвориҳои гуногун мехобанд. Ин чоркунҷа ғайрибарҷаста мебошад.



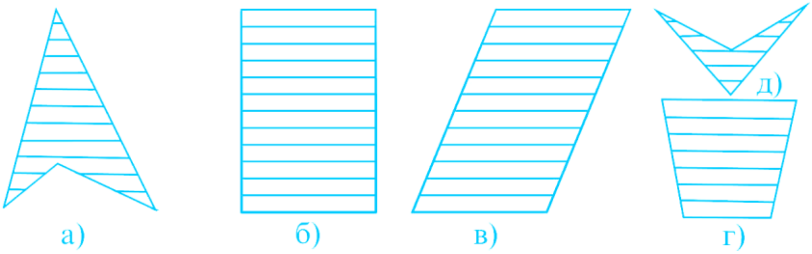
а) Барҷаста

б) Ғайри барҷаста

Расми 12.

Таъриф. *Чоркунҷае, ки нисбат ба хатти рости аз тарафи дилхоҳаш гузаронидашуда дар як нимҳамворӣ мехобад, чоркунҷаи барҷаста номида мешавад.*

Супоришҳо: 1) Кадоме аз чоркунҷаҳои расми 13 барҷаста мебошад?



Расми13.

2) Аз чор нуқтаи A, B, C, D чанд чоркунҷа сохтан мумкин аст, агар: а) ҳарфҳоро бо тартиби гуногун гузорем; б) ҷойи нуқтаҳоро тағйир надиҳем?

(Ҷавоб: 24-то)

3. Суммаи кунҷҳои дохилии чоркунҷаи барҷаста

Теорема. *Суммаи кунҷҳои дохилии чоркунҷаи барҷаста ба 360° баробар аст.*

Маълум: $ABCD$-чоркунҷа.

Матлуб: $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$.

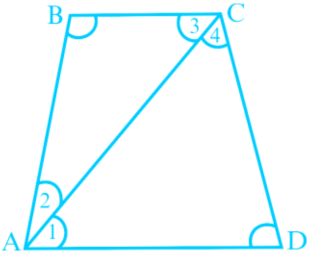
Исбот. Ба расми 14 нигаред.

Дар ΔABC: $\angle 2+\angle B+\angle 3=180°$.

Дар ΔACD: $\angle 1+\angle 4+\angle D=180°$.

Пас, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=(\angle 1+\angle 2)+\angle B+(\angle 3+\angle 4)+$ $+\angle D=(\angle 2+\angle B+\angle 3)+(\angle 1+\angle 4+\angle D)=180°+180°=360°$.

Аз ин ҷо: $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$.



Расми 14.

Масъала. Дар чоркунҷа $\angle A$ аз $\angle$ B $40°$ хурд буда, аз $\angle D$, $60°$ калон аст. Агар $\angle C$ аз кунҷи A,1– маротиба калон бошад, кунҷҳои чоркунҷаи $ABCD$-ро ёбед.

Маълум: $ABCD$- чоркунҷа, $\angle A=x$, $B=x+40°$, $\angle C=1-x$, $D=x-60°$.

Матлуб: $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$.

Ҳал. Мувофиқи теорема ҳосил мекунем:

$x-\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$, $x+(x+40°)+1-x+(x-60°)=360°$,

$3x-20°+-x=360°$, $19x=380°\cdot 4$, $x=80°$.

Аз ин ҷо: $\angle A=80°$, $\angle B=80°+40°=120°$,

$C=1-\cdot 80°=140°$, $\angle D=80°-60°=20°$.

Ҷавоб: 80°, 120°, 140°, 20°.

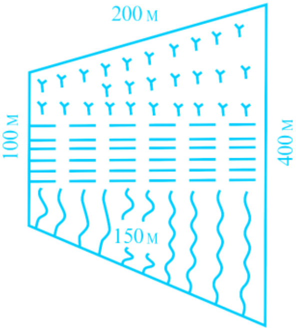
Таъриф. *Кунҷе, ки ба кунҷи дохилии чоркунҷа ҳамсоя аст, кунҷи берунии чоркунҷа номида мешавад.*

Супориш. Исбот кунед, ки суммаи кунҷҳои берунии чоркунҷа, ки дар назди ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.

Масъалаҳо

1. Диагонали AC чоркунҷаи $ABCD$-ро ба ду секунҷа ҷудо мекунад. Агар периметри секунҷаи ABC ба 9 см; периметри секунҷаи ACD ба 45 см ва периметри чоркунҷа ба 40 см баробар бошад, дарозии диагонали AC-ро ёбед. (Ҷавоб: 7 см)

2. Чоркунҷа тарафҳои баробар дошта, периметраш ба 60 см баробар аст. Дарозии тарафи чоркунҷаро ёбед.



Расми 15.

3. Периметри чоркунҷа ба 8 м баробар буда, тарафҳояш ба ададҳои 2, 3, 4, 7 мутаносибанд. Тарафҳои чоркунҷаро ёбед.

(Ҷавоб: 1 м; 1,5 м; 2 м; 3,5 м).

4. Дар чоркунҷа $\angle A : \angle B = 2:3$ буда, $\angle C + \angle D = 150°$ мебошад. Кунҷҳои **А** ва B-и чоркунҷаи $ABCD$-ро ёбед.

(Ҷавоб: 84°, 126°).

5. Периметри қитъаи замини дар расми 15 тасвиршударо ёбед.

6. Сатҳи миз шакли чоркунҷаеро дорад, ки ҳамаи кунҷҳояш баробаранд. Ҳар як кунҷи миз чанд градус аст?

7. Кунҷҳои берунии чоркунҷа, ки дар назди ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, мувофиқан ба 120°, 100°, 60° ва 80° баробар мебошанд. Кунҷҳои дарунии чоркунҷаро ёбед.

8. Чоркунҷае кашед, ки диагоналҳояш нуқтаи дохилии умумӣ надошта бошанд.

9. Чоркунҷае кашед, ки ду кунҷи рост дошта бошад. Ин гуна чоркунҷа чанд кунҷи кунд дошта метавонад?

10. Оё чоркунҷа: а) се кунҷи кунд; б) ду кунҷи кунд; в) се кунҷи росту як кунҷи кунд; г) се кунҷи росту як кунҷи тез дошта метавонад?

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед.

1.Чоркунҷаро бо тарзҳои гуногун шаҳр диҳед.

2. Аз муҳит оид ба чоркунҷаҳо мисолҳо оред.

3. Чоркунҷаи барҷаста аз ғайрибарҷаста чӣ фарқ дорад?

4. Чоркунҷаҳои гуногун тасвир карда, онҳоро шарҳ диҳед.

5. Чоркунҷаҳои барҷаста чанд намуд мешаванд?

3. Параллелограмм

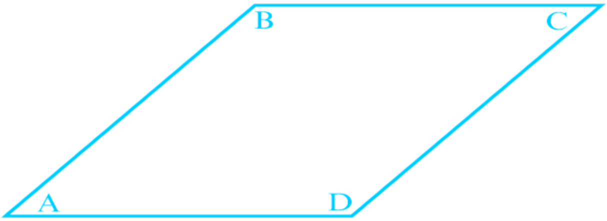
1. Аломатҳои параллелограмм

Ба расми 16 нигаред. Шумо чоркунҷаи $ABCD$-ро мебинед, ки дар он $AD \| BC$ ва $AB \| DC$ мебошад. Тарафҳои AD ва BC, AB ва DC тарафҳои муқобили чоркунҷа мебошанд.

Таъриф. *Чоркунҷае, ки тарафҳои муқобилаш ҷуфт-ҷуфт параллеланд, параллелограмм номида мешавад.*

Чӣ гуна чоркунҷаҳо параллелограмм шуда метавонанд?

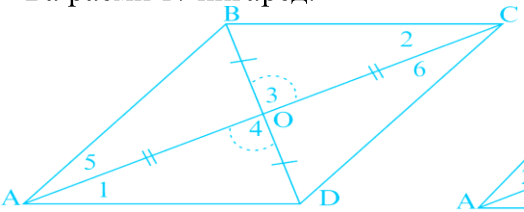
Ба ин савол ду аломати зерин ҷавоб медиҳад.



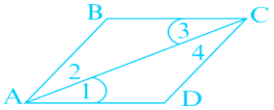
Расми 16.

Аломати 1. Агар диагоналҳои чоркунҷа ҳамдигарро бурида, дар нуқтаи буриш ба ду ҳиссаи баробар тақсим шаванд, ин гуна чоркунҷа параллелограмм аст.

Ба расми 17 нигаред.



Расми 17.



Расми 18.

Маълум: $ABCD$ – чоркунҷа, AC ва BD ҳамдигарро дар нуқтаи O мебуранд.

$OA=OC$ ва $OB=OD$.

Матлуб: $ABCD$ – параллелограмм.

Исбот. 1) $OA=OC$, $OB=OD$, $\angle 3=\angle 4$, пас $\Delta AOD=$ $=\Delta COB$ мебошад, зеро аломати якуми баробарии секунҷаҳо ҷой дорад. Аз дурустии $\Delta AOD=\Delta COB$ бармеояд, ки $\angle 1=\angle 2$ аст. $\angle 1$ ва $\angle 2$ кунҷҳи чилликиянд, аз ин рӯ $AD||BC$ мебошад.

2) Айнан $\Delta AOB=\Delta COD$ буда, $\angle 5=\angle 6$ ва $AB||DC$. Ҳамин тариқ, $AD||BC$ ва $AB||DC$. Яъне $ABCD$ параллелограмм мебошад.

Аломати 2. Агар дар чоркунҷа ду тарафи муқобил параллел ва баробар бошад, ин гуна чоркунҷа параллелограмм аст.

Ба расми 18 нигаред.

Маълум: *ABCD* – чоркунҷа, $AD||BC$ ва $AD=BC$.
Матлуб: *ABCD* – параллелограмм.

Исбот. Аз дурустии $AD||BC$ бармеояд, ки $\angle 1=\angle 3$ мебошад. $CA=AC$, $CB=AD$ ва $\angle 3=\angle 1$, он гоҳ $\Delta ACB=\Delta CAD$ буда, $\angle 2=\angle 4$ аст. Аз дурустии $\angle 2=\angle 4$ бармеояд, ки $AB||CD$ мебошад.

Ҳамин тариқ, $AB||CD$ ва $AD||BC$ буда, *ABCD* параллелограмм аст.

2. Хосиятҳои параллелограмм

1. Параллелограмм чоркунҷаи барҷаста аст.

2. Диагоналҳои параллелограмм дар як нуқта бурида шуда, дар он нуқта ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд.

3. Тарафҳои муқобилхобидаи параллелограмм баробаранд (расми 18): $AD=BC$ ва $AB=DC$.

4. Кунҷҳои муқобилхобидаи параллелограмм баробаранд (расми 18): $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$.

5. Суммаи кунҷҳои дохилии параллелограмм ба 360° баробар аст. (расми 18): $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$.

6. Дар параллелограмм суммаи кунҷҳои ба як тараф часпида ба 180° баробар аст. Дар расми 18 $\angle A+\angle B=\angle B+\angle C=\angle C+\angle D=\angle A+\angle D=180°$.

7. Диагонали параллелограмм онро ба ду секунҷаи баробар ҷудо мекунад. Дар расми 18 $\Delta ABC=\Delta CDA$.

8. Диагоналҳои параллелограмм дар нуқтаи буриш онро ба чор секунҷа ҷудо мекунанд. Дар расми 17 $\Delta AOD=\Delta COB$, $\Delta AOB=\Delta COD$.

Ҳар як хосияти параллелограммро ҳамчун теорема исбот кардан мумкин аст. Қисми ин хосиятҳоро мо аллакай исбот кардем. Қисми дигарашонро мустақилона исбот кунед.

Суммаи тарафҳои параллелограмм периметри он мебошад.

Ба расми 19 нигаред.

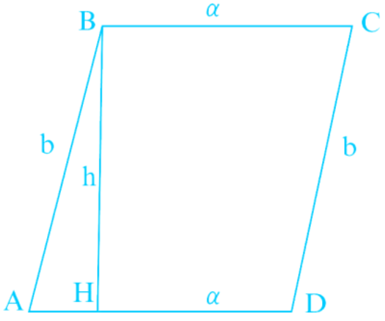
$AD=BC=a$, $AB=DC=b$

$P=AD+AB+BC+CD=a+b+a+b=2\cdot(a+b)$; $P=2\cdot(a+b)$.

Ин формулаи периметри параллелограмм аст.

Таъриф. *Порчае, ки аз қулла ба тарафи параллелограмм перпендикуляр фароварда шудааст, баландии параллелограмм ном дорад.*

Дар расми 19 $BH = h$ баландӣ ва порчаи $AD=a$ асоси параллелограмм мебошад.



Расми19.

Масъалаҳо

1. Дар параллелограмм суммаи ду кунҷ ба 120° баробар аст. Кунҷҳои параллелограммро ёбед.

Ба расми 19 нигаред.

Маълум: $ABCD$–параллелограмм, $\angle A+\angle C=120°$.

Матлуб: $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$.

Ҳал. Аз дурустии $\angle A=\angle C$ бармеояд, ки $2\cdot\angle A=120°$, $\angle A=\angle C=60°$.

Аз $\angle A+\angle B=180°$ бармеояд, ки $\angle B=\angle D=180°-\angle A=180°-60°=120°$.

Ҷавоб: 60°, 120°, 60°, 120°.

2. Агар дар параллелограмм суммаи ду кунҷ ба:

а) 140°, б) 220°, в) 300°, г) 200° баробар бошад, ҳар як кунҷашро ёбед.

3. Дар параллелограмм суммаи се кунҷ ба 260° баробар аст. Кунҷҳои параллелограммро ёбед.

4. Ду тарафи параллелограмм 5 см ва 6 см мебошанд. Периметри параллелограммро ёбед.

5. Як тарафи параллелограмм аз дигараш а) 10 см, б) ду маротиба калон буда, периметр 60 см аст. Тарафҳоро ёбед.

6. Биссектрисаи яке аз кунҷҳои параллелограмм тарафи онро ба ҳиссаҳои 10 см ва 8 см ҷудо мекунад. Периметри параллелограммро ёбед.

7. Дар параллелограмми $ABCD$ периметр 45 см буда, а) $AB:BC=7:8$, б) $AB=\frac{1}{4}\cdot BC$ мебошад. Тарафҳои параллелограммро ёбед.

8. Ҳамаи тарафҳои параллелограмм ба $\boldsymbol{a}$ баробаранд. Агар периметр 80 м бошад, a-ро ёбед.

9. Оё параллелограмм: а) ду кунҷи кунду ду кунҷи тез, б) се кунҷи кунду як кунҷи тез, в) як кунҷи кунду се кунҷи тез, г) чор кунҷи рост, ғ) ду кунҷи кунду ду кунҷи рост, д) се кунҷи росту як кунҷи тез дошта метавонад?

10. Тарафи хурди параллелограмм 6 см буда, биссектрисаҳои ба тарафи калон часпида дар нуқтае мебуранд, ки дар тарафи муқобил мехобад. Периметри параллелограммро ёбед.

11. Агар миёнаҷойи тарафҳои параллелограммро пайваст кунем, чоркунҷа ҳосил мешавад. Исбот кунед, ки ин чоркунҷа параллелограмм аст.

12. Параллелограммро аз рӯйи ду тараф ва кунҷи байни ин тарафҳо созед.

13. Параллелограммро аз рӯйи ду диагонал ва кунҷи байни онҳо созед.

14. Параллелограммро аз рӯйи ду тарафи ҳамсоя ва як диагонал созед.

15. Параллелограммро аз рӯйи як тараф ва ду диагонал созед.

16. Се қуллаи *A, B, C*-и параллелограммро гирифта, мавқеи қуллаи чорумро тағйир диҳед. Дар чунин ҳолат чанд параллелограмм сохтан мумкин аст?

17. Оё чоркунҷаи *ABCD* параллелограмм шуда метавонад, агар:

а) $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$;

б) $\angle A+\angle B=180°$; $\angle C+\angle D=180°$;

в) $\angle A+\angle C=120°$; $\angle B+\angle D=240°$;

г) $AB=5$ *см*, $BC=10$ *см*, $CD=8$ *см*, $AD=20$ *см*;

ғ) $AB=8$ *см*, $BC=20$ *см*, $CD=8$ *см*, $AD=20$ *см*;

д) $AC=AB+BC$, $AC<AD+DC$ бошад?

18. Як тарафи параллелограмм 13 м буда, диагонал ба тарафи дигар перпендикуляр аст. Агар кунҷҳои тези параллелограмм 30° бошад, ҳамон диагоналро ёбед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед.

1. Параллелограмро шарҳ дода, оид ба он аз муҳит мисол оред.
2. Параллелограмро дар шаклҳои гуногун тасвир кунед.
3. Хосиятҳои параллелограмро аз рӯйи расми мувофиқ нишон диҳед.

4. Вобаста ба периметри параллелограмм масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

4. Росткунҷа, ромб, квадрат

1. Росткунҷа

Сатҳи лавҳаи синф, фарши хона, деворҳо, сатҳи миз, вараҷи дафтар ва ғайра шакли параллелограмманд, ки ҳар кадоме дорои чор кунҷи рост аст. Ин гуна параллелограммҳо росткунҷаҳо мебошанд.

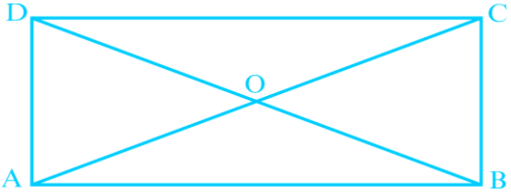
Дар расми 20 росткунҷаи *ABCD* тасвир ёфтааст.

Таъриф. *Параллелограмме, ки ҳамаи кунҷҳояш ростанд, росткунҷа номида мешавад.*

Ҳамаи хосиятҳои параллелограмм барои росткунҷа иҷро мешаванд. Ин хосиятҳоро барои росткунҷа баён месозем.

1. Росткунҷа чоркунҷаи барҷаста аст.

2. Диагоналҳои росткунҷа дар як нуқта бурида шуда, ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд.



Расми 20.

3. Суммаи кунҷҳои ба як тараф часпидаи росткунҷа ба 180° баробар аст.

4. Суммаи кунҷҳои дохилии росткунҷа ба 360° баробар аст.

5. Диагонали росткунҷа онро ба ду секунҷаи росткунҷаи баробар тақсим мекунад.

6. Ду диагонали росткунҷа онро ба чор секунҷа ҷудо мекунад.

7. Кунҷҳои муқобилхобидаи росткунҷа баробаранд.

Дар росткунҷа баъзе хосиятҳое иҷро мешаванд, ки онҳо ба дигар параллелограмҳо хос нестанд.

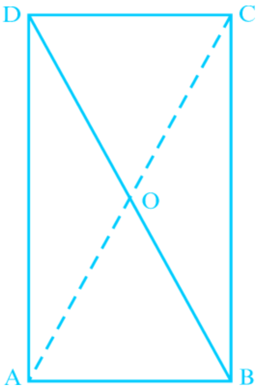
8. Ҳамаи кунҷҳои росткунҷа баробаранд.

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$.

9. Диагоналҳои росткунҷа баробаранд. Ба расми 20 нигаред.

Маълум: *ABCD* –росткунҷа.

Матлуб: $AC=BD$ –диагоналҳо.



Расми 21.

Исбот. Азбаски $AB=DC$, $\angle A=\angle C=90°$ ва $AD=BC$, пас $\Delta BAD=\Delta DCB$.

Аз ин ҷо: $AC=DB$.

Росткунҷаро аз дигар параллелограммҳо бо ду аломати зерин фарқ мекунанд.

Аломати 1. Агар дар параллелограмм яке аз кунҷҳо рост бошад, ин гуна параллелограмм росткунҷа аст.

Маълум: $\angle A=90°$, $ABCD$–параллелограмм.

Матлуб: $ABCD$ –росткунҷа (расми 21).

Исбот. Маълум, ки $\angle A=90°$ ва $\angle A+\angle B=180°$.

Он гоҳ $\angle B=90°$ мебошад.

Аз $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$ мебарояд, ки $ABCD$ росткунҷа мебошад.

Аломати 2. Параллелограмме, ки диагоналҳояш баробаранд, росткунҷа мебошад.

Маълум: $ABCD$ – параллелограмм ва $AC=BD$.

Матлуб: $ABCD$ – росткунҷа.

Исбот. Аз $AD=BC$, $DC=AB$ ва $DB=AC$ мебарояд, ки $\Delta ADB=\Delta BCA$ аст.

Азбаски $\Delta ADB=\Delta BCA$ мебошад, пас $\angle A=\angle B$ аст. Аз дурустии $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$ ва $\angle A=\angle B$ бармеоянд, ки $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\dfrac{360°}{4}=90°$ ва $ABCD$ росткунҷа аст.

Дар росткунҷа ду тарафи аз як қулла бароянда, яке бар ва дигаре дарозӣ ном доранд. Дар расми 21 $AD=a$ дарозӣ ва $AB=b$ бари росткунҷа мебошанд.

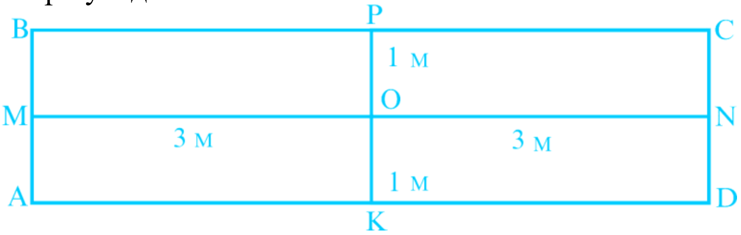
$P=2\cdot(a+b)$ формулаи периметри росткунҷа мебошад.

Супоришҳо: 1) Бар ва дарозии вараҷи дафтаратонро чен карда, периметрашро ёбед.

2) Бар ва дарозии фарши синфро чен карда, периметрашро ёбед.

3) Дарозии росткунҷа 10 м буда, периметраш 30 м аст. Бари росткунҷаро ёбед.

4) Дар расми 22 шумо чанд росткунҷа мебинед? Онҳоро номбар кунед.

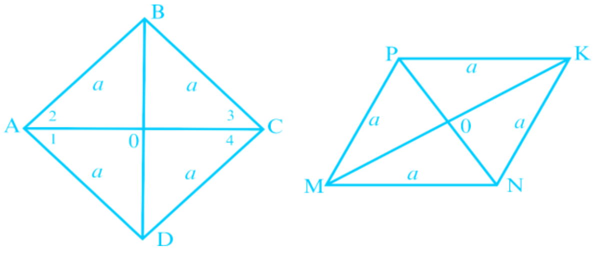


Расми 22.

5) Периметри росткунҷаҳои *MBCN, ABCD* ва *ABPK*-ро дар расми 22 ҳисоб кунед.

2. Ромб

Дар расми 23 (а, б) параллелограммҳое тасвир ёфтаанд, ки ҳамаи тарафҳояшон баробаранд.



а) *б)*

Расми 23.

Таъриф. *Параллелограмме, ки ҳамаи тарафҳояш баробаранд, ромб номида мешавад.*

Аз рӯйи таъриф гуфтан мумкин аст, ки ҳамаи хосиятҳои параллелограмм барои ромб ҷой доранд.

Кадом хосиятҳо фақат барои ромб иҷро мешаванд?

1) Диагоналҳои ромб перпендикуляранд.

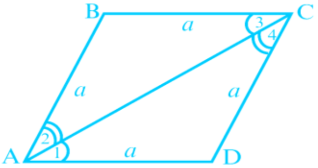
Маълум: *ABCD*–ромб.

Матлуб: $AC \perp BD$.

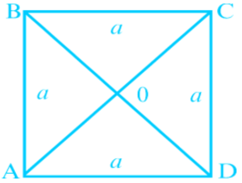
Исбот. Ба расми 23 (а) нигаред. Аз $AD=AB=a$ мебарояд, ки ΔDAB баробарпаҳлу аст. Аз баробарпаҳлу будани ΔDAB

бармеояд, ки порчаи OA медиана ва баландӣ аст. Аз ин ҷо $AO \perp BD$ ва $AC \perp BD$ мебошад.

2) Диагоналҳои ромб биссектрисаҳои кунҷҳои муқобилхобида мебошанд.



Расми 24.



Расми 25.

Маълум: $ABCD$–ромб, AC–диагонал.

Матлуб: AC – биссектрисаи $\angle A$ ва $\angle C$.

Исбот. Ба расми 24 нигаред. $AB=BC=a$, пас ΔABC баробарпаҳлу буда, $\angle 2=\angle 3$ аст. Аз дурустии $\angle 1=\angle 3$ ҳамчун кунҷҳои чилликӣ ва аз $\angle 2=\angle 3$ бармеояд, ки $\angle 1=\angle 2$ буда, AC биссектрисаи $\angle A$ аст.

Айнан $\angle 2=\angle 4$ ва $\angle 2=\angle 3$ буда, $\angle 3=\angle 4$ ва AC биссектрисаи $\angle \mathbf{C}$ мебошад.

3) Диагоналҳои ромб дар нуқтаи буриш ромбро ба чор секунҷаи росткунҷаи баробар ҷудо мекунанд.

Инак, ромбро аз дигар параллелограммҳо бо аломатҳои зерин фарқ кардан мумкин аст.

Аломати 1. Агар диагоналҳои параллелограмм перпендикуляр бошанд, чунин параллелограмм ромб аст.

Аломати 2. Агар диагоналҳои параллелограмм биссектрисаҳои кунҷи муқобил бошанд, вай ромб аст.

Периметри ромб $P=4a$ мебошад, агар $\boldsymbol{a}$ тарафаш бошад.

Масъалаҳо:

1. Аломати якуми ромбро исбот кунед.
2. Аломати дуюми ромбро исбот кунед.
3. Хосияти сеюми ромбро исбот кунед.
4. Агар як кунҷи ромб 30° бошад, кунҷи дигарашро ёбед.
5. Дарозии диагоналҳои ромб ба 8 м ва 6 м баробаранд. Периметри ромбро ёбед.
6. Тарафи ромб ба 10 см баробар аст, периметрашро ёбед.

7. Агар периметри ромб ба 56 м баробар бошад, тарафашро ёбед.

8. Исбот кунед, ки диагонали ромб ба тарафаш перпендикуляр шуда наметавонад.

3. Квадрат

Дар расми 25 росткунҷае тасвир ёфтааст, ки ҳамаи тарафҳояш баробаранд, яъне

$AB=BC=CD=AD=a$.

Таъриф. *Росткунҷае, ки ҳамаи тарафҳояш баробаранд, квадрат ном дорад.*

Квадрат аз ромб чӣ фарқ дорад?

Квадрат аз ромб бо он фарқ мекунад, ки ҳамаи кунҷҳояш ростанд ва диагоналҳояш баробаранд.

4. Хосиятҳои квадрат

1. Дар квадрат ҳамаи кунҷҳо ростанд: $\angle A=\angle B=\angle C = \angle D=90°$.

2. Диагоналҳои квадрат баробаранд: $AC=BD$.

3. Диагоналҳои квадрат перпендикуляранд: $AC\perp BD$.

4. Диагоналҳои квадрат якдигарро бурида, дар нуқтаи буриш ба ду қисми баробар тақсим мешаванд: $OA=OB=OC=OD$.

5. Диагоналҳои квадрат биссектрисаҳои кунҷи муқобиланд.

6. Диагоналҳои квадрат онро ба чор секунҷаи росткунҷаи баробарпаҳлу ҷудо мекунанд: $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta AOD$.

7. Периметри квадрат: $P=4a$ мебошад, ***a*** – тарафи квадрат.

8. Тарафҳои муқобили квадрат баробар ва параллеланд: $AB=DC,\ AB||DC$.

9. Диагоналҳои квадрат онро ба ду секунҷаи росткунҷаи баробарпаҳлу ҷудо мекунанд: $\Delta ABC=\Delta ADC,\ \Delta ABD=\Delta BCD$.

10. Суммаи кунҷҳои дарунии квадрат ба 360° баробар аст:
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$.

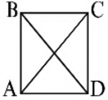
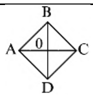
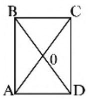
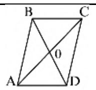
11. Дар квадрат суммаи ду кунҷи дарунӣ ба 180° баробар аст:
$\angle A+\angle B=180°;\ \angle B+\angle C=180°$.

12. Квадрат чоркунҷаи барҷаста аст.

Квадрат ҳам ромб, ҳам росткунҷа ва ҳам параллелограмм мебошад.

Супоришҳо

1) Ҷадвали зеринро пур кунед. Агар хосияти дар сутун омада барои расми номбурда иҷро шавад, «ҳа», агар иҷро нашавад «не» нависед.

Тартиб	Ном	Квадрат	Ромб	Росткунҷа	Паралле-лограмм
	Расмҳо Хосиятҳо				
1.	$AC=BD$				
2.	$AC\perp BD$				
3.	$AO=OC,\ OB=OD$				
4.	AC *бисс.*$\angle A$				
5.	$\Delta ABC=\Delta ADC$				
6.	$AO=CO=DO=BO$				
7.	$AB\|\|DC,\ AD\|\|BC$				
8.	$AB=BC=CD=AD$				
9.	$AB=DC,\ BC=AD$				
10.	$\angle A+\angle B=180°$				
11.	$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$				
12.	$\angle A=\angle C,\ \angle B=\angle D$				
13.	$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$				
14.	$P=4\cdot AB$				
15.	$P=2(AB+AD)$				
16.	$AB=AD$				
17.	$\angle A+\angle C=180°$				
18.	$\angle COD=90°$				

2) Квадратро ба воситаи ромб шарҳ диҳед.

Масъалаҳо

1. Масофаи байни ду қуллаи ҳамсояи параллелограмм то нуқтаи бурриши диагоналҳо 3 см ва 4 см мебошад. Суммаи дарозии диагоналҳои параллелограммро ёбед.

2. Нуқтаи бурриши диагоналҳои росткунҷа аз тарафи хурд 5 см ва аз тарафи калон 4 см дур аст. Периметри росткунҷаро ёбед.

3. Нуқтаи буриши диагоналҳои росткунҷа аз тарафи калон назар ба масофаи он аз тарафи хурд 3 маротиба кӯтоҳтар аст. Агар периметри росткунҷа 60 м бошад, тарафҳои онро ёбед.

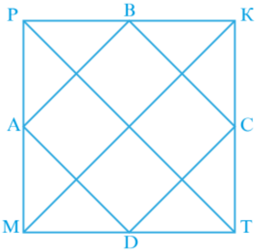
4. Дар секунҷаи росткунҷа ҳар як катет ба 6 см баробар мебошад. Дар ин секунҷа росткунҷае дарун кашида шудааст, ки бо секунҷа кунҷи умумӣ дорад. Периметри росткунҷаро ёбед.

5. Кунҷҳое, ки диагоналҳои ромб бо яке аз тарафҳо ташкил мекунанд, ҳамчун 4:5 нисбат доранд. Кунҷҳои ромбро ёбед.

6. Дар ромб яке аз диагоналҳо ба тараф баробар аст. Кунҷҳои ромбро ёбед.

7. Ромбро бо дода шудани як кунҷ ва диагонали аз ин кунҷ бароянда созед.

8. Ромбро бо дода шудани як диагонал ва кунҷи ба он муқобил созед.



Расми 26.

9. Ромбро бо дода шудани як тараф ва диагоналаш созед.

10. Ромбро бо дода шудани ду диагоналаш созед.

11. Квадрат будани росткунҷаеро, ки диагоналҳояш перпендикуляранд, исбот кунед.

12. Дар секунҷаи росткунҷаи кунҷи тезаш 45° квадрате дарун кашида шудааст, ки бо он кунҷи умумӣ дорад. Агар катети секунҷа 2 м бошад, периметри квадратро ёбед.

13. Диагонали квадрат 4 м мебошад. Тарафи ин квадрат диагонали квадрати дигар аст. Тарафи квадрати дуюмро ёбед.

14. Квадратро бо маълум будани тарафаш созед.

15. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои квадрат қуллаҳои параллелограмми дарункашида шудаанд.

16. Тарафҳои чоркунҷа ҳамчун 1:2:3:4 нисбат доранд. Агар периметри он ба 90 м баробар бошад, дарозии тарафҳоро ёбед.

17. Квадратро бо дода шудани диагоналаш созед.

18. Масофа аз нуқтаи буриши диагоналҳои квадрат то тарафаш 5 см аст. Периметри квадратро ёбед.

19. Аз рӯйи маълумоти расми 26 периметри чоркунҷаи *ABCD*-ро ёбед, агар *MPKT* квадрати тарафаш *a* ва нуқтаҳои A,B,C ва D миёнаҷойи тарафҳои мувофиқ бошанд.

20. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои параллелограмм қуллаҳои параллелограмми дарункашида мебошанд.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед.

1. Росткунҷаро таъриф дода, оид ба он аз муҳит мисол оред.

2. Росткунҷаро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.

3. Хосиятҳои росткунҷаро аз рӯи расми мувофиқ нишон диҳед.

4. Вобаста ба периметри росткунҷа масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

5. Ромбро шарҳ дода, оид ба он аз муҳит мисол оред.

6. Ромбро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.

7. Хосиятҳои ромбро аз рӯйи расми мувофиқ нишон диҳед.

8. Вобаста ба периметри ромб масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

9. Квадратро шарҳ дода, оид ба он аз муҳит мисол оред.

10. Квадратро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.

11. Хосиятҳои квадратро аз рӯйи расми мувофиқ нишон диҳед.

12. Вобаста ба периметри квадрат масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

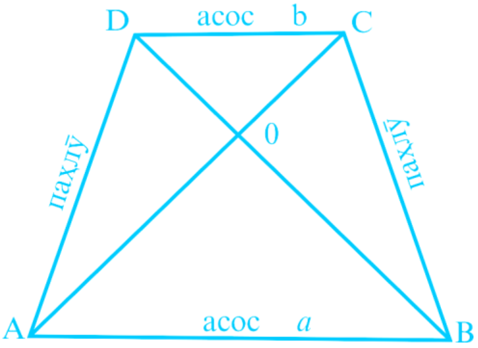
5. Трапетсия

1. Мафҳуми трапетсия

Дар расми 27 чоркунҷае тасвир ёфтааст. Дар ин чоркунҷа ду тарафи муқобил *AB* ва *DC* параллеланд, яъне $AB||DC$. Ду тарафи муқобили дигар *AD* ва *BC* параллел нестанд.

Таъриф. *Чоркунҷае, ки фақат ду тарафи муқобилаш параллеланд, трапетсия номида мешавад.*

Ҷойҳои масъалаҳои 15 ва 19-ро иваз кунед.



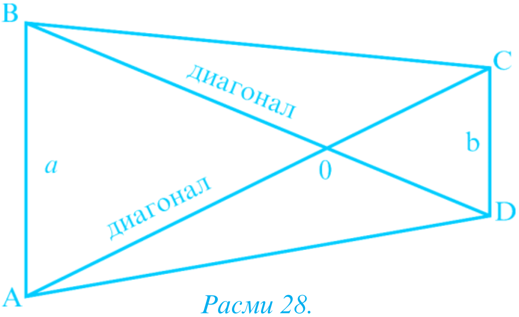
$AB \parallel DC$

$AD \nparallel BC$

Расми 27.

Дар трапетсия тарафҳои параллел (*AB* ва *DC*) асосҳо буда, тарафҳои нопараллелаш (*AD* ва *BC*) тарафҳои пахлуӣ ном доранд.

Трапетсия монанди дигар чоркунҷаҳо ду диагонал дорад (*AC* ва *BD* дар расми 28).



Расми 28.

Дар трапетсия диагоналҳо ҳамдигарро мебуранд, вале дар нуқтаи буриш ба ду ҳиссаи баробар тақсим намешаванд, яъне $OA \neq OC$ ва $OD \neq OB$.

2. Хосиятҳои трапетсия

1. Суммаи ду кунҷи ба тарафи пахлуӣ часпида 180° мебошад, яъне $\angle A+\angle D=\angle B+\angle C=180°$.

2. Трапетсия чоркунҷаи барҷаста аст.

3. Диагоналҳои трапетсия дар як нуқта ҳамдигарро мебуранд. Нуқтаи O – буриши AC ва DB.

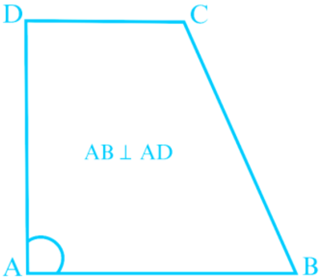
4. Суммаи кунҷҳои дохилии трапетсия 360° мебошад: $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$.

5. Периметри трапетсия бо формулаи зерин ҳисоб карда мешавад: $P=AB+BC+CD+AD$.

6. Диагонали трапетсия онро ба ду секунҷа тақсим мекунад. Секунҷаи ABC ва ACD (расми 28).

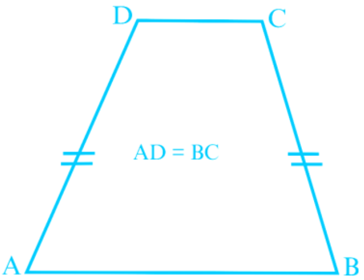
7. Диагоналҳои трапетсия дар нуқтаи буриш онро ба чор секунҷа ҷудо мекунанд: ΔAOD, ΔCOD, ΔBOC ***ва*** ΔAOB.

Агар ягон тарафи паҳлуии трапетсия ба ҳар ду асос перпендикуляр бошад, ин гуна трапетсияро трапетсияи росткунҷа меноманд. Дар расми 29 трапетсияи росткунҷа тасвир ёфтааст. Агар тарафҳои паҳлуии трапетсия баробар бошанд, онро трапетсияи баробарпаҳлу меноманд (расми 30).



Трапетсияи росткунҷа

Расми 29.



Трапетсияи баробарпаҳлу

Расми 30.

Масъалаҳо

1. Исбот кунед, ки дар трапетсияи росткунҷа яке аз кунҷҳо тез мебошад.

2. Исбот кунед, ки дар трапетсияи баробарпаҳлу диагоналҳо баробаранд.

3. Дар трапетсия кунҷҳои ба асос часпида а) 30°, 30°; б) 120°, 120°; в) α, α мебошанд. Исбот кунед, ки ин гуна тарпетсия баробарпаҳлу аст.

4. Дар трапетсия ду кунҷи ба асос часпида: а) 90° ва 30°; б) 90° ва 150°; в) α ва 90° мебошад. Намуди трапетсияро муайян намуда, кунҷҳояшро ёбед.

5. Дар трапетсия тарафҳо: а) 10 см, 5 см, 5 см, 5 см;

б) 20 см, 6 см, 10 см, 6 см; в) 40 м, 20 м, 8 м, 6 м мебошанд. Намуди трапетсияро муайян карда, периметрашро ёбед.

6. Агар тарафҳои чоркунҷа: а) 20 м, 5 м, 20 м, 5 м;

б) 20 м, 20 м, 20 м, 20 м; в) *а*, b, а, b; г) *а, а, а, а* бошанд, намудашро аниқ карда, периметрашро ёбед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед.

1. Трапетисияро шарҳ дода, оид ба он аз муҳит мисол оред.
2. Трапетсияро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
3. Хосиятҳои трапетсияро аз рӯйи расми мувофиқ нишон диҳед.
4. Вобаста ба периметри трапетсия масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

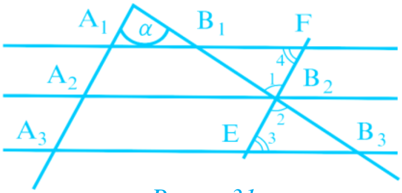
6. Баъзе теоремаҳои шоёни диққат

1. Теоремаи Фалес

Агар хатҳои рости параллел тарафҳои кунҷро бурида, дар яке аз онҳо порчаҳои баробарро ҷудо кунанд, он гоҳ дар тарафи дуюми кунҷ низ дар буриш порчаҳои баробар ҳосил мешаванд.

Маълум: кунҷи α , $A_1B_1||A_2B_2||A_3B_3,$ $A_1A_2=A_2A_3$.

Матлуб: $B_1B_2=B_2B_3$.



Расми 31.

Исбот. Дар расми 31 $EF||A_1A_3$ гузаронида шудааст.

1. Аз $A_1B_1||A_3B_3$ ва вертикалӣ будани $\angle 1$ ва $\angle 2$ бармеояд, ки $\angle 3=\angle 4$ ва $\angle 1=\angle 2$ мебошад.

2. Аз параллелограмм будани $A_1A_2B_2F$ бармеояд, ки $B_2F=A_1A_2$ ва $B_2E=A_2A_3$ мебошад.

3. Аз дурустии $\angle 4=\angle 3,$ $\angle 1=\angle 2$ ва $B_2F=B_2E$ бармеояд, ки $\Delta B_1B_2F=\Delta B_2B_3E$ мебошад.

4. $\Delta B_1B_2F=\Delta B_2B_3E$. Пас, $B_1B_2=B_2B_3$ аст.

Натиҷа. Теоремаи Фалес на танҳо барои тарафҳои кунҷ, балки барои ду хатти рости дилхоҳе, ки бо хатҳои рости параллел бурида мешаванд, дуруст аст.

2. Тақсими порча ба қисмҳои баробар

Масъала. Порчае дода шудааст, ки онро ба панҷ қисми баробар тақсим кунед.

Низоми ҳал:

1. Интихоби порчаи AB (расми 32).

2. Сохтани кунҷи $\angle CAB$-тез.

3. Интихоби порчаи воҳидии $AC_1=\ell$.

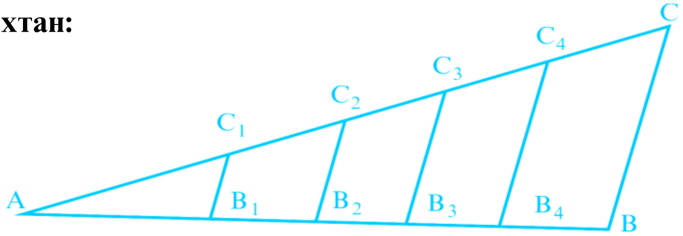
4. Сохтани порчаҳои $AC_1=C_1C_2=C_2C_3=C_3C_4=C_4C=\ell$ дар тарафи **AC**.

5. Пайваст кардани нуқтаҳои **B** ва **C**.

6. Сохтани $B_4C_4 \| BC$, $B_3C_3 \| B_4C_4$, $B_2C_2 \| B_3C_3$, $B_1C_1 \| B_2C_2$.

Матлуб: $AB_1=B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4=B_4B=\frac{AB}{5}$.

Сохтан:



Расми 32.

Супориш. Порчае дода шудааст. Онро а) ба 3; б) ба 4; в) ба 6; г) ба 8 қисми баробар тақсим намоед.

3. Хатти миёнаи секунҷа

Таъриф. *Порчае, ки миёнаҷойи ду тарафи секунҷаро мепайвандад, хатти миёнаи секунҷа ном дорад.*

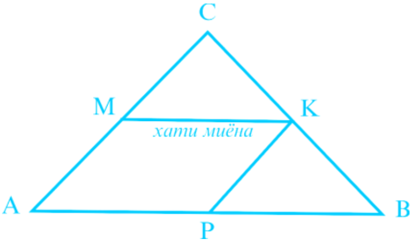
Дар расми 33 порчаи MK хатти миёнаи ΔABC мебошад.

Теорема. *Хатти миёнаи секунҷа ба тарафи сеюм параллел буда, ба нисфи он баробар аст.*

Маълум: MK– хатти миёнаи ΔABC, AB – тарафи сеюм.

Матлуб: $MK \| AB$ ва $MK=\frac{1}{2}.AB$.

Исбот. $CM=MA$ ва $CK=KB$ буда, дар тарафҳои $\angle C$ мехобанд. Мувофиқи теоремаи Фалес $MK \| AB$ аст.



$$AB = a$$

$$MK = \frac{a}{2}$$

Расми 33

Дар расми 33 порчаи KP хатти миёнаест, ки ба тарафи **AC** параллел мебошад, аз ин рӯ $KP \| AM$. Аз $MK \| AP$ ва $KP \| AM$ бармеояд, ки чоркунҷаи $AMKP$ параллелограм мебошад, аз ин ҷо $MK = AP$.

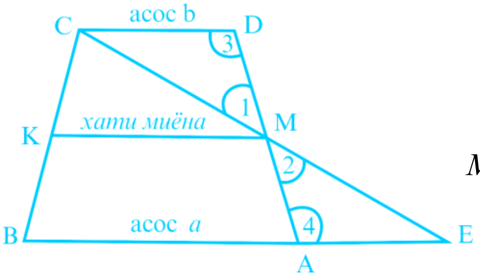
Азбаски $MK = AP$ ва $AP = PB$ аст, он гоҳ $MK = \frac{AB}{2}$.

Супориши 1. Периметри ΔABC ба 40 см баробар аст. Периметри секунҷаеро ёбед, ки қуллаҳояш миёнаҷойи тарафҳои секунҷа мебошад.

Супориши 2. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои чоркунҷаи ихтиёрӣ қуллаҳои параллелограмм мебошанд.

4. Хатти миёнаи трапетсия

Таъриф. *Порчае, ки миёнаҷойи ду тарафи паҳлуии трапетсияро мепайвандад, хатти миёнаи трапетсия номида мешавад.*



$$MK = \frac{a+b}{2}$$

Расми 34.

Дар расми 34 порчаи MK хатти миёнаи трапетсияи $ABCD$ мебошад.

Теорема. *Хатти миёнаи трапетсия ба асосҳо параллел буда, ба нисфи суммаи онҳо баробар аст.*

Маълум: $ABCD$ – трапетсия, МК – хатти миёна.

Матлуб: $MK \parallel AB$, $MK \parallel DC$ ва $MK = \frac{1}{2} \cdot (AB + CD)$.

Исбот. Дар расми 34 хатти рости CM хатти рости BA-ро дар нуқтаи **Е** мебурад.

1. Аз дурустии $DM=MA$, $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$ бармеояд, ки $\Delta AEM=\Delta DCM$ мебошад.

2. Аз $MC=ME$ ва $CK=KB$ бармеояд, ки МК хатти миёнаи ΔCBE буда, $MK \parallel AB$ ва $MK=\frac{BE}{2}$ мебошад.

3. Аз дурустии $MK \parallel EB$ ва $EB=AE+AB=DC+AB$ бармеояд, ки $MK \parallel AB$ ва $MK=\frac{EB}{2}=\frac{AB+DC}{2}$ ё $MK=\frac{a+b}{2}$.

Супориши 1. Агар дар трапетсия асосҳо ба а) 5 м ва 13 м; б) 7 м ва 9 м; в) 8,5 м ва 4,5 м; г) *a* ва *b* баробар бошанд, дарозии хатти миёнаро ёбед.

Супориши 2. Фарқи асосҳои трапетсия 8 м буда, хатти миёна ба 16 м баробар аст. Асосҳои трапетсияро ёбед.

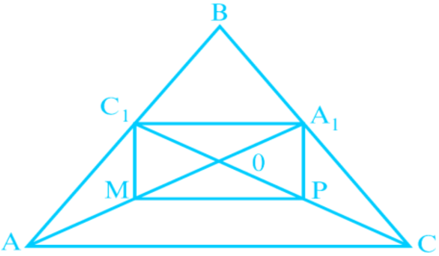
5. Хосияти медианаҳои секунча

Теорема. *Медианаҳои секунҷа дар нуқтаи буриш дар нисбати 2:1 аз қуллаи секунҷа сар карда тақсим мешаванд.*

Маълум: AA_1 ва BB_1 – медианаҳо, О – нуқтаи буриши онҳо.

Матлуб: $AO:OA_1=2:1;$ $CO:OC_1=2:1.$

Исбот. 1. Дар расми 35 порчаи C_1A_1 хатти миёнаи ΔABC буда, $C_1A_1 \parallel AC$ ва $C_1A_1=\frac{AC}{2}$.



Расми 35.

2. Дар ΔAOC, MP хатти миёна буда, $MP \parallel AC$ *ва* $MP=\frac{AC}{2}$.

3. Аз $C_1A_1 \parallel AC$ ва $MP \parallel AC$, $C_1A_1=MP=\frac{AC}{2}$ мебарояд, ки $C_1A_1=MP$ буда, A_1C_1MP параллелограмм аст.

4. Аз параллелограмми A_1C_1MP ва диагоналҳояш MA_1 ва C_1P бармеояд, ки $OM=OA_1$ ва $OP=OC_1$ мебошад.

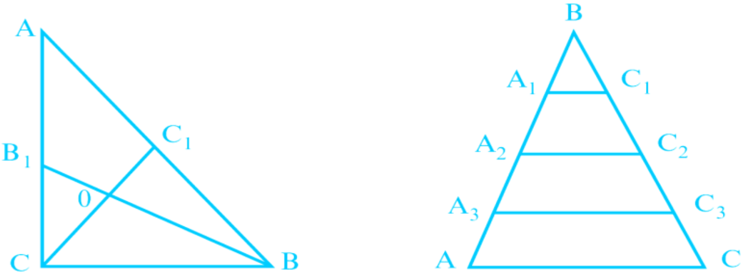
5. $OM=AM$, $OM=OA_1$ ва $OP=OC_1$, $OP=PC$. Пас, $AM=MO=OA_1$ ва $CP=PO=OC_1$.

6. $AM+MO+OA_1=AA_1$ ва $CP+PO+OC_1=CC_1$. Бинобар ин, $AM=MO=OA_1=\frac{1}{3}\cdot AA_1$, $AO=\frac{2}{3}\cdot AA_1$ ва $CP=OP=OC_1=\frac{1}{3}$, $CO=\frac{2}{3}CC_1$.

7. $AO: OA_1=\frac{2}{3}\cdot AA_1: \frac{1}{3}AA_1=2:1$; $CO:OC_1=\frac{2}{3}\cdot CC_1: \frac{1}{3}\cdot CC_1=2:1$.

Супориши 1. Медианаи секунҷаи ABC ба 30 см баробар аст. Нуқтаи буриши медианаҳо онро ба ду қисм ҷудо мекунад. Дарозии қисмҳои медианаро ёбед.

Супориши 2. Дар расми 36 а) нуқтаи О буриши медианаҳо буда, $OC_1=4$ м аст. Агар $\angle C=90°$ бошад, дарозии гипотенузаро ёбед.



а) Расми 36. б)

Масъалаҳо

1. Дар расми 36 б) $A_1C_1 \| A_2C_2 \| A_3C_3 \| AC$ буда, $BC_1=C_1C_2=$ $=C_2C_3=C_3C$ мебошад. Агар A_1C_1=5 см бошад, порчаи AC-ро ёбед.

2. Дар масъалаи гузашта, агар A_1B=3 см, BC_1=4 см бошад, периметри ҳамаи секунҷаҳои ҳосилшударо ёбед.

3. Тарафҳои секунҷа ба 8 см, 10 см, 12 см баробар аст. Секунҷае сохтанд, ки тарафҳояш хатҳои миёнаи секунҷаи аввала мебошад. Нисбати периметрҳои ҳар ду секунҷаро ёбед.

4. Хатти миёнаи секунҷаи баробарпаҳлу, ки ба асос параллел аст 3 см мебошад. Агар периметри секунҷа 16 см бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.

5. Миёнаҷойи тарафҳои секунҷа дода шудаанд, секунҷаро созед.

6. Исбот кунед, ки баландии секунҷаро хатти миёнаи секунҷа бурида ба ду қисми баробар тақсим мекунад.

7. Дарозии диагоналҳои чоркунҷа 10 м ва 12 м мебошанд. Периметри параллелограммро ёбед, агар қуллаҳояш миёнаҷойи тарафҳои чоркунҷа бошанд.

8. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои росткунҷа қуллаҳои ромб мебошанд. Агар диагонали росткунҷа 8 дм бошад, периметри ромбро ёбед.

9. Дар трапетсияи баробарпаҳлу кунҷҳои муқобилхобида яке аз дигаре 40° зиёд аст. Кунҷҳои трапетсияро ёбед.

10. Дар трапетсияи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 3 м буда, асоси калон 7 м ва кунҷи назди асос ба 60° аст. Асоси хурди трапетсияро ёбед.

11. Асосҳои трапетсия ҳамчун 2:3 нисбат дошта, хатти миёна 5 м аст. Асосҳои трапетсияро ёбед.

12. Тарафи паҳлуии трапетсияро ба 4 қисми баробар тақсим карда, аз нуқтаҳои тақсимот ба асос хатҳои рости параллел гузарониданд. Агар асосҳои трапетсия 6 м ва 18 м бошанд, дарозии порчаҳои хатҳои рости параллелро, ки бо тарафҳои паҳлуии трапетсия маҳдуданд, ёбед.

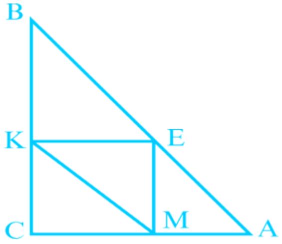
13. Порчаи AB дода шудааст, онро ба 10 ҳиссаи баробар тақсим кунед.

14. Дар расми 37 нуқтаҳои M, E, K миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи росткунҷаанд. Агар MC=3 см, CK=4 см ва MK=5 см бошад, периметри секунҷаи ABC-ро ёбед.

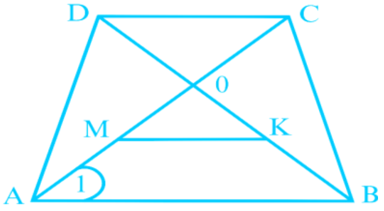
15. Дар расми 38 порчаи MK=20 дм хатти миёнаи ΔAOB мебошад. Агар DC=20 дм бошад, хатти миёнаи трапетсияи $ABCD$-ро ёбед.

16. Дар расми 38 агар $AM=MO=OC$, $BK=KO=OD$ бошад, исбот кунед, ки $\Delta OMK=\Delta OCD$ мебошад. Агар AB=40 см, $AC=DB=60$ см бошад, исбот кунед, ки секунҷаҳои ODC ва OAB баробартараф мебошанд.

17. Дар расми 38 агар $\angle 1=60^\circ$, $AD=DC$ бошад, исбот кунед, ки ΔADC баробартараф аст.



Расми 37.

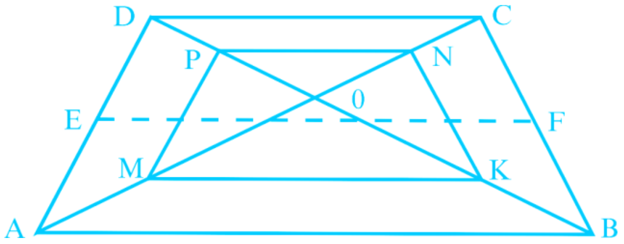


Расми 38.

18. Дар секунҷаи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 30 м ва асос 20 м аст. Агар ҳар се хатти миёнаи секунҷа сохта шуда бошанд, периметри ҳар як секунҷаи ҳосилшударо ёбед.

19. Аз қуллаҳои секунҷаи тарафҳояш *а, в, с* хатҳои рости ба тарафҳои муқобил параллел гузаронидаанд. Ин хатҳои рост ҷуфт-ҷуфт якдигарро мебуранд ва нуқтаҳои буриш қуллаҳои секунҷаи дигаре мешаванд. Периметри секунҷаи ҳосилшударо ёбед.

20. Ду тарафи паҳлуӣ ва асоси хурди трапетсия баробаранд. Исбот кунед, ки диагоналҳо биссектрисаи кунҷи назди асоси калон мебошанд.



Расми 39.

21. Дар расми 39 МК хатти миёнаи ΔAOB ва PN хатти миёнаи ΔDOC мебошад. Хатти миёнаи трапетсияи $ABCD$-ро ёбед, агар МК=15 см ва PN=7 см бошад.

22. Ба расми 39 нигаред. МК хатти миёнаи ΔAOB ва PN хатти миёнаи ΔDOC мебошад. Исбот кунед, ки PM||DA ва NK||CB мебошад.

23. Дар расми 39 нуқтаҳои *M, K, N, P* мувофиқан миёнаҷойи порчаҳои *AO, BO, CO, DO* мебошанд. Агар периметри трапетсияи *ABCD* 80 см бошад, периметри трапетсияи *MKNP*-ро ёбед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед.

1. Хатти шикаста чист?
2. Хатти шикастаи сода чист?
3. Хатти шикастаи сарбаста чист?
4. Дарозии хатти шикастаро чӣ тавр меёбанд?
5. Теорема дар бораи дарозии хатти шикастаро баён кунед.
6. Чоркунҷаро шарҳ диҳед.
7. Таърифи диагонали чоркунҷаро баён кунед.
8. Чоркунҷаи барҷаста чист?
9. Суммаи кунҷҳои дарунии чоркунҷа ба чӣ баробар аст?
10. Хосиятҳои чоркунҷаро баён кунед.
11. Параллелограмм чист?
12. Аломатҳои параллелограмм кадомҳоянд?
13. Хосиятҳои параллелограммро шарҳ диҳед.
14. Росткунҷа чист?
15. Хосиятҳои росткунҷаро номбар кунед.
16. Ромб чист?
17. Хосиятҳои ромбро баён созед.
18. Квадрат чист?
19. Хосиятҳои квадратро номбар кунед.
20. Трапетсия чист?
21. Хосиятҳои трапетсияро баён кунед.
22. Теоремаи Фалесро баён кунед.
23. Хатти миёнаи секунҷа ва хосияти онро баён кунед.
24. Хатти миёнаи трапетсия ва хосияти онро баён кунед.
25. Оид ба он масъала оред.
26. Оид ба тақсими порча ба қисмҳои баробар аз ҳаёт масъалаҳо тартиб диҳед.
27. Хатти миёнаи секунҷаро дар расмҳои гуногун нишон дода, оид ба он масъала оред.
28. Хатти миёнаи трапетсияро дар расмҳои гуногун нишон дода, оид ба он масъала оред.
29. Оид ба хосияти медианаҳои секунҷа аз ҳаёт масъала оред.

ФАСЛИ II. БИСЁРКУНҶАҲО

1. Мафҳуми бисёркунҷа

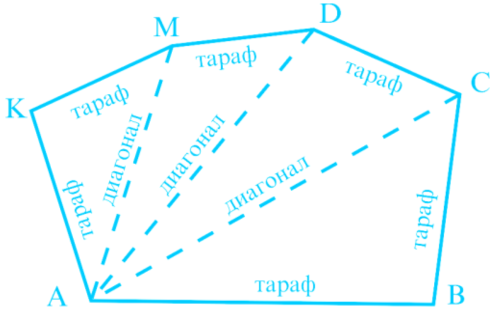
Таъриф. *Хатти шикастаи сарбастаи содаро бисёркунҷа меноманд.*

Дар расми 40 хатти шикастаи сарбастаи сода тасвир ёфтааст.

Инак, хатти шикастаи сарбастаи $ABCDMK$ яке аз намудҳои бисёркунҷа мебошад. Дар ин бисёркунҷа нуқтаҳои A, B, C, D, M, K-куллаҳои бисёркунҷа, $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle M$, $\angle K$ – кунҷҳои бисёркунҷа ном доранд. Порчаҳои AB, BC, CD, DM, MK, AK – тарафҳои бисёркунҷа мебошанд. Дар бисёркунҷа қуллаҳое, ки нӯгҳои як тараф ҳастанд, қуллаҳои ҳамсоя ном доранд. Масалан, қуллаҳои **A** ва B, B ва C, A ва K, C ва D қуллаҳои ҳамсоя мебошанд. Ду тарафе, ки аз як қулла мебароянд, тарафҳои ҳамсоя ном доранд. Тарафҳои AB ва AK, BC ва BA тарафҳои ҳамсояи бисёркунҷаанд. Шумо тарафҳои ҳамсояи дигари бисёркунҷаи расми 40-ро номбар кунед.

Таъриф. *Порчае, ки ду қуллаи ҳамсоя набудаи бисёркунҷаро мепайвандад, диагонали бисёркунҷа ном дорад.*

Дар расми 40 диагоналҳои аз қуллаи A сохташуда порчаҳои AD, AM ва AC мебошанд. Шумо диагоналҳои аз қуллаҳои дигар бароянадаро созед ва онҳоро номбар кунед.



Расми 40.

Секунҷа, чоркунҷа, параллелограмм, ромб, квадрат ва трапетсия намудҳои хусусии бисёркунҷаҳо мебошанд.

Бисёркунҷаро мувофиқи миқдори кунҷҳояш ном мебаранд. Масалан, секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷа, даҳкунҷа, **n**-кунҷа ва ғайра.

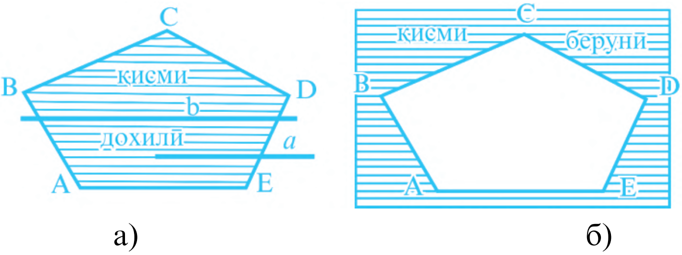
Миқдори қуллаҳо, тарафҳо ва кунҷҳои бисёркунҷа баробаранд. Масалан, дар расми 40 шашкунҷа тасвир ёфтааст, ки он 6 қулла, 6 кунҷ ва 6 тараф дорад.

Супориш. Шумо секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва ҳашткунҷаро сохта тарафҳо, кунҷҳо ва қуллаҳояшонро нишон диҳед. Дар кадом бисёркунҷа диагонал мавҷуд нест? Чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷа ва ҳашткунҷа чандтогӣ диагонал доранд?

2. Бисёркунҷаи ҳамвор

Бисёркунҷа ҳамвориро ба ду қисм ҷудо мекунад. Дар расми 41(а) қисми дарунӣ ва дар расми 41 (б) қисми берунии панҷкунҷа тасвир ёфтааст.

Дар қисми даруни нур ё хатти рост пурра ҷойгир шуда наметавонад, аммо дар қисми беруни нур ва хатти рост пурра ҷойгир мешаванд. Қисми даруни бо хатти шикастаи сарбаста маҳдуд аст.



а) б)

Расми 41.

Таъриф. *Бисёркунҷа бо қисми даруниаш бисёркунҷаи ҳамвор номида мешавад.*

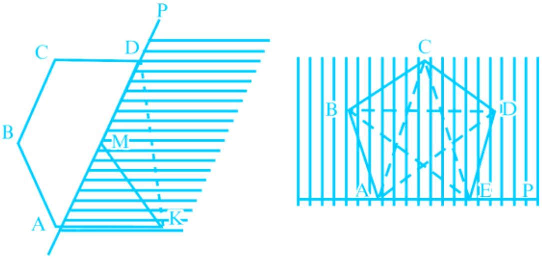
Супориш. Шумо секунҷа ва шашкунҷаро кашида, қисми дарунияшонро бо ранги сурх ва қисми берунияшонро бо ранги кабуд нишона намоед.

Бигӯед, ки диагоналҳо дар кадом қисм мехобанд?

3. Бисёркунчаи барҷаста

Таъриф. *Бисёркунҷае, ки аз хатти рости тарафи дилхоҳи бисёркунҷаро дарбаргиранда дар як нимҳаморӣ воқеъ аст, бисёркунҷаи барҷаста номида мешавад.*

Дар расми 42 панҷкунчаи барҷаста ва шашкунчаи ғайрибарҷастаро мебинед.



Ғайрибарҷаста Барҷаста

Расми 42.

Дар бисёркунҷаи барҷаста ҳамаи диагоналҳо дар қисми дохилӣ мехобанд. Дар бисёркунҷаи ғайрибарҷаста баъзе диагоналҳо дар қисми дохилӣ намехобанд.

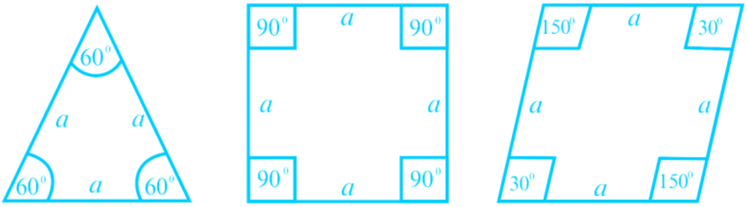
Супоришҳо. а) Шумо мустақилона таърифи бисёркунҷаи ғайрибарҷастаро баён намоед; б) Кадом намуди бисёркунҷа ҳамеша барҷаста аст? в), Ҳашткунҷае кашед, ки ду диагоналаш дар қисми берунӣ хобад. Ин гуна ҳашткунҷа барҷаста аст ё ғайрибарҷаста?

4. Бисёркунҷаи мунтазам

Шумо боз бо ду намуди бисёркунҷаҳо шинос мешавед: бисёркунҷаҳои мунтазам ва ғайримунтазам.

Таъриф. *Бисёркунҷае, ки ҳамаи кунҷҳояш баробар ва ҳамаи тарафҳояш дарозиҳои якхела доранд, бисёркунҷаи мунтазам ном дорад.*

Секунҷаи баробартараф ва квадрат мисоли бисёркунҷаҳои мунтазам мебошанд. Баъзан онҳоро секунҷаи мунтазам ва чоркунҷаи мунтазам ҳам меноманд. Ромб чоркунҷаи мунтазам нест, зеро тарафҳояш баробар буда, кунҷҳояш баробар нестанд (расми 43).



Секунҷаи мунтазам Чоркунҷаи мунтазам Чоркунҷаи номунтазам

Расми 43.

Супоришҳо. а) Шумо таърифи бисёркунҷаи ғайримунтазамро худатон баён созед.

б) Дар **n**-кунҷа ҳамаи тарафҳо баробар буда, ду кунҷаш аз ҳамдигар фарқ доранд; **n**-кунҷа мунтазам аст ё ғайримунтазам?

в) Дар n-кунҷа фарқи ду тарафҳо 4 см буда, ҳамаи кунҷҳо баробаранд. **n**-кунҷа мунтазам аст ё номунтазам?

г) Оё секунҷаи росткунҷа мунтазам шуда метавонад?

ғ) Оё трапетсия мунтазам шуда метавонад?

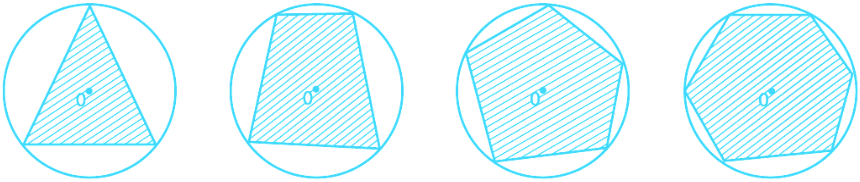
д) Оё секунҷае, ки як кунҷаш кунд аст, мунтазам шуда метавонад?

5. Бисёркунҷаҳои дарункашида ва берункашида

Шумо боз бо ду намуди бисёркунҷаҳо шинос хоҳед шуд: бисёркунҷаҳои дарункашида ва берункашида.

Таъриф. *Бисёркунҷае, ки ҳамаи қуллаҳояш нуқтаҳои давра мебошанд, бисёркунҷаи дарункашида ном дорад*. Дар ин ҳолат давраро берункашида меноманд.

Дар расми 44 (а, б, в, г) секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва шашкунҷаи дарункашида тасвир ёфтаанд.

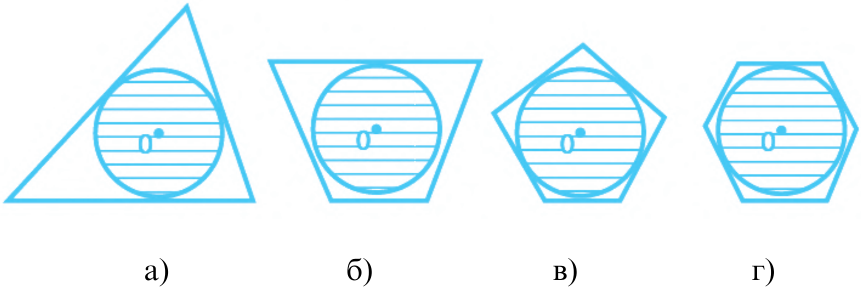


а) б) в) г)

Расми 44.

Таъриф. *Бисёркунҷае, ки ҳамаи тарафҳояш расандаҳои давра мебошанд, бисёркунҷаи берункашида ном дорад.* Дар ин ҳолат давраро дарункашида меноманд.

Дар расми 45 (а, б, в, г) секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва шашкунҷаи берункашида тасвир ёфтааст.

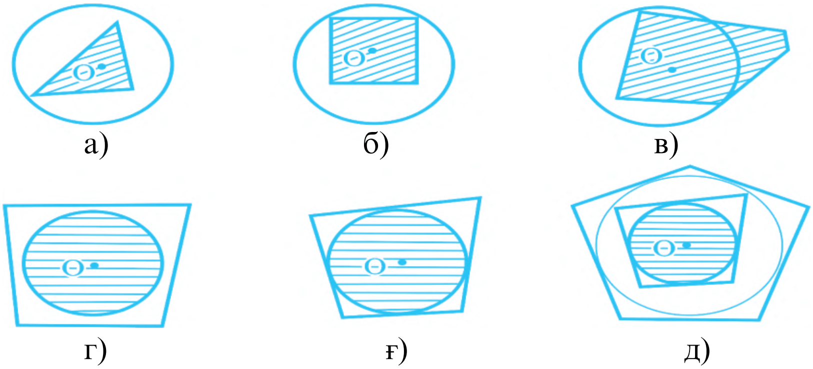


а) б) в) г)

Расми 45.

Супоришҳо

1) Шумо 7-кунҷа ва 8-кунҷаи дарункашида ва берункашидаро тасвир намоед. Дар расмҳои сохташуда доираро бо ранги сурх нишона намоед. 2) Кадоме аз бисёркунҷаҳои расми 46 дарункашида ва берункашида нестанд? Сабабашро шарҳ диҳед. 3) Кадом бисёркунҷа миқдори камтарини тарафҳоро дорад? Ҳамон хел бисёркунҷаи дарункашида ва берункашидаро созед.



а) б) в)

г) ғ) д)

Расми 46.

Инак, шумо бо намудҳои зерини бисёркунҷаҳо шинос шудед: барҷаста, ғайрибарҷаста, хаттӣ, ҳамвор, мунтазам, номунтазам, дарункашида, берункашида. Шумо дар ҳаёти ҳаррӯза ин бисёркунҷаҳоро дар куҷо мебинед?

Супоришҳо

1) Шумо таърифи периметр, кунҷи берунии секунҷа ва чоркунҷаро ба ёд оред ва худатон барои бисёркунҷа ин мафҳумҳоро шарҳ диҳед. Барои шашкунҷа ва n-кунҷаи мунтазами тарафаш *a* формулаи периметрро нависед. Шаклҳои мувофиқро созед.

2) Оё бисёркунҷаҳои ғайрибарҷаста, дарункашида ва берункашидаи давра шуда метавонанд? Чаро?

6. Суммаи кунҷҳои дохилии бисёркунҷа

Теорема. *Суммаи кунҷҳои дохилии* ***n**-кунҷа ба* $180^\circ\cdot(n-2)$ *баробар аст.*

Мо исботи ин теоремаро аввал барои 6-кунҷа меорем.

Маълум: $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E, \angle K$ дар 6-кунҷаи $ABCDEK$.

Матлуб: $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle K=180^\circ\cdot(6-2)=$ $=180^\circ\cdot4=720^\circ$.

Исбот. Шумо дар расми 47 шашкунҷаеро мебинед, ки ҳамаи диагоналҳояш аз қуллаи *A* гузаронида шудаанд.

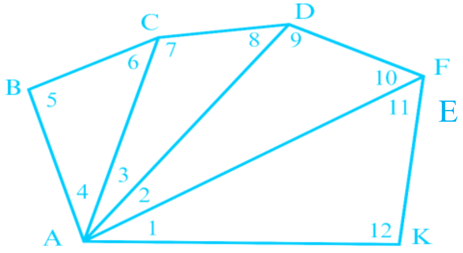
Шашкунҷа 6 тараф дорад, аз як қулла 6–3=3 диагонал баромадааст.

Шашкунҷа бо ин се диагонал ба 4 секунҷа ҷудо шудааст.

Миқдори секунҷаҳо аз миқдори тарафҳо дуто каманд.

Суммаи кунҷи ҳар як секунҷа ба 180° баробар аст.

Суммаи кунҷи чор секунҷа 180°·4=720° мешавад.



Расми 47.

Ба тариқи дигар, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle K = (\angle 1+ +\angle 2+ \angle 3+\angle 4) + \angle 5+(\angle 6+\angle 7) + (\angle 8+\angle 9) + (\angle 10+\angle 11) + \angle 12= =(\angle 4+\angle 5+\angle 6)+(\angle 3+\angle 7+\angle 8)+(\angle 2+\angle 9+\angle 10)+\angle 1+\angle 11+\angle 12)= = 180°+180°+180°+180°=4\cdot 180°=180°\cdot(6–2)=720°$.

Инак, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle K=720°$.

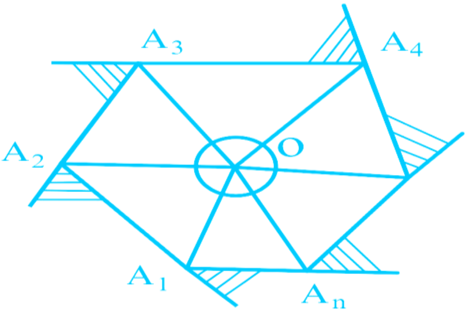
Исботи теоремаро барои ҳолати умумӣ муоина менамоем.

Дар дохили n-кунҷа (расми 48) нуқтаеро интихоб карда, онро ба қуллаҳо пайваст мекунем. Дар натиҷа n-то секунҷа ҳосил мешавад, ки дар он суммаи кунҷҳо $180°\cdot n$ аст. Аз ин сумма суммаи кунҷҳои дорои қуллаи О-ро тарҳ мекунем.

$180°\cdot \boldsymbol{n}–360°=180°\cdot(n–2)$ формулаи матлуб аст.

Супориши 1. 1) Исботи теоремаро барои 5-кунҷа ва 8 -кунҷа иҷро кунед. 2) Исботи теоремаро барои 4 – кунҷа иҷро кунед. 3) Аз рӯйи формулаи $180°\cdot(n–2)$ суммаи кунҷи а) 3 – кунҷа; б) 4 – кунҷа; в) 5 – кунҷа; г) 10 – кунҷа; ғ) 100 – кунҷаро ҳисоб кунед.

Супориши 2. Дар ҳолати маълум будани суммаи кунҷҳои **n**-кунҷа як кунҷи онро чӣ тавр меёбанд?



Расми 48.

Супориши 3. 1). Дар дохили бисёркунҷа нуқтае интихоб кунед. Онро ба ҳамаи қуллаҳо пайваст кунед. Чанд секунҷа ҳосил шуд? Ба воситаи секунҷаҳои ҳосилшуда теорема дар бораи суммаи дохилии кунҷҳои бисёркунҷаро аввал барои 5 – кунҷа ва 6 – кунҷа, сипас барои n-кунҷа исбот намоед.

2). Оё теорема дар бораи суммаи кунҷҳои дохилии бисёркунҷаро ба воситаи нуқтаи дар беруни бисёркунҷа интихобшуда исбот кардан мумкин аст? Чӣ тавр?

7. Суммаи кунҷҳои берунии бисёркунҷа

Шумо медонед, ки кунҷи ба кунҷи дарунии бисёркунҷа ҳамсоябударо кунҷи берунии он меноманд.

Теорема. *Дар бисёркунҷаи барҷаста суммаи кунҷҳои беруние, ки дар ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.*

Ҳангоми исботи теоремаи мазкур аз натиҷаи теоремаи гузашта истифода мебарем.

Барои ин аз $180°\cdot n$ суммаи кунҷҳои дохилии n-кунҷаро тарҳ мекунем: $180°\cdot n–180°(n–2)=360°$.

Супоришҳо. 1) Теорема дар бораи суммаи кунҷҳои берунии бисёркунҷаро барои 6-кунҷа ва 7-кунҷа исбот намоед.

2) Теоремаи номбурдаро барои 12-кунҷа исбот кунед.

Масъалаҳо

1. n-кунҷа чанд диагонал дорад?

Низоми тадқиқот:

а) Секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷаро омӯхта муайян намоед, ки аз як қулла чанд диагонал мебарояд ва ин аз миқдори тарафҳо чандто кам аст.

б) Шумораи диагоналҳои аз як қулла барояндаро ба миқдори қуллаҳо зарб кунед.

в) Ҳар як диагонал ду қулларо пайваст менамояд, аз ин ҷиҳат адади ҳосилшударо нисф кунед.

г) Тадқиқотро хулоса карда, барои мавриди n-кунҷа формулаи миқдори диагоналҳоро нависед.

ғ) Формулаи навиштаатонро барои мавриди n=3, 4,5, 6, 7– кунҷа санҷед.

2. а) 100 – кунҷа, б) 10 – кунҷа, в) 20 – кунҷа чандтогӣ диагонал доранд?

3. Бисёркунҷа 20 диагонал дорад. Ин бисёркунҷа чанд тараф дорад?

4. Бисёркунҷаи мунтазами тарафаш 5 см, 35 диагонал дорад. Периметри ин бисёркунҷаро ёбед.

5. Бисёркунҷа дорои 54 диагонал мебошад. Суммаи кунҷҳои бисёркунҷаро ёбед.

6. Аз як қуллаи бисёркунҷа 10 диагонал мегузарад. Суммаи кунҷҳои бисёркунҷаро ёбед.

7. Дар кадом бисёркунҷа миқдори диагоналҳо ба миқдори тарафҳо баробар аст. Агар периметри ин бисёркунҷа ба 26 см баробар буда, қисме аз тарафҳояш 2 см, 3 см, 4 см ва 7 см бошанд, тарафҳои номаълумро ёбед.

8. Оё бисёркунҷа метавонад, ки дорои суммаи кунҷи: а) 150°, б) 270°, в) 360°, г) 540°, ғ) 630°, д) 720° бошад?

9. Оё 5 – кунҷа дорои кунҷҳои а) 30°, 40°, 60°, 170°, 180°;

б) 120°, 80°, 160°, 92°, 88° шуда метавонад?

10. Тарафҳои шашкунҷа бо ададҳои 2, 3, 4, 5, 8, 6 мутаносибанд. Агар периметри шашкунҷа 560 см бошад, дарозии ҳар як тарафро ёбед.

11. Агар периметри бисёркунҷаи мунтазам 320 дм бошад, дар ҳолати а) 8-кунҷа, б) 10-кунҷа буданаш дарозии тарафро ёбед.

12. Кунҷи шашкунҷаи мунтазамро ёбед.

13. Масъалаи тадқиқотӣ. Исбот кунед, ки дар чоркунҷаи берункашида давра суммаи тарафҳои муқобил баробаранд.

Низоми тадқиқот

1) Муоинаи масъала барои квадрат.

2) Санҷиши масъала барои трапетсияи тарафҳояш 20 см, 14 см, 10 см, 16 см.

3) Сохтани чоркунҷаи ихтиёрии берункашида.

4) Ба ёд овардани теорема дар бораи ду расандае, ки аз як нуқта гузаронида шудаанд.

5) Ёфтани порчаҳои баробар дар расм.

6) Навишти исбот.

14. Масъалаи тадқиқотӣ. Исбот кунед, ки фақат дар шашкунҷаи мунтазами дарункашида дарозии тараф ба радиуси давраи берункашида баробар аст.

Низоми тадқиқот

1) Бо паргор кашидани давра.

2) Бо паргор ба шаш қисми баробар тақсим кардани давра.

3) Сохтани шашкунҷаи мунтазам.

4) Пайваст кардани маркази давра ба қуллаҳо.

5) Ёфтани кунҷи марказӣ.

6) Муайян кардани намуди секунҷаҳои ҳосилшуда.

7) Хулоса баровардан.

15. Агар тарафи шашкунҷа порчаи додашуда бошад, шашкунҷаи мунтазамро созед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Бисёркунҷа чист?

2. Намудҳои бисёркунҷаро номбар кунед.

3. Бисёркунҷаи мунтазамро шарҳ диҳед?

4. Бисёркунҷаи дарункашидаро созед.

5. Бисёркунҷаи берункашидаро созед.

6. Суммаи кунҷҳои дохилии бисёркунҷа ба чӣ баробар аст?

7. Кунҷи берунии бисёркунҷаро таъриф кунед.

8. Суммаи кунҷҳои берунии бисёркунҷаро чӣ тавр меёбанд?

9. Периметри бисёркунҷаро чӣ тавр меёбанд?

10. Намудҳои бисёркунҷаҳои мунтазамро номбар кунед.

11. Бисёркунҷаро шарҳ дода, оид ба он аз ҳаёт мисолҳо оред.

12. Бисёркунҷаи ҳамворро шарҳ дода, онро дар шаклҳои гуногун тасвир кунед.

13. Бисёркунҷаи барҷастаро шарҳ дода, онро дар шаклҳои гуногун тасивр кунед.

14. Бисёркунҷаи мунтазамро шарҳ дода, онро дар шаклҳои гуногун тасвир кунед.

15. Бисёркунҷаҳои дарункашида ва берункашидаро шарҳ дода, онро дар шаклҳои гуногун тасвир кунед.

16. Оид ба суммаи кунҷҳои дарунӣ ва берункашидаи бисёркунҷа масъалаҳо тартиб диҳед.

ФАСЛИ III. МАСОҲАТИ СЕКУНҶАҲО ВА ЧОРКУНҶАҲО

1. Масоҳат. Воҳидҳои масоҳат

1. Мафҳуми масоҳат

Аз замонҳои қадим диққати одамонро муайян кардани бузургии қитъаҳои гуногуни замин ба худ ҷалб мекард. Аксар вақт барои чен кардани бузургии қитъаҳои алоҳидаи замин аз мафҳуми масоҳат истифода мебаранд.

Барои муайян кардани таърифи масоҳат мисоли зеринро дида мебароем. Вараќи дафтари математика ба катакчаҳо тақсим шудааст. Ҳар як катакча шакли квадратчаеро дорад. Агар бари як катакчаро 1 см гӯем (дар асл 0,5 см аст), ҳисоб мекунем, ки вараќи дафтар чанд катакча дорад. Миқдори катакчаҳоро ба осонӣ ҳисоб кардан мумкин аст. Як сатрро ҳисоб карда меёбем, ки чанд катакча дорад. Акнун миқдори сатрҳоро ҳисоб карда, ҳар ду ададри ҳосилшударо зарб мекунем. Натиҷаи ҳосили зарб нишон медиҳад, ки вараќи дафтар чанд воҳиди квадратӣ аст. Катакчаҳои ҳисобкардашуда нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд. Агар масоҳати 1 катакчаро 1 см^2 гӯем, пас масоҳати варақ ба суммаи масоҳатҳои квадратчаҳо баробар мешавад. Айнан ҳамин тавр, масоҳати қитъаҳои гуногуни заминро меёбанд. Агар тарафи квадрат 1 м бошад, масоҳаташ 1 м^2 фаҳмида мешавад. Дар қитъаи муайяни замин миқдори квадратҳои тарафашон 1 м-ро ҳисоб карда, чанд м^2 будани масоҳати заминро меёбанд. Агар қитъаи муайяни замин аз ду қисм иборат бошад, масоҳати ҳар кадомашро ёфта ҷамъ мекунанд.

Мафҳуми масоҳат се талабот дорад ва онҳо ба аксиомаҳои дарозии порча ва бузургии градусии кунҷ монанд мебошанд. Онҳоро хосиятҳои асосии масоҳат меноманд.

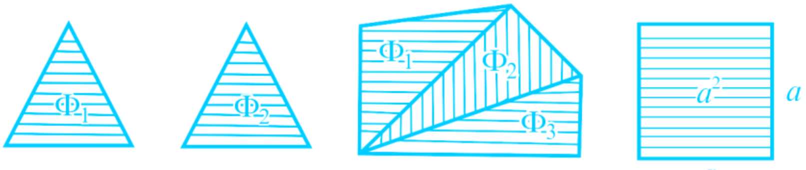
Масоҳат бузургии мусбатест, ки қимати ададиаш се хосияти зерин дорад:

1. Шаклҳои баробар масоҳатҳои баробар доранд.

2. Агар шакл ба қисмҳое ҷудо шуда бошад, ки нуқтаи дохилии умумӣ надошта бошанд, масоҳаташ ба суммаи масоҳатҳои қисмҳояш баробар аст.

3. Масоҳати квадрат ба квадрати тарафаш баробар аст.

Ин се хосиятро мухтасаран чунин менависанд (расми 49):



Расми 49.

1). Агар $Ф_1=Ф_2$, *бошад,* он гоҳ $S(Ф_1)=S(Ф_2)$;

2). Агар $Ф$ дорои қисмҳои бе нуқтаи дохилии $Ф_1, Ф_2, Ф_3$ бошад, он гоҳ $S(Ф)=S(Ф_1)+S(Ф_2)+S(Ф_3)$;

3). Агар тарафи квадрат ***a*** – воҳиди дарозӣ бошад, он гоҳ **S** (квадрат) = a^2 (воҳиди квадратӣ) мебошад.

2. Воҳидҳои масоҳат

Воҳидҳои масоҳат мм^2, см^2, дм^2, м^2, км^2, ар, га ва ғайра мебошанд.

1 м^2=(10 дм)^2=100 дм^2=10^2 дм^2,
1 м^2=(100 см)^2=10000 см^2 =10^4 см^2,
1 м^2=(1000 мм)^2=1000000 мм^2 =10^6 мм^2,
1 дм^2=(10 см)^2=100 см^2 =10^2 см^2,
1 см^2=(10 мм)^2=100 мм^2 =10^2 мм^2,
1 дм^2=(100 мм)^2=10000 мм^2 ,
1 км^2=(1000 м)^2=1000000 мм^2,
1 га=10000 м^2 =10^4 м^2,
1 ар=100 м^2, 1 га=100 ар.

Дар забони гуфтугӯӣ ба ҷойи **ар** калимаи русии сотихро истифода мебаранд: 1 сотих = 100 м^2.

Масъалаҳо

1. Бо м^2 ифода намоед: 5 га, 6 га, 16 га 7 м^2, 250 га 50 м^2, 425 ар, 324 ар 32 м^2, 612 га 24 ар.

Нишондод. 415га 42ар=415·10000 м^2+42·100 м^2 =4154200 м^2.

2. Бо см^2 ифода намоед: 2м^2, 8м^2 3 см^2, 8м^2 4 дм^2, 36 м^2 84 см^2, 36 м^2 8 дм^2.

Нишондод. 45м^2 8дм^2 13см^2=45·10000 см^2+8·100 см^2+13 см^2=450 813 см^2.

3. Бо мм^2 ифода намоед: 80м^2, 5 см^2, 8,3 см^2, 16 дм^2, 5 см^2, 3 мм^2, 12 дм^2 6 см^2 7 мм^2.

Нишондод. 3,4 дм^2 12 см^2 5 мм^2=3,4·10000 мм^2+12·100 мм^2+5 мм^2=35205мм^2.

4. Бо га ифода намоед: 50000 м^2, 500 м^2, 450 м^2, 5 м^2, 42 м^2, 312 м^2, 1250 м^2.

Нишондод. 62 м^2=62·0,0001 га=0,0062 га.

5. Бо м^2 ифода намоед: 63 см^2, 54 25 дм^2, 96 см^2, 814 см^2, 12 дм^2 36 см^2.

Нишондод. 642 дм^2 45 см^2=642·0,01 м^2+45·0,0001 м^2=6,42 м^2+0,0045 м^2=6,4245 м^2.

6. Бо см^2 ифода намоед: 214 мм^2, 912 мм^2, 8,25 мм^2, 12 мм^2, 6,235 мм^2.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед:

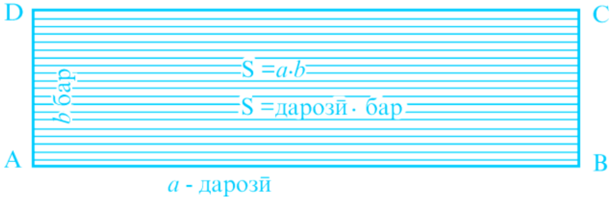
1. Масоҳатро шарҳ диҳед.
2. Оид ба воҳидҳои масоҳат масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.
3. Оид ба масоҳат аз ҳаёт масъала оред.

2. Масоҳати росткунҷа ва секунҷа

1. Масоҳати росткунҷа

Ҳар як росткунҷа ду андоза дорад, ки якеро бар ва дигареро дарозӣ мегӯянд.

Дар расми 50 *AB=a* дарозӣ, *AD=b* бари росткунҷа мебошад.



Расми 50.

Теорема. *Масоҳати росткунҷа ба ҳосили зарби бар ва дарозиаш баробар аст: S=a·b.*

Маълум: *ABCD* -росткунҷа, *a*-дарозӣ, *b*-бар.

Матлуб: S= *a·b*.

Исбот. Дар расми 51 *ABCD* росткунҷа мебошад. Дар давоми порчаи *AD* порчаи *DE=a* гузошта шудааст, яъне AE= *a+b*.

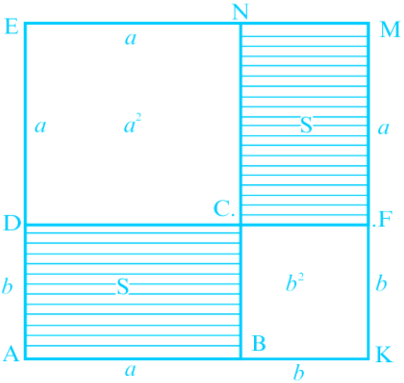
Дар давоми порчаи *AB* порчаи *BK=b* гузошта шудааст, яъне AK= *a+b*.

Дар расм чоркунчаи *AKME* квадрати тарафаш (*a+b*) мебошад. Пас, $S_{AKME} = (a+b)^2$.

Аз тарафи дигар, квадрати *AKME* ба чор қисм ҷудо шудааст, ки дутоаш квадратҳои масоҳатҳояшон a^2 ва b^2 буда, дутои дигараш росткунҷаҳои баробари ҳар кадом дорои масоҳати **S** мебошанд.

$S_{AKME} = 2\cdot S+a^2+ b^2;\ (a+b)^2 =2\cdot S+a^2+ b^2$

$a^2+b^2+2\cdot a\cdot b =2 S+a^2+b^2$, аз ин ҷо $2S=2ab$ ва $S=a\cdot b$.



Расми 51.

Супоришҳо. 1). Бар ва дарозии фарши синфро чен карда, масоҳаташро ёбед.

2). Бар ва дарозии вараки дафтаратонро чен карда, масоҳаташро ёбед.

3). Бар ва дарозии мизро чен карда, масоҳаташро ёбед.

4). Бар ва дарозии тахтаи синфро чен карда, масоҳаташро ёбед.

5). Бар ва дарозии девори синфро чен карда, масоҳаташро ёбед.

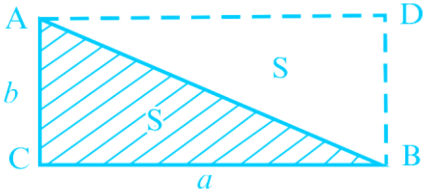
6). Ҳисоб кунед, ки барои оро додани деворҳои хонаи дарстайёркуниатон чанд м² коғази гулдор лозим мешавад?

2. Масоҳати секунҷаи росткунҷа

Натиҷа. Масоҳати секунҷаи росткунҷа ба нисфи ҳосили зарби катетҳояш баробар аст.

Маълум: ΔABC, $\angle C=90°$, $CB=a$, $AC=b$ – катетҳо.

Матлуб: $S=\dfrac{a\cdot b}{2}$.

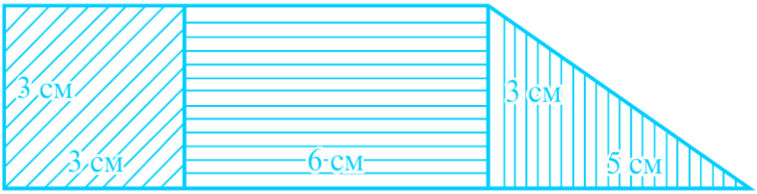


Расми 52.

Исбот. Ба расми 52 нигаред. Он ҷо секунҷаи росткунҷаи ABC бо катетҳои a ва b тасвир ёфтааст. Ин секунҷаи росткунҷа то росткунҷаи $ABCD$ пурра гардидааст.

$\Delta ABC = \Delta ABD$, аз ин рӯ, ҳардуяш масоҳати баробари S-ро доранд.

Аз $S_{ABCD} = a \cdot b$ ва $S_{\text{ABCD}} = 2 \cdot S$ бармеояд, ки $2S = a \cdot b$ буда, $S = \frac{1}{2}\ a \cdot b$ аст.



Расми 53.

Супоришҳо. 1) Дар секунҷаи росткунҷа кунҷи тез 45° буда, яке аз катетҳо ба a баробар аст. Масоҳаташро ёбед.

2) Дар секунҷаи росткунҷа катетҳо 3 см ва 4 см мебошанд. Масоҳаташро ёбед.

3) Масоҳати шакли дар расми 53 тасвиршударо аз рӯйи маълумоти расм ёбед.

3. Масоҳати секунҷа

Теорема. *Масоҳати секунҷа ба нисфи ҳосили зарби дарозии асос ва баландӣ баробар аст.*

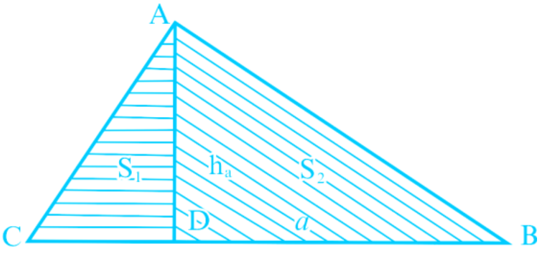
Маълум: ΔABC, $BC = a$ – асос, $AD = h_a$ баландӣ.

Матлуб: $S = \frac{1}{2}\ a \cdot h_a.$

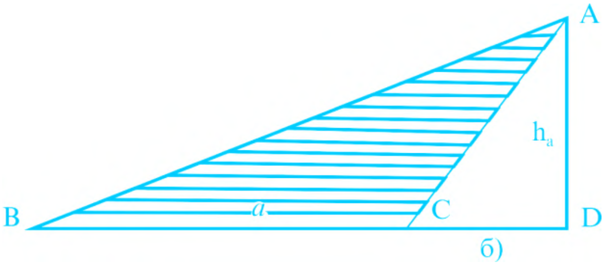
Исбот. 1) Дар расми 54 секунҷае тасвир ёфтааст, ки баландӣ дар соҳаи дохилиаш мехобад.

$$S = S_1+S_2;\ S = \frac{1}{2}\cdot CD\cdot h_a,\ S_2 = \frac{1}{2}\ DB\cdot h_a,$$

чунки ΔADC ва ADB секунҷаҳои росткунҷа мебошанд.



Расми 54.



Расми 55.

Аз ин ҷо:

$$S=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot h_a+\frac{1}{2}\,DB\cdot h_a=\frac{1}{2}\,(CD+DB)\cdot h_a=\frac{1}{2}\,CB\cdot h_a=\frac{1}{2}\,a\cdot h_a.$$

Инак,

$$S=\frac{1}{2}\ a\cdot h_a.$$

2). Масоҳати секунҷаи кундкунҷаи ABC-ро аз рӯйи $S_{ABC} = S_{ABD} - S_{ACD}$ исбот кунед (расми 55).

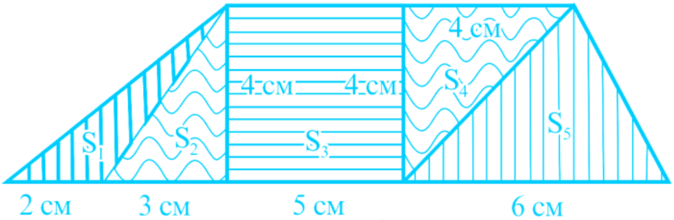
Натиҷа. Агар тарафҳои секунҷаи ABC порчаҳои a, b, c буда, баландиҳои ба ин тарафҳо фаровардашуда h_a, $h_в$, h_c бошанд, он гоҳ

$S=\frac{1}{2}\,a\cdot h_a=\frac{1}{2}\ b\cdot h_в=\frac{1}{2}\,c\cdot h_c$ мебошад.

Супоришҳо. 1) Дар секунҷаи баробарпаҳлу асос 40 см ва баландӣ 15 см аст. Масоҳати секунҷаро ёбед.

2) Дар секунҷаи кундкунҷа асос 5 дм ва баландӣ 8 дм аст. Масоҳаташро ёбед.

3) Масоҳати шакли дар расми 56 тасвирёфтаро ёбед.



Расми 56.

Масъалаҳо

1. Масоҳати росткунҷаро ҳисоб кунед, агар a – дарозӣ, b– бар буда: а) a=8,5 см, b=3,2 см; б) a=4,6 см, b=5,8 см; в) a=200 м, b=300 м бошад.

2. Бари росткунҷаро ёбед, агар масоҳат ва дарозиаш маълум бошанд:

а) a=32 см, S=681,8 см^2; б) a=8 дм, S=1000 дм^2;

в) a=100 м, S=5 га; г) S=4 ар, a=10 м.

3. Агар бар ва дарозии росткунҷаро 2-метрӣ дароз кунем, масоҳаташ чӣ гуна тағйир меёбад?

4. Агар S=40 дм^2 ва a=5 дм бошад, бари росткунҷаро ёбед.

5. Дарозии тарафҳои росткунҷаро ёбед, агар масоҳаташ 25 см^2 буда, нисбати дарозӣ ба бар 5:2 бошад.

6. Бари росткунҷа аз дарозиаш 2 м хурд аст. Агар масоҳаташ 24 м^2 бошад, периметри росткунҷаро ёбед.

7. Бари росткунҷа аз дарозиаш 3 маротиба хурд аст. Агар масоҳаташ 192 см^2 бошад, периметри росткунҷаро ёбед.

8. Аз ду росткунҷаи масоҳаташон 50 см^2 ва 14 см^2 квадрате сохтанд. Тарафи квадратро ёбед.

9. Агар дарозии катетҳои секунҷаи росткунҷа: а) 8 см ва 11 см; б) 1,2 м ва 4 дм бошад, масоҳаташро ёбед.

10. Масоҳати секунҷаи росткунҷа 96 см^2 буда, баландии ба гипотенуза фаровардашуда 4,8 см аст. Дарозии гипотенузаро ёбед.

11. Дар ΔABC a=12 см, h_a=7 см ва h_b=4 см мебошад. Тарафи b-и секунҷаро ёбед.

12. Дар ΔABC a=12 см, b=18 см, c=24 см буда, h_a=20 см аст. Баландиҳои ба тарафҳои b ва с фаровардашударо ёбед.

13. Исбот кунед, ки дар секунҷаи ABC
a:b= $h_в$: h_a ва b:c= h_c: $h_в$ мебошад.

14. Дар секунҷаи росткунҷа с гипотенуза, a ва b катетҳо мебошанд. Исбот кунед, ки $h_c = \frac{a\cdot b}{c}$ аст.

15. Исбот кунед, ки барои дилхоҳ секунҷа

$$S = \frac{P\cdot h_а\cdot h_в\cdot h_c}{2(h_а + h_в + h_c)}$$ аст,

агар P периметр буда, h_a, $h_в$, h_c баландиҳо бошанд.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед:

1. Теорема оид ба масоҳати росткунҷаро баён намуда, доир ба он масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

2. Теорема оид ба масоҳати секунҷаи росткунҷаро баён намуда, вобаста ба он масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

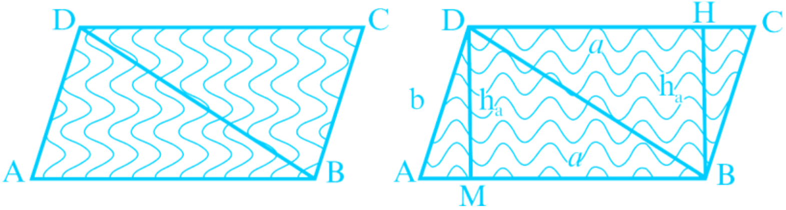
3. Теорема оид ба масоҳати секунҷаро баён намуда, доир ба он масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

4. Вобаста ба периметри квадрат масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

3. Масоҳати параллелограмм, Ромб ва трапетсия

1.Масоҳати параллелограмм

Теорема. *Масоҳати параллелограмм ба ҳосили зарби асос бар баландӣ баробар аст.*



а) *Расми 57.* б)

Маълум: $ABCD$–параллелограмм, $AB=a$–асос, $DM=BH=h_a$–баландӣ.

Матлуб: $S=a\cdot h_a$.

Исбот: Дар расми 57 DB диагонали параллелограмми ABCD мебошад, ки он параллелограммро ба ду секунҷаи баробар ҷудо кардааст. Пас, навишта метавонем.

$$\Delta ABD=\Delta BDC, \qquad S_{ABD=}S_{CDB}=\frac{1}{2}a\cdot h_a;$$

$$S=S_{ABD+}S_{CDB=}\frac{1}{2}a\cdot h_a+\frac{1}{2}a\cdot h_a=a\cdot h_a,\ S=a\cdot h_a.$$

Натиҷа. Агар $AD=b$ ва h_b–баландии ба b фаровардашуда бошад, он гоҳ масоҳати параллелограмм $S=b\cdot h_b$ мебошад.

Супоришҳо. 1) Як тарафи параллелограмм ба 6 см баробар буда, баландии ба ин тараф фаровардашуда: а) 10 см; б) 15 см; в) 6,6 дм; г) 3,4 см мебошад. Масоҳати параллелограммро ёбед.

2) Баландии параллелограмм 16 см буда, масоҳаташ 64 см^2 аст. Асоси параллелограммро ёбед.

3) Тарафҳои параллелограмм 8 см ва 10 см буда, баландии ба яке аз тарафҳо фаровардашуда 6 см аст. Баландии ба тарафи дуюм фуровардашударо ёбед.

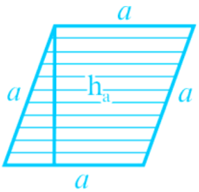
2. Масоҳати ромб

Теорема. *Масоҳати ромб ба ҳосили зарби дарозии тараф ва баландиаш баробар аст.*

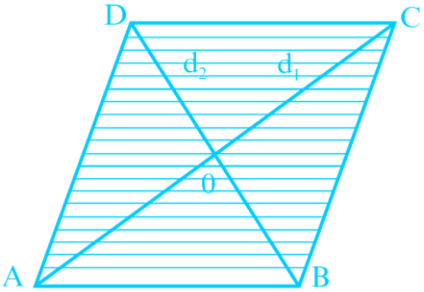
Исбот. Маълум аст, ки ромб яке аз намудҳои паралелограмм аст. Баландӣ ба кадом тарафе, ки фуровардашуда бошад, аҳаммият надорад.

Аз ин рӯ, $S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$ (расми 58).

Теорема. *Масоҳати ромб ба нисфи ҳосили зарби диагоналҳояш баробар аст.*



Расми 58.



Расми 59.

Маълум: *ABCD*–ромб, $AC=d_1$, $DB=d_2$–диагоналҳо.

Матлуб: $S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2$.

Исбот. Дар расми 59 *ABCD* ромб аст, аз ин рӯ $AC\perp DB$ мебошад. Диагоналҳо дар нуқтаи буриш ба ду ҳиссаи баробар тақсим шуда, ромбро ба чор секунҷаи росткунҷа ҷудо мекунанд. Ин секунҷаҳои росткунҷа бо ҳамдигар баробаранд:

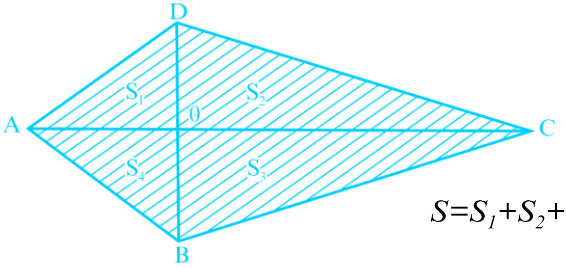
Аз ин ҷо: $\Delta AOB=\Delta BOC=\Delta COD=DOA$;

$$S_{AOB}=S_{BOC}=S_{COD}=S_{DOA}=\frac{1}{2}\cdot\frac{d_1}{2}\cdot\frac{d_2}{2}=\frac{1}{8}\cdot d_1\cdot d_2;$$

$$S_p=4\cdot S_{AOB}=4\cdot\frac{1}{8}d_1\cdot d_2=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2;\qquad S_p=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2.$$

Супоришҳо. 1) Баландии ромб 7 см буда, тарафаш 16 см аст. Масоҳати ромбро ёбед.

2) Диагоналҳои ромб 8 см ва 12 см мебошанд. Масоҳати ромбро ёбед.



$$S=S_1+S_2+S_3+S_4$$

Расми 60.

3). Исбот кунед, ки масоҳати чоркунҷаи дилхоҳи диагоналҳояш перпендикуляр ба нисфи ҳосили зарби диагоналҳо баробар аст.

Нишондод. Аз расми 60 истифода баред: $S=S_1+S_2+S_3+S_4$.

3. Масоҳати трапетсия

Теорема. *Масоҳати трапетсия ба ҳосили зарби нимсуммаи асосҳо бар баландиаш баробар аст.*

Маълум: ABCD – трапетсия, $AB=a$, $DC=b$–асосҳо, $DK=h$–баландӣ.

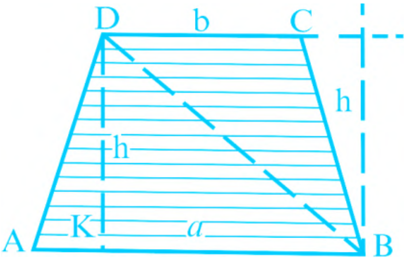
Матлуб: $S=\dfrac{a+b}{2}\cdot h$.

Исбот. Дар расми 61 диагонали DB трапетсияро ба секунҷаҳои ADB ва DBC ҷудо мекунад. Пас,

$$S_{ADB}=\frac{1}{2}\,a\cdot h,\ S_{DBC}\ \frac{1}{2}\,b\cdot h.$$

Аз ин ҷо, $S=S_{ADB}+S_{DBC}=\dfrac{1}{2}a\cdot h+\dfrac{1}{2}\,b\cdot h=\dfrac{a+b}{2}\cdot h;\ S=\dfrac{a+b}{2}\cdot h.$

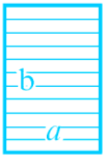
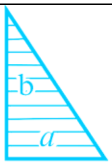
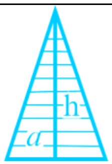
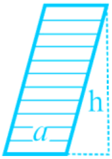
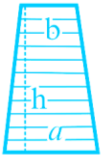
Супоришҳо. 1) Асосҳои трапетсия 5 см ва 15 см мебошанд. Агар баландии трапетсия 9 см бошад, масоҳати трапетсияро ёбед.



Расми 61.

2) Хатти миёнаи трапетсия 18 дм буда, баландиаш 12 дм аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

3) Ҷойҳои холии ҷадвалро пур кунед.

номи шакл	рост-кунҷа	секунҷаи росткунҷа	секунҷа	паралле-лограмм	ромб	трапетсия
Маълум ва матлуб						
S=?					$a\cdot h$	
a=5 см b=3 см h=10 см S=?						
b=h=20см S=40см^2 a=?						
a=15 дм b=1дм S=60дм^2 h=?						
a=8см b=4см h=5см S=?						
a=12 дм b=18дм h=7 дм S=?		108дм^2				

Масъалаҳо

1. Тарафҳои параллелограмм 14 см ва 16 см мебошанд. Агар кунҷи тезаш 30° бошад, масоҳаташро ёбед.

2. Тарафи ромб 12 см буда, кунҷи тезаш 30° аст. Масоҳати ромбро ёбед.

3. Тарафи ромб 20 дм буда, кунҷи кундаш 150° аст. Масоҳати ромбро ёбед.

4. Катети секунҷаи росткунҷа 9 см буда, кунҷи тезаш 45° аст. Масоҳаташро ёбед.

5. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷаро ёбед, агар баландии ба гипотенуза фаровардашуда 4 см буда, катетҳо 8 см ва 12 см бошанд.

6. Исбот кунед, ки агар дар секунҷаи росткунҷа *a* ва *b* катетҳо, **c** гипотенуза ва *h* баландии ба гипотенуза фаровардашуда бошанд, он гоҳ $h=\frac{a\cdot b}{c}$ мебошад.

7. Тарафи паҳлуии секунҷаи баробарпаҳлу 14 см буда, баландии ба он фаровардашуда 10 см аст. Масоҳати секунҷаро ҳисоб кунед.

8. Секунҷаро тарзе ба ду қисм бурида ҷудо кунед, ки аз он қисмҳо параллелограмми баробарбузург сохтан мумкин бошад.

9. Секунҷаро тарзе ба се қисм бурида ҷудо кунед, ки аз он қисмҳо росткунҷаи баробарбузург сохтан мумкин бошад.

10. Исбот кунед, ки масоҳати секунҷа ба ҳосили зарби хатти миёна бар баландӣ баробар аст.

11. Исбот кунед, ки масоҳати параллелограмм, квадрат, ромб, трапетсия ва секунҷа дорои формулаи умумии $S=m\cdot h$ мебошад, агар m–хатти миёна ва *h*–баландӣ бошад.

12. Масоҳати трапетсияро ёбед, агар ҳар ду кунҷи тезаш 45°, асоси хурдаш 18 см ва баландиаш 9 см бошад.

13. Дар трапетсияи росткунҷа асосҳо 24 см ва 18 см буда, кунҷи тез 45° аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

14. Масоҳати ромбро ёбед, агар диагоналҳояш
а) 3,2 см, 14 см; б) 4,6 дм ва 2 дм бошанд.

15. Масоҳати квадратро ёбед, агар диагоналаш 14 см бошад.

16. Диагоналҳои ромб ҳамчун 3:4 нисбат дошта, масоҳаташ 84 $см^2$ аст. Диагоналҳои ромбро ёбед.

17. Трапетсияи масоҳаташ S дода шудааст. а) Параллелограмми масоҳаташ *S*-ро созед; б) Секунҷаи масоҳаташ **S**-ро созед.

18. Масоҳати квадрат ба 81 $дм^2$ баробар аст. Пери-метри квадратро ёбед.

19. Кунҷи байни тарафи *b* ва баландии секунҷа 30° буда, баландӣ бо тарафи дигар кунҷи 45°-ро ташкил медиҳад. Агар баландӣ 4 см ва масоҳати секунҷа 14 $см^2$ бошад, тарафи ***b*** -ро ёбед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Хосиятҳои масоҳатро баён кунед.
2. Масоҳати квадратро чӣ тавр меёбанд?
3. Воҳидҳои масоҳатро номбар кунед.
4. Формулаи масоҳати росткунҷаро исбот кунед.
5. Формулаи масоҳати секунҷаи росткунҷаро исбот кунед.
6. Формулаи масоҳати секунҷаро исбот кунед.
7. Формулаи масоҳати параллелограммро исбот кунед.
8. Формулаи масоҳати ромбро исбот кунед.
9. Формулаи масоҳати трапетсияро исбот кунед.
10. Теорема оид ба масоҳати параллелограммро баён намуда, доир ба он масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.
11. Теорема оид ба масоҳати ромбро баён намуда, доир ба он масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.
12. Теорема оид ба масоҳати трапетсияро баён намуда, доир ба он масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.
13. Вобаста ба периметри квадрат масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

ФАСЛИ IV. ТЕОРЕМАИ ПИФАГОР. МАСОҲАТИ БИСЁРКУНҶА

1. Теоремаи Пифагор

Теорема. *Дар секунҷаи росткунҷа квадрати гипотенуза ба суммаи квадратҳои катетҳо баробар аст.*

Маълум: ΔABC-секунҷаи росткунҷа, $AB=c$-гипотенуза, $BC=a$, $AC=b$-катетҳо (расми 62).

Матлуб: $c^2=a^2+b^2$.

Исбот. Дар расми 62 квадрати ABB_1A_1-И тарафаш С сохта шудааст. Масоҳати он ба $S(ABB_1A_1)=c^2$ баробар аст.

Квадрати $CDKM$ ба воситаи тарафҳои $(a+b)$ сохта шудааст, яъне $CD=CM=DK=KM=a+b$. Масоҳати ин квадрат:

$S_{CDKM}=(a+b)^2$.

Аз тарафи дигар, Шумо чор секунҷаи росткунҷаи баробари ABC, AA_1D, A_1B_1K ва BB_1M-ро мебинед. Аз ин ҷо:

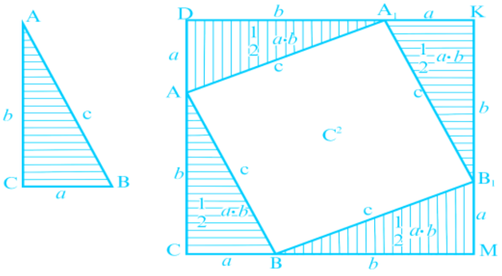
$$S_{ABC}=S_{A_1AD}=S_{BB_1M}=S_{A_1B_1K}=\frac{1}{2}\,a\cdot b.$$

Фаҳмост, ки

$$S_{CDKM}=c^2+4\cdot\frac{1}{2}\,a\cdot b=c^2+2\,a\cdot b.$$

Аз баробариҳои боло ҳосил мекунем:

$c^2+2ab=a^2+b^2+2ab$, $c^2=a^2+b^2$.



Расми 62.

Супоришҳо. 1) Агар катетҳои секунҷаи росткунҷа дода шуда бошанд, гипотенузаро ёбед.

а) a=3 см ва b=4 см; б) a=5 м ва b=12 м; в) a=6 дм ва b=8 дм; г) $\boldsymbol{a}$=10 см ва b=24 см; ғ) a=20 см ва b=15 см.

2) Агар **с** гипотенуза, a ва b катетҳои секунҷаи росткунҷа бошанд, катети номаълумро ёбед.

а) с=5, a=4; б) с=13, b=5; в) с=10, a=8; г) с=2,6, b=2,4; ғ) с=0,25, b=0,2; д) с= $\sqrt{5}$ см, $\boldsymbol{b}$=1 см.

3) Дар секунҷаи росткунҷа **с** гипотенуза a ва b катетҳо буда, **S** масоҳат мебошад. Бо дода шудани гипотенуза ва яке аз катетҳо масоҳати секунҷаро ёбед.

а) a=4 см, с=5 см; б) b=0,3 дм, c=0,5 дм;

в) a=0,8 дм, с=1 дм; г) с=0,025 м, a=0,02 м.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳои зеринро иҷро кунед:

1. Теоремаи Пифагорро баён намуда, онро исбот кунед.
2. Оид ба теоремаи Пифагор масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

2. Масоҳати бисёркунҷаҳо

1. Масоҳати секунҷаи мунтазам

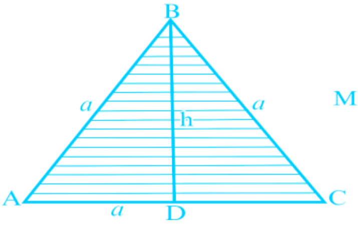
Масъала. Тарафи секунҷаи мунтазам ба $\boldsymbol{a}$ баробар аст. Масоҳаташро ёбед.

Маълум: дар расми 63 ABC секунҷа: $AB=BC=AC=a$.

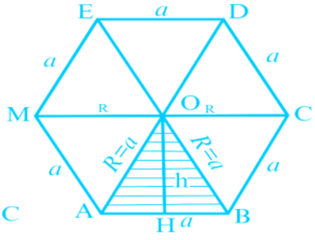
Матлуб: $S=?$

Ҳал. Дар расми 63 $BD=h$ баландии секунҷаи мунтазам буда, он медиана ҳам шуда метавонад.

Аз медиана будани BD бармеояд, ки $AD=DC=\frac{1}{2}\cdot a$.



Расми 63.



Расми 64.

Секунҷаи ADB секунҷаи росткунҷа аст, аз ин ҷо $DB^2=AB^2-AD^2$, $DB^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3a^2}{}$, $DB=\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{a}$**;**

$$S=\frac{1}{2}AC\cdot DB=\frac{1}{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2.$$ **Ҷавоб**: $\mathbf{S}=\frac{\sqrt{3}}{4}\boldsymbol{a}^2$.

2. Масоҳати шашкунҷаи мунтазам

Масъала. Тарафи шашкунҷаи мунтазам ба a баробар мебошад. Масоҳати шашкунҷаи мунтазамро ёбед (расми 64).

Маълум: $ABCDEM$–шашкунҷаи мунтазам.

$AB=BC=CD=DE=EM=AM=a.$

Матлуб: $S=?$

Ҳал. Маркази давраи берункашидаро ба ҳамаи қуллаҳо пайваст мекунем.

Шашкунҷаи мунтазам ба 6 секунҷаи мунтазами тарафи ҳар кадомаш дорои тарафҳои ***a*** ҷудо мешавад, чунки $OA=R=a$.

Аз ин ҷо: $S=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{3}{2}\sqrt{3}\,a^2$.

Ҷавоб: $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}\,a^2$.

3. Масоҳати n-кунҷаи мунтазам

Таъриф. *Порчае, ки маркази n- кунҷаи мунтазамро ба миёнаҷойи тарафаш пайваст мекунад, апофемаи n- кунҷаи мунтазам ном дорад.*

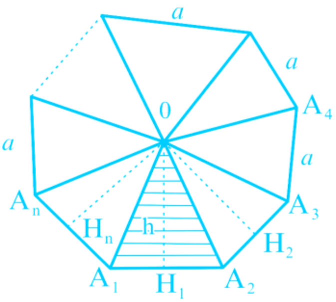
Дар расми 64 порчаи $OH=h$ апофемаи шашкунҷаи мунтазам мебошад.

Теорема. *Масоҳати n- кунҷаи мунтазам ба ҳосили зарби нимпериметри он бар апофема баробар аст.*

Маълум: дар расми 65 $A_1A_2A_3....A_n$ – n кунҷаи мунтазам, ***a***-тараф ва **h-**апофема.

Матлуб: $S_n=\frac{1}{2}\cdot P_n\cdot h.$

Исбот. Агар мо маркази n-кунҷаро ба қуллаҳо пайваст кунем, **n-**то секунҷаи баробарпаҳлуи бо ҳамдигар баробари асосашон ***a***-ро ҳосил мекунем, яъне



Расми 65.

$\Delta A_1OA_2=\Delta A_2OA_3=\ldots=\Delta A_n\,OA_1$.

Баландиҳои ҳамаи секунҷаҳо ҳамчун апофемаҳои n-кунҷа буда, бо ҳамдигар баробаранд. Масоҳати як секунҷаро ҳисоб карда, ба n зарб мекунем: $OH_1=OH_2=\ldots=OH_n=h;$

$$S_n=n\cdot S_{A1OA2}=n\cdot\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}\,P_n\cdot h;$$

$P_n=na$-периметри **n-**кунҷа аст. Инак, $S_n=\frac{1}{2}\,na\cdot h=\frac{1}{2}\,P_n\cdot h$.

Эзоҳ. Азбаски дар n-кунҷаи мунтазам апофема $h=r_n$ радиуси давраи дарункашида мебошад, формулаи масоҳати n-кунҷаи мунтазамро чунин навиштан мумкин аст:

$$S_n=\frac{1}{2}\,na\cdot r_n \quad \text{ё} \quad S_n=\frac{1}{2}\cdot P_n\cdot r_n.$$

Супоришҳо. 1) Агар дар n-кунҷаи мунтазам R ва r-радиусҳои давраҳои берункашида ва дарункашида, a_n тарафаш бошад, исбот кунед, ки $a_n=2\cdot\sqrt{R^2-r^2}$ аст.

2) Барои секунҷа, чоркунҷа ва шашкунҷаи мунтазам, ки тарафҳояшон маълум аст, радиусҳои давраҳои дарун- кашида ва берункашидаро ёбед.

4. Масоҳати бисёркунҷаҳои ғайримунтазам

Барои ҳисоб кардани масоҳати бисёркунҷаҳои ғайримунтазам формулаи ягона мавҷуд нест. Аксар вақт ба воситаи гузаронидани диагоналҳо ва дигар порчаҳои ёрирасон бисёркунҷаро ба секунҷаҳо, чоркунҷаҳо ва трапетсияҳо ҷудо карда, суммаи масоҳатҳои қисмҳои ҳосилшударо меёбанд.

Масъала. Масоҳати бисёркунҷаи дар расми 66 тасвирёфтаро ёбед.

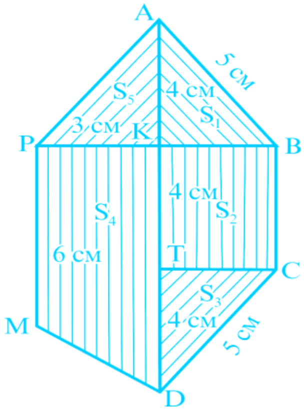
Маълум: $ABCDMP$–бисёркунҷаи ғайримунтазам.

$AB=CD=5$ см,

$BC=AK=KT=TD=4$ см,

$BK=CT=KP=3$ см,

$PM=6$ см.



Расми 66.

Матлуб: S.

Ҳал. Бисёркунҷаи расми 66 ба воситаи гузаронидани порчаҳои ёрирасон ба 5 қисм ҷудо карда шудааст. Пас,
$S= S_1+ S_2+ S_3+ S_4+ S_5$.
Формулаҳои мувофиқро истифода карда, ҳосил мекунем:

$$S_1=\frac{1}{2}AK\cdot BK=\frac{1}{2}\cdot 4\text{см}\cdot 3\text{см}=6\text{ см}^2;$$

$S_2=KT\cdot BK=4\cdot 3=12$ см^2; $S_3=S_1=6$см^2;
$KD=4$см$+4$см$=8$ см;

$$S_4=\frac{\text{KD}+\text{PM}}{2}\cdot\text{PK}=\frac{8+6}{2}\cdot 3=21\text{ см}^2;$$

$$S_5=\frac{1}{2}PK\cdot AK=\frac{1}{2}\cdot 3\text{см}\cdot 4\text{см}=6\text{ см}^2.$$

Инак, $S=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=6\text{см}^2+12\text{см}^2+6\text{см}^2+21\text{см}^2+6\text{см}^2=51\text{ см}^2$.

Ҷавоб: 51 см^2.

Масъалаҳо

1. Дар секунҷаи росткунҷа яке аз катетҳо ба 12 см ва гипотенуза ба 13 см баробар аст. Катети дуюмро ёбед.

2. Оё тарафҳои секунҷаи росткунҷа ба ададҳои 3, 4, 5, мутаносиб шуда метавонанд?

3. Тарафи квадрат ба *a* баробар аст. Диагонали квадратро ёбед.

4. Дар секунҷаи росткунҷа кунҷи тез 45° буда, катет 8 см аст. Дарозии гипотенузаро ёбед.

5. Дар секунҷаи баробарпаҳлу баландии ба асос фаровардашуда 3 см буда, тарафи паҳлуӣ 5 см аст. Асоси секунҷаро ёбед ва масоҳаташро ҳисоб кунед.

6. Тарафҳои росткунҷа 6 см ва 8 см мебошанд. Диагонали росткунҷаро ёбед.

7. Диагоналҳои ромб 40 дм ва 30 дм мебошанд. Тарафи ромбро ёбед.

8. Дар ромб яке аз диагоналҳо 8 см буда, тараф ба 5 см баробар аст. Диагонали дуюм ва масоҳати ромбро ёбед.

9. Дар трапетсияи баробарпаҳлу асосҳо 13 см ва 7 см буда, тарафи паҳлуӣ 5 см аст. Баландии трапетсияро ёбед.

10. Дар трапетсияи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 13 см буда, баландӣ 12 см мебошад. Агар асоси хурд 10 см бошад, асоси калон ва масоҳати трапетсияро ёбед.

11. Баландии секунҷаи росткунҷа гипотенузаро ба порчаҳои дарозиашон 4 см ва 6 см ҷудо мекунад. Агар баландӣ ба 3 см баробар бошад, катетҳои секунҷаи росткунҷаро ёбед.

12. Кунҷи тези секунҷаи росткунҷа 30° буда, гипотенуза 10 см аст. Катетҳои секунҷаи росткунҷа ва масоҳаташро ёбед.

13. Масоҳати секунҷаи баробартарафи тарафаш a-ро ёбед, агар a дорои қиматҳои 4 см, 8 см ва 10 см бошад.

14. Масоҳати секунҷаи росткунҷаи баробарпаҳлуи гипотенузааш c-ро ёбед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед.

1. Теоремаи Пифагорро баён намоед.

2. Теоремаи Пифагорро исбот кунед.

3. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа гипотенуза аз катети дилхоҳ калон аст.

4. Катети секунҷаи росткунҷа ба воситаи гипотенуза ва катети дигар чӣ тавр ифода мешавад?

5. Формулаи масоҳати секунҷаи мунтазамро исбот кунед.

6. Формулаи масоҳати шашкунҷаи мунтазамро исбот кунед.

7. Формулаи масоҳати n-кунҷаи мунтазамро исбот кунед.

8. Формулаи масоҳати бисёркунҷаи номунтазамро чӣ тавр меёбанд?

9. Радиуси давраҳои дарункашида ва берункашидаро барои чоркунҷаи мунтазам ёбед.

10. Радиуси давраҳои дарункашида ва берункашидаро барои ҳашткунҷаи мунтазам ёбед.

11. Масоҳати секунҷаи мунтазамро шарҳ дода, оид ба он масъала тартиб диҳед.

12. Масоҳати шашкунҷаи мунтазамро шарҳ дода, оид ба он масъала тартиб диҳед.

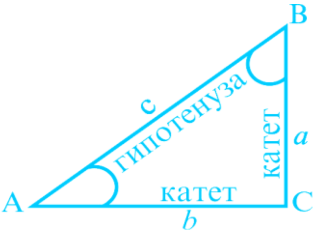
13. Масоҳати n – кунҷаи мунтазамро шарҳ дода, оид ба он масъала тартиб диҳед.

14. Масоҳати бисёркунҷаи ғайримунтазамро шарҳ дода, оид ба он масъала тартиб диҳед.

ФАСЛИ V. ФУНКСИЯҲОИ ТРИГОНОМЕТРӢ

1. Таърифи функсияҳои тригонометрӣ

Дар секунҷаи росткунҷаи ABC: a- катети муқобили кунҷи α ; b- катети ба кунҷи α часпида ва c гипотенуза ном дорад. (Расми 67).



Расми 67.

Таърифҳо:

1) *Дар секунҷаи росткунҷа нисбати катети ба кунҷи α муқобил ба гипотенуза синуси кунҷи α ном дорад, яъне*

$$\frac{BC}{AB}=\frac{a}{c}=\sin\alpha$$

(синус мухтасар sin навишта мешавад).

2) *Дар секунҷаи росткунҷа нисбати катети ба кунҷи α часпида ба гипотенуза косинуси кунҷи α ном дорад, яъне*

$$\frac{AC}{AB}=\frac{в}{c}=cos\alpha$$

(косинус мухтасар cos навишта мешавад).

3) *Дар секунҷаи росткунҷа нисбати катети ба кунҷи α муқобил ба катети ба кунҷи α часпида, тангенси кунҷи α ном дорад, яъне*

$$\frac{BC}{AC}=\frac{a}{b}=\text{tg}\alpha$$

(тангенс мухтасар tg навишта мешавад).

4) *Дар секунҷаи росткунҷа нисбати катети ба кунҷи α часпида ба катети муқобили ин кунҷ, котангенси кунҷи α ном дорад, яъне*

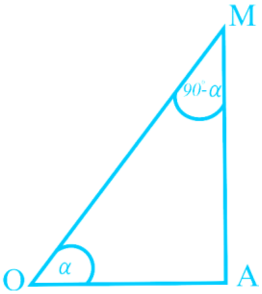
$$\frac{AC}{BC}=\frac{b}{a}=\text{ctg}\alpha$$

(котангенс мухтасар ctg навишта мешавад).

2. Баъзе натиҷаҳо аз таърифҳо

Дар расми 68 порчаҳои OA ва AM катетҳо ва порчаи OM- гипотенузаи ΔAOM мебошад.

OA катети муқобили кунҷи $90^\circ-\alpha$ буда, AM катети ба он часпида мебошад.



Расми 68.

Таърифҳои дар боло овардашуда дар ин ҳолат ба баробариҳои зерин мувофиқ меоянд:

1). $\frac{AM}{OM}$ =cos (90°–α) ё $\frac{AM}{OM}$ =sinα,

аз ин ҷо cos (90°–α)= sinα;

2). $\frac{OA}{OM}$ = sin (90°–α) ё $\frac{OA}{OM}$ =cosα,

аз ин ҷо sin (90°–α)= cosα;

3). $\frac{MA}{OA}$ =ctg (90°–α) ё $\frac{MA}{OA}$ =tgα,

аз ин ҷо ctg (90°–α)= tgα;

4). $\frac{OA}{MA}$ =tg (90°–α) ё $\frac{OA}{MA}$ =ctgα,

аз ин ҷо tg (90°–α)= ctgα.

Масалан, агар α=60° бошад, он гоҳ:

cos30°=cos(90°–60°)=sin60° ё cos30°= sin60°;

sin30°= sin(90°–60°)= cos60° ё sin30°= cos60°;

tg30°=tg(90°–60°)=ctg60° ё tg30°=ctg60°.

ctg30°=ctg(90°–60°)=tg60° ё ctg30°=tg60°.

Супоришҳо. 1). Агар α=1°, 10°, 20°, 40°, 45° бошад, муайян кунед, ки sinα ба косинуси кадом кунҷ баробар аст?

2). Барои кадом қимати α функсияҳои синус ва косинус, тангенс ва котангенс дорои аргументи якхелаанд?

3). Барои кадом қимати α катетҳо дарозии якхела доранд?

3. Айниятҳои асосии тригонометрӣ

1) Шумо аллакай бо чор айнияти асосии тригонометрӣ шинос шудаед:

1) sin(90°–α)= cosα,
2) cos(90°–α)=sinα,
3) tg(90°–α)=ctgα,
4) ctg(90°–α)=tgα.

2) Ба Шумо аз расми 69 маълум аст, ки sinα= $\frac{AM}{OM}$

ва $\cos\alpha = \dfrac{OA}{OM}$ мебошад. Аз ин формулаҳо ҳосил мекунем:

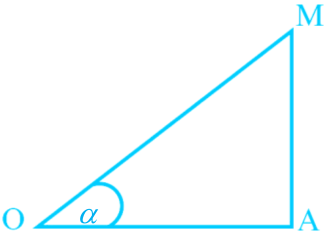
а) $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{AM}{OM} : \dfrac{OA}{OM} = \dfrac{AM}{OA} = \mathrm{tg}\alpha$, яъне $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ . . . . . (5)

б) $\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{OA}{OM} : \dfrac{AM}{OM} = \dfrac{OA}{AM} = \mathrm{ctg}\alpha$, аз ин ҷо $\mathrm{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ . . . .(6)

в) Формулаҳои (5) ва (6)-ро зарб мекунем:

$\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{cos\alpha} \cdot \dfrac{cos\alpha}{Sin\alpha} = 1$, аз ин ҷо $\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = 1$ . . . . (7)

г) Аз формулаи (7) ctgα-ро меёбем: $\mathrm{ctg}\alpha = \dfrac{1}{tg\alpha}$ . . . . (8)



Расми 69.

3) Дар расми 69 секунҷаи *OAM* секунҷаи росткунҷа мебошад.

Мувофиқи теоремаи Пифагор: $AM^2 + OA^2 = OM^2$.

Ҳамаи аъзои ин баробариро ба OM^2 тақсим мекунем:

$$\left(\frac{AM}{OM}\right)^2 + \left(\frac{OA}{OM}\right)^2 = 1.$$

Азбаски $\dfrac{AM}{OM} = \sin\alpha$ ва $\dfrac{OA}{OM} = \cos\alpha$ мебошанд,

пас, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ .... (9)

Ин баробарӣ яке аз айниятҳои асосии тригонометрӣ мебошад.

Дар ин айният $\cos^2\alpha$-ро ба тарафи рост гузаронида, ҳосил мекунем: $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ .... (10)

ё $\sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha}$ .... (11)

Агар $\sin^2\alpha$-ро дар формулаи (9) ба тарафи рост гузаронем, он гоҳ ҳосил мекунем $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ .... (12)

ё $\cos\alpha = \pm\sqrt{1 \qquad \alpha}$ .... (13)

4) а). Агар дар айнияти $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ҳамаи аъзоҳоро ба $\cos^2\alpha$ тақсим кунем, он гоҳ:

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1=\frac{1}{\cos^2\alpha} \text{ ё } 1+\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

б). Дар ҳамон айният ҳамаи узвҳоро ба $\sin^2\alpha$ тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$1+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha} \text{ ё } 1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

Инак, Шумо бо айниятҳои зерин шинос шудед:

1). $\sin\alpha = \cos(90°-\alpha)$

2). $\cos\alpha = \sin(90°-\alpha)$

3). $\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{ctg}(90°-\alpha)$

4). $\mathrm{ctg}\alpha = \mathrm{tg}(90°-\alpha)$

5). $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

6). $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

7). $\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha= 1$

8). $\mathrm{ctg}\alpha= \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}$

9). $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha =1$

10). $\sin^2\alpha =1- \cos^2\alpha$

11). $\cos^2\alpha =1- \sin^2\alpha$

12). $\sin\alpha= \sqrt{1-\qquad\alpha}$

13). $\cos\alpha= \sqrt{1-\sin\ \alpha}$

14). $1+ \mathrm{tg}^2\alpha=$

15). $1+ \mathrm{ctg}^2\alpha=$

Супоришҳо

Дар машқҳои 1-5 айниятҳоро исбот кунед:

1. $\frac{\sin 60^\circ+\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ}=2;$

Исбот. $\frac{\sin 60^\circ+\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ}=\frac{\sin(90^\circ-30^\circ)+\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ}=$

$=\frac{\cos 30^\circ+\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ}=\frac{2\cdot\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ}=2.$

2. $\cos 70°\cdot\sin 20°+\cos 20°\cdot\sin 70°=1;$

3. $\dfrac{tg55^\circ + ctg35^\circ}{2 \cdot ctg35^\circ}$ =1;

4. $(1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha)=\cos^2\alpha$;

5. $\dfrac{(1-\sin\alpha)\cdot\sin\alpha-\cos^2\alpha}{\sin\alpha-1}$ $=\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}(90^\circ-\alpha)$.

Дар машқҳои 6 -17 ифодаҳоро сода кунед:

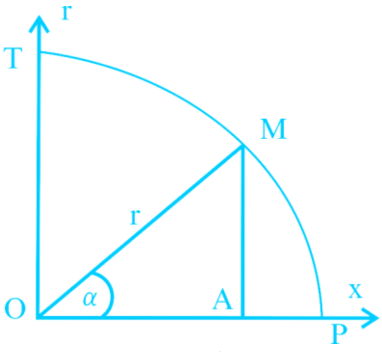
6. $(1+\cos\alpha)\cdot(1-\cos\alpha)$;
7. $1+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$;
8. $\sin\alpha-\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha$;
9. $\mathrm{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha\cdot\mathrm{tg}^2\alpha$;
10. $\mathrm{tg}^2\alpha\cdot(2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-1)$;
11. $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$;
12. $\cos^2\alpha+\mathrm{tg}^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$;
13. $\sin^2 2^\circ+\sin^2 2^\circ\cdot\mathrm{ctg}^2 2^\circ$;
14. $\sin 87^\circ\cdot\mathrm{tg}\,3^\circ\cdot\sin 3^\circ+\cos 87^\circ\cdot\mathrm{ctg}\,3^\circ\cdot\cos 3^\circ$;
15. $\sin 30^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot\mathrm{tg}\,75^\circ\cdot\mathrm{ctg}\,75^\circ+\cos^2 30^\circ$.;
16. $\sin 45^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot\mathrm{tg}\,75^\circ\cdot\mathrm{ctg}\,75^\circ+\cos^2 30^\circ$.;
17. $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$.

4. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии баъзе кунҷҳо

а. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии бузургиашон 0° ва 90°

Дар расми 70 аз маркази О бо радиуси $r=OM$ камони бузургиаш 90° сохта шудааст. Маълум, ки $OP=OM=OT=r$.

Бигзор нуқтаи М қад-қади камони давра ҳаракат карда, ба мавқеи нуқтаи Т оварда шавад.



Расми 70.

Он гоҳ катети AM ба порчаи OT табдил меёбад. Гипотенузаи OM дар натиҷаи чунин ҳаракат ба ҳолати OT омада, ба Хатти рости OX перпендикуляр мешавад. Катети OA оҳиста-оҳиста кӯтоҳ шуда, дарозиаш ба 0 баробар мешавад; кунҷи α зиёд шуда ба 90° баробар мешавад.

Дар натиҷа:

$$\sin 90° = \frac{OT}{OT} = 1; \quad \cos 90° = \frac{0}{OT} = 0;$$

$$\operatorname{tg} 90° = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0} = \infty; \quad \operatorname{ctg} 90° = \frac{\cos 90^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{0}{1} = 0;$$

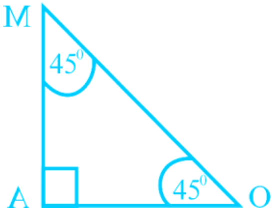
$$\sin 0° = \cos(90° – 0°) = \cos 90° = 0; \ \cos 0° = \sin(90° – 0°) = \sin 90° = 1.$$

$$\operatorname{tg} 0° = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0, \quad \operatorname{ctg} 0° = \frac{\cos 0^\circ}{\sin 0^\circ} = \frac{1}{0} = \infty.$$

Инак, $\sin 90°=1$, $\cos 90°=0$, $\operatorname{tg} 90°=\infty$, $\operatorname{ctg} 90°=0$.
$\sin 0°=0$, $\cos 0°=1$, $\operatorname{tg} 0°=0$, $\operatorname{ctg} 90°=\infty$.

б. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии кунҷи бузургиаш 45°

Агар $\angle AOM = \alpha = 45°$ бошад, он гоҳ дар расми 71 секунҷаи росткунҷаи OAM баробарпаҳлу мешавад, яъне $AM = OA$. Дар натиҷа:



Расми 71.

$$\operatorname{tg} 45° = \frac{AM}{OA} = \frac{OA}{OA} = 1;$$

$$\operatorname{ctg} 45° = \operatorname{tg}(90° – 45°) = \operatorname{tg} 45° = 1.$$

Аз айнияти

$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ ҳосил мекунем: $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1 + tg^2\alpha}$.

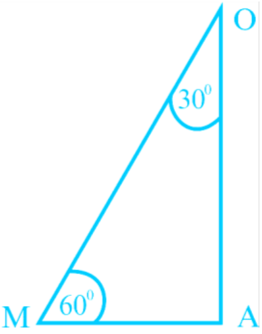
Аз ин ҷо, $\cos^2 45° = \dfrac{1}{1 + tg^2 45^\circ} = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$; $\cos^2 45^0 = \dfrac{1}{2}$

ва $\cos 45° = \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ҳамин тариқ, $\sin 45° = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\operatorname{tg} 45° = \operatorname{ctg} 45° = 1$.

в. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии кунҷҳои бузургиашон 30° ва 60°

Дар секунҷаи росткунҷаи OAM, агар кунҷи $\alpha = 30°$ бошад, он гоҳ катети муқобили ин кунҷ ба нисфи гипотенуза OM баробар аст, яъне $AM = \frac{1}{2} \cdot OM$ ё $OM = 2 \cdot AM$ (расми 72).



Расми 72.

Дар натиҷа: а) $\sin 30° = \frac{AM}{OM} = \frac{AM}{2 \cdot AM} = \frac{1}{2}$;

$\cos 60° = \sin(90° - 60°) = \sin 30° = \frac{1}{2}$;

б) $OA^2 + AM^2 = OM^2$,

$OA^2 = OM^2 - AM^2 = 4AM^2 - AM^2 = 3 \cdot AM^2$,

$OA = \sqrt{3}\, AM$,

$\cos 30° = \sin 60° = \frac{OA}{OM} = \frac{\sqrt{3} \cdot AM}{2 \cdot AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\operatorname{tg} 30° = \operatorname{ctg} 60° = \frac{AM}{OA} = \frac{AM}{\sqrt{3} \cdot AM} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\operatorname{tg} 60° = \operatorname{ctg} 30° = \frac{OA}{AM} = \frac{\sqrt{3} \cdot AM}{AM} = \sqrt{3}$.

Инак, $\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$,

$\cos 30° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\operatorname{tg} 30° = \operatorname{ctg} 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\operatorname{ctg} 30° = \operatorname{tg} 60° = \sqrt{3}$.

Қиматҳои функсияҳои тригонометриро дар шакли ҷадвали зерин менависем:

α Ф-я	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg	0	$1/\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
ctg	∞	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Машқҳо

1. Қимати ифодаро ёбед:

а). $\sin 0°+\cos 60°\cdot\sin 30°$;

б). $\mathrm{tg}\, 45°+\mathrm{ctg}\, 30°\cdot\mathrm{ctg}\, 60°$;

в). $\sin 45°\cdot\cos 45°+\sin 60°\cdot\cos 30°$;

г). $\dfrac{tg30^\circ + tg60^\circ}{1+tg30^\circ \cdot tg60^\circ}$; ғ). $\dfrac{\sin 90^\circ \cdot \cos 0^\circ + \cos 60^\circ}{\sin 0^\circ \cdot \sin 90^\circ + \sin 30^\circ}$.

2. Қиматҳои функсияҳоро ба воситаи калкулятор ё ҷадвали чоррақамаи Брадис ёбед:

а). sin 22°; ғ). cos 68°; ж). tg 61°;
б). sin 22°36'; д). cos 68°18'; з). tg 62°15';
в). sin 22°48'; е). cos 68°23'; и). tg 8°30';
г). sin 22°41'; ё). cos 68°54'; к). tg 84°.;

3. Бузургии кунҷи x-ро ёбед (x-кунҷи тез):

а). sinx=0; ғ). sinx=$\frac{1}{2}$; ж). sinx=$\frac{\sqrt{3}}{2}$;

б). cosx=0; д). cosx=$\frac{\sqrt{3}}{2}$; з). cosx=1;

в). tgx=0; е). tgx=$\frac{1}{\sqrt{3}}$; и). tgx=1;

г). ctgx=0; ё). ctgx=$\sqrt{3}$; к). ctgx=1.

4. Бузургии кунҷи x-ро бо ёрии калкулятор ё ҷадвали чоррақамаи Брадис ёбед:

а). sinx=0,0175;
б). sinx=0,5015;
в). cosx=0,6814;

г). cosx=0,0670;
ғ). tgx=1,7000;
д). tgx=3,4.

5. Қиматҳои sinα ва tgα-ро ёбед, агар cosα=$\frac{5}{13}$ бошад.

Ҳал. Аз айнияти sinα=$\sqrt{1-cos^2\alpha}$ истифода мебарем:

sinα=$\sqrt{1\quad\left(\frac{5}{13}\right)}=\frac{12}{13}$, sinα=$\frac{12}{13}$.

Аз ин ҷо: tgα=$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{12}{13}:\frac{5}{13}=\frac{12}{5}=2{,}4$; tgα=2,4.

Ҷавоб: sinα=$\frac{12}{13}, tg\alpha=2{,}4$.

6. Қиматҳои sinα ва tgα-ро ёбед, агар:

а). cosα=$\frac{15}{17}$, б). cosα=0,6, в). cosα=0,03.

7. Қиматҳои cosα ва tg-ро ёбед, агар:

а). sinα=$\frac{3}{5}$, б). sinα=$\frac{40}{41}$, в). sinα=0,8.

8. Айниятҳоро исбот кунед:

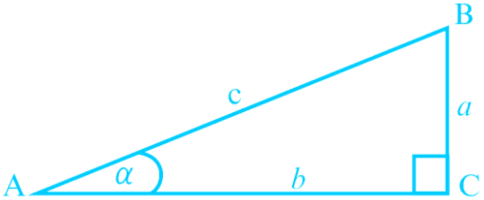
а) $\frac{1+\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}$=tg$^2\alpha$ б) sin^2 4°+cos^2 4°+sin 30°=1,5

в) tg 20°·ctg 20°+ sin 30°+ sin^2 5°+cos^{2}5°=2,5.

г. Масъалаҳо доир ба секунҷаи росткунҷа

1). Вобастагии тарафҳо ва кунҷҳои секунҷаи росткунҷа

Дар расми 73 секунҷаи росткунҷаи ABC тасвир ёфтааст. Гипотенуза: $AB=c$, катетҳо: $BC=a$ ва $AC=b$ мебошанд.



Расми 73.

Пас, 1) $\frac{}{c}$= sinα ё a=c·sinα ;   3) $\frac{}{b}$= tgα ё   a=b·tgα ;

2) $\frac{b}{c}$ = cosα ё в=c· cosα ;   4) $-$= ctgα ё b=a·ctgα .

Ба воситаи ин чор формула, теоремаи Пифагор ва формулаи масоҳати секунҷаи росткунҷа як қатор масъалаҳоро доир ба секунҷаи росткунҷа ҳал кардан мумкин аст.

2). Масъалаи 1. Дар секунҷаи росткунҷа гипотенуза ба 13 см баробар буда, кунҷи тез 60° аст. Катетҳо, кунҷи масоҳат ва дигари секунҷаи росткунҷаро ёбед.

Маълумҳо: ΔABC–секунҷаи росткунҷа, $\angle C$=90°,$\angle A$=60°, **с**=13см. (расми 73).

Матлубҳо: $\angle B$, *a*, *b*, *S*.

Ҳал. 1) $\angle$A+$\angle B$=90°, $\angle B$=90°-$\angle A$=90°-60° =30°, $\angle B$=30°;

2) $\boldsymbol{a}$=**с**·sinα =13 см· sin 60°=13·$\frac{\sqrt{3}}{2}$ см=6,5·$\sqrt{3}$ см, $\boldsymbol{a}$=6,5·$\sqrt{3}$ см;

3) $\boldsymbol{b}$=**с**· cosα =13 см· cos 60°=13·$\frac{1}{2}$ см=6,5 см, b=6,5 см.

S=$\frac{1}{2}$ ·a·b=$\frac{1}{2}$ ·6,5$\sqrt{3}$·6,5см^2=21,125$\sqrt{3}$ см^2, S=21,125$\sqrt{3}$ см^2.

Ҷавоб: a=6,5$\sqrt{3}$ см, b=6,5 см, $\angle B$=30°, S=21,125$\sqrt{3}$ см^2.

3). Масъалаи 2. Кунҷи α -ро созед, агар tgα =0,7 бошад.

Низоми сохтан: 1). tgα =0,7=$\frac{7}{10}$,

2). Интихоби порчаи воҳидӣ, 1*в*=0,5см,

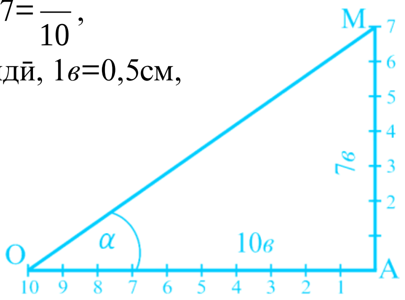
3). Сохтани ∠OAM=90°,

4). Сохтани AM=7 ***в***,

5). Сохтани AO=10 ***в***,

6). Сохтани OM.

Матлуб: ∠AOM=α.



Расми 74.

Масъалаҳо

1. Аз рӯйи гипотенуза ва кунҷи тези додашуда элементҳои дигари секунҷаи росткунҷаро ёбед:

а) **c**=2, α =20°;
б) **c**=4, α =30°;
в) **c**=3, α =70°;
г) **c**=25, α =42°;
ғ) **c**=16, α =60°
д) **c**= $\sqrt{2}$, α =45°

2. Аз рӯйи ду катети додашуда элементҳои дигари секунҷаи росткунҷаро ёбед:

а) a=3, b=4.
б) a=9, b=40.
в) a=20, b=21.
г) a=10, b=10.
ғ) a=11, b=60.
д) a=12, b=5.

3. Аз рӯйи гипотенуза ва катети додашуда элементҳои боқимондаи секунҷаи росткунҷаро ёбед.

а) c=13, a=15;
б) c=25, b=20;
в) c=10, b=8;
г) c=5, a=3;
ғ) c=27, a=7;
д) c=85, b=84.

4. Аз рӯйи катет ва кунҷи тези додашуда элементҳои боқимондаи секунҷаи росткунҷаро ёбед.

а) a=5, β =30°;
б) a=5, α =30°;
в) $\boldsymbol{b}$=16, α =60°;
г) $\boldsymbol{b}$=16, β =60°;
ғ) a=1, α =45°;
д) a=4, β =45°.

5. Кунҷи α -ро созед, агар:

а). $\cos\alpha = \frac{4}{7}$;
б). $\sin\alpha = \frac{4}{7}$;
в). $\sin\alpha$ =0,5;
г). $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{3}{5}$;
ғ). $\cos\alpha = \frac{1}{2}$;
д). $\mathrm{tg}\,\alpha$ =1.

6. Дар секунҷаи росткунҷа кунҷи тез 60° аст. Баландӣ гипотенузаро дар нисбати 11:33 тақсим мекунад. Баландӣ ва катетҳоро ёбед.

7. Исбот кунед, ки масоҳати параллелограмм ба ҳосили зарби ду тараф ва синуси кунҷи байни тарафҳо баробар аст.

Дар расми 75:

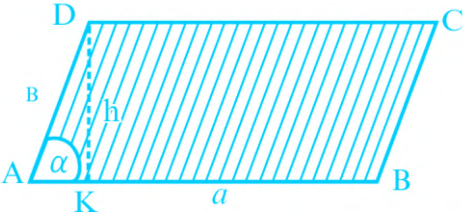
Маълум: a, b, α .

Матлуб: $S= a\cdot b\cdot \sin\alpha$.

Исбот. Маълум аст, ки $S=a\cdot h$.

Дар ΔAKD: $DK= h$; $h=b\cdot \sin\alpha$ мебошад, аз ин ҷо

$S= a\cdot b\cdot \sin\alpha$.



Расми 75.

8. Исбот кунед, ки масоҳати ромби тарафаш ***a*** ва кунҷи тезаш α ба $\mathbf{S}=a^2\sin\alpha$ баробар аст.

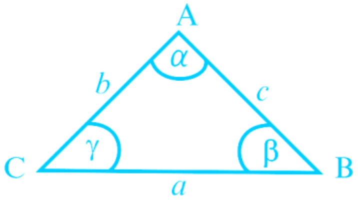
9. Исбот кунед, ки масоҳати дилхоҳ секунҷаи ABC бо яке аз формулаҳои зерин ёфта мешавад:

$$S=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin\angle B,\ S=\frac{1}{2}BC\cdot ACsin\angle C,\ S=\frac{1}{2}AB\cdot AC\ sin\angle A$$

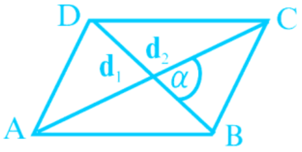
ё $S=\frac{1}{2}a\cdot b\sin\gamma$, $S=\frac{1}{2}a\cdot c\sin\beta$, $S=\frac{1}{2}b\cdot c\sin\alpha$.

10. Исбот кунед, ки масоҳати чоркунҷаи барҷаста ба нисфи ҳосили зарби диагоналҳо ва синуси кунҷи байни онҳо баробар аст, яъне

$S=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD\sin\alpha$ ё $S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2\sin\alpha$, $\alpha=(\widehat{d_1,d_2})$.



Расми 75 а).



Расми 75 б).

Хулосаҳо

Аз ҳалли масъалаҳои боло формулаҳои зерин ҳосил мешаванд:

1. $S=a\cdot b\cdot\sin\alpha$ барои параллелограмм, a ва b–тарафҳо, α - кунҷи байни онҳо.

2. $S=a^2\cdot\sin\alpha$ барои ромб, a–тараф, α -кунҷ.

3. $S=\frac{1}{2}a\cdot b\ \sin\gamma$, $S=\frac{1}{2}bc\ \sin\alpha$, $S=\frac{1}{2}a\cdot c\ \sin\beta$, a, b ва с тарафҳо, α, β ва γ -кунҷҳои секунҷа.

4. $S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2\ \mathrm{Sin}\,\alpha$ барои дилхоҳ чоркунҷаи барҷаста, d_1 ва d_2 – диагоналҳо, α -кунҷи байни диагоналҳо.

Барои масоҳати параллелограмм, росткунҷа, секунҷа, ромб, квадрат ва трапетсия боз кадом формулаҳо мавҷуданд?

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Катет чист?

2. Гипотенуза чист?

3.Таърифи синус, косинус, тангенс ва котангенсро баён кунед.

4. Формулаҳои функсияҳои тригонометриро барои кунҷҳои 90°-α нависед.

5. Айниятҳои асосии тригонометриро нависед ва яке аз онҳоро исбот кунед.

6. Қиматҳои функсияҳои тригонометриро барои кунҷҳои 30°, 45° ва 60° исбот кунед.

7. Формулаи $s=a\cdot b\cdot \sin\alpha$ -ро барои параллелограмм исбот кунед.

8.Синус, косинус, тангенс ва котангенси кунҷи α -ро шарҳ диҳед.

9. Натиҷаҳои таърифҳоро шарҳ диҳед.

10. Айниятҳои асосии тригонометриро нависед ва оид ба онҳо мисолҳо тартиб диҳед.

11. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии баъзе кунҷҳоро ҳосил намоед.

12. Оид ба вобастагии тарафҳо ва кунҷҳои секунҷаи росткунҷа масъалаҳои гуногун тартиб диҳед.

ФАСЛИ VI.   ҲАРАКАТ

Дар ин фасл шумо бо намудҳои гуногуни ҳаракат шинос мешавед. Ҳаракат яке аз намудҳои табдилдиҳиҳои геометрӣ мебошад. Шумо ба таъриф ва хосиятҳои он дар охири ин боб шинос хоҳед шуд.

Агар нуқтаҳои ягон шаклро кӯчонда, шакли дигареро ҳосил кунем, он гоҳ мегӯянд, ки ин шакл аз шакли аввала ба воситаи табдилдиҳии геометрӣ ё ҳаракат ҳосил шудааст.

Симметрияи марказӣ, симметрияи тирӣ, параллелкӯчонӣ ва гардиш намудҳои табдилдиҳиҳои геометрӣ ва ҳаракатҳо мебошанд.

1. Симметрияи марказӣ

1. Фигураҳои нисбат ба марказ симметрӣ

Расми 76.

Таъриф. *Нуқтаи A_1 ба нуқтаи A нисбат ба маркази O симметрӣ номида мешавад, агар нуқтаи O миёнаҷойи порчаи AA_1 бошад* (расми 76).

Калимаи «симметрия» дар тарҷума ба забони тоҷикӣ маънои «баробармасофа»-ро дорад.

Таъриф. *Шакли Φ_1 ба шакли Φ нисбат ба маркази O симметрӣ номида мешавад, агар нуқтаи дилхоҳи X_1 аз Φ_1 ба ягон нуқтаи X аз Φ нисбат ба марказ O симметрӣ бошад.* Ишораи $S_o(\Phi)=\Phi_1$ маънои шакли Φ_1 ба шакли Ф нисбат ба маркази O симметриро дорад.

2. Сохтани шаклҳои нисбат ба марказ симметрӣ

Масъалаи 1. $A_1 = S_o(A)$ сохта шавад.

Низоми сохтан:

1) Интихоби маркази О ва нуқтаи А (расми 77).

2) Сохтани Хатти рости (ОА).

3) Сохтани давраи марказаш О ва радиусаш порчаи ОА, ба таври мухтасар О([OA]), [OA]- порчаи ОА.

4) Нуқтаи A_1 буриши давраи О([OA]) ба Хатти рости (ОА).

Матлуб: $A_1 = S_o(A)$

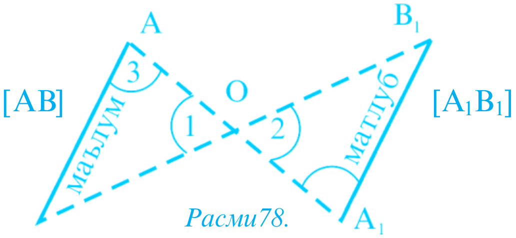
Масъалаи 2. Сохтани $[A_1B_1] = S_o([AB])$ (Сохтани порчаи ба порчаи додашуда марказан симметрӣ).

Низоми сохтан.

1. Интихоби маркази O ва порчаи [AB].
2. Сохтани $A_1 = S_o(A)$.
3. Сохтани $B_1 = S_o(B)$.
4. Сохтани порчаи $[A_1B_1]$.

Матлуб: $[A_1B_1] = S_o([AB])$.

Расми 77.



Расми78.

Теоремаи 1. *Порчаҳои нисбат ба марказ симметрӣ параллел ва баробаранд.*

Маълум: $[A_1B_1] = S_o([AB])$.

Матлуб: $A_1B_1 \| AB$ ва $|A_1B_1| = |AB|$.

Исбот. Дар расми 78 аз дурустии $|OB_1| = |OB|$, $|OA_1| = |OA|$ ва $\angle 2 = \angle 1$ бармеояд, ки $\Delta A_1OB_1 = \Delta AOB$ аст. Аз $\Delta A_1OB_1 = \Delta AOB$ бармеояд, ки $|A_1B_1| = |AB|$ ва $\angle 3 = \angle 4$. Кунҷҳои $\angle 3$ ва $\angle 4$ чилликианд. Пас, $A_1B_1 \| AB$ аст.

Масъалаи 3. Сохтани хатти рости a_1 ба хатти рости a нисбат ба маркази O симметрӣ: $a_1 = S_o(a)$.

Низоми сохтан:

1. Интихоби нуқтаи O ва хатти рости a.
2. Интихоби нуқтаҳои A ва B дар хатти рости a.
3. Сохтани $A_1 = S_o(A)$ ва $B_1 = S_o(B)$.
4. Сохтани хатти рости $(A_1B_1) = a_1$.

Теоремаи 2. *Хатҳои рости марказан симметрӣ бо ҳам параллеланд, агар марказ дар ягонтои онҳо нахобад* (расми 79).

Исботи ин теорема ба Шумо ҳавола карда мешавад.

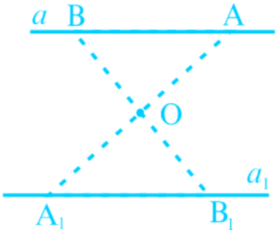
Супориши 1. Нуқтаи O-ро дар хатти рости a гирифта, $S_o(\boldsymbol{a})$-ро созед (низоми сохтан тағйир намеёбад).

Теоремаи 3. *Хатти рости аз марказ гузаранда ба худаш симметрӣ аст.* (Худатон исбот кунед).

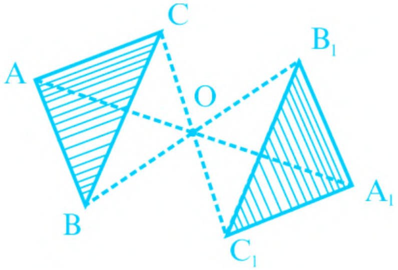
Масъалаи 4. 1) $\Delta A_1B_1C_1$-и ба ΔABC нисбат ба марказ O симметриро созед.

Низоми сохтан:

1) Интихоби ΔABC ва нуқтаи O.
2) Сохтани $A_1=S_o(A)$.
3) Сохтани $B_1=S_o(B)$.
4) Сохтани $C_1=S_o(C)$.



Расми 79.



Расми 80.

5) Сохтани порчаҳои $[A_1B_1]$, $[B_1C_1]$, $[A_1C_1]$.

Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=S_o(\Delta ABC)$ (Расми 80).

Масъалаи 5. Исбот кунед, ки секунҷаҳои марказан симметрӣ бо ҳам баробаранд.

Маълум: $\Delta A_1B_1C_1=S_o(\Delta ABC)$.

Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

Исбот. Аз дурустии $[A_1B_1]=S_o([AB])$, $[B_1C_1]=S_o([BC])$ ва $[A_1C_1]=S_o([AC])$ бармеояд, ки $|A_1B_1|=|AB|$, $|B_1C_1|=|BC|$ ва $|A_1C_1|=|AC|$ мебошад. Аз ин ҷо мувофиқи аломати сеюми баробарии секунҷаҳо $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

Теоремаи 4. *Шаклҳои нисбат ба марказ симметрӣ бо ҳам баробаранд.*

Шумо бо исботи ин хосият аллакай дар масъалаи гузашта шинос шудаед.

Супориши 2. Чоркунҷаи $A_1B_1C_1D_1$-и ба чоркунҷаи $ABCD$ симметриро нисбат ба маркази O созед.

Супориши 3. Кунҷи ба кунҷи додашуда симметриро нисбат ба маркази O созед.

Нишондод. Дар ҳар тарафи кунҷ якнуқтагӣ гирифта, симметрияи қуллаи кунҷ ва худи ин нуқтаҳоро созед.

Теоремаи 5. *Кунҷҳои марказан симметрӣ баробаранд,* (Ин теоремаро мустақилона исбот кунед).

Теоремаи 6. *Нурҳои марказан симметрӣ муқобил-самтанд* (Ин теоремаро мустақилона исбот кунед).

3. Шаклҳое, ки худашон маркази симметрия доранд

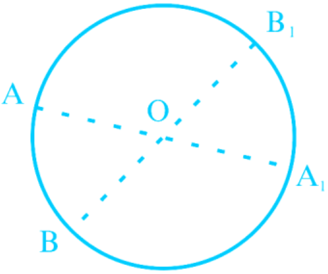
Таъриф. *Нуқтаи О маркази симметрияи шакл номида мешавад, агар нуқтаи дилхоҳи ин шакл ба ягон нуқтаи дигараш нисбат ба маркази О симметрӣ бошад.*

Шаклҳои дорои маркази симметрияро марказан симметрӣ меноманд.

1. Маркази симметрияи давра маркази давра мебошад. Ҳар як диаметр ду нуқтаи давраро пайваста, бо ҳам симметрӣ месозад (расми 81).

2. Маркази симметрияи порча миёнаҷояш мебошад.

3. Маркази симметрияи параллелограмм, росткунҷа, квадрат ва ромб нуқтаи буриши диагоналҳояшон мебошад.



Расми 81.

4. Шаклҳое мавҷуданд, ки марказҳои бешумори симметрӣ доранд. Нуқтаи дилхоҳи хатти рост барояш маркази симметрия мебошад.

5. Ду хатти рости параллел маркази симметрияи бешумор доранд.

4. Хосиятҳои симметрияи марказӣ

1. Маркази симметрия ба худаш симметрӣ аст.

2. Симметрияи марказӣ хатти ростро ба хатти рости ба он параллел табдил медиҳад.

3. Симметрияи марказӣ масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

4. Симметрияи марказӣ шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.

5. Симметрияи марказӣ бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.

6. Симметрияи марказӣ нурро ба нури муқобилсамташ табдил медиҳад.

7. Симметрияи марказӣ тартиби нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

8. Симметрияи марказӣ як намуди ҳаракат мебошад.

Масъалаҳо

1. Квадрати ABCD-ро созед. Квадрати $A_1B_1C_1D_1$-и ба квадрати ABCD нисбат ба маркази A симметриро созед.

2. Секунҷаи ABC-ро созед. Секунҷаи $A_1B_1C_1$-и ба секунҷаи ABC нисбат ба маркази C симметриро созед.

3. Давраи ихтиёрие сохта, дар он нуқтаи A-ро интихоб кунед. Даврае созед, ки ба давраи додашуда нисбат ба маркази A симметрӣ бошад.

4. Даврае созед. Дар беруни ин давра нуқтаи B-ро нишона кунед. Даврае созед, ки ба давраи додашуда нисбат ба маркази B симметрӣ бошад.

5. Даврае созед. Дар дохили ин давра нуқтаи C-ро нишона кунед. Даврае созед, ки ба давраи додашуда нисбат ба маркази C симметрӣ бошад.

6. Кунҷи ростеро созед ва ба сифати марказ қуллаи ин кунҷро интихоб кунед. Кунҷи ба кунҷи рост симметриро созед.

7. Кунҷи росте кашида, маркази симметрияро дар яке аз тарафҳои кунҷ интихоб кунед. Кунҷи ба кунҷи додашуда симметриро кашед.

8. Оё нур, порча, хатҳои рости буранда, хатҳои рости параллел маркази симметрия доранд?

9. Аз муҳити атрофатон мисоли шаклҳои марказан симметриро ёбед.

10. Шашкунҷа кашед. Яке аз қуллаҳои онро ҳамчун маркази симметрия интихоб карда, шакли ба шашкунҷа симметриро кашед.

11. Барои шашкунҷаи мунтазам кадом нуқта маркази симметрия аст?

12. Барои бисёркунҷаҳои мунтазами миқдори тарафҳояшон ҷуфт маркази симметрияро ёбед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Ҳаракатро шарҳ диҳед.
2. Оид ба ҳаракат аз ҳаёт масъала оред.
3. Симметрия гуфта, чиро мефаҳмед?
4. Симметрияи марказиро шарҳ диҳед.
5. Оид ба сохтани шаклҳои нисбат ба марказ симметрӣ масъалаҳо тартиб диҳед.
6. Хосиятҳои симметрияи марказӣ кадомҳоянд?

2. Симметрияи тирӣ

1. Фигураҳои нисбат ба тир симметрӣ

Дар расми 82 хатти рости ℓ перпендикуляри миёнаҷойи порчаи AA_1 мебошад. Нӯгҳои порча аз ин хатти рост дар як хел масофа воқеанд, яъне $|OA_1|=|OA|$. Дар ин ҳолат хатти рости ℓ-ро тири симметрияи нуқтаҳои A ва A_1 меноманд.

Таъриф. *Агар хатти рости ℓ перпендикуляри миёнаҷойи порчаи $[A_1A]$ бошад, он гоҳ нуқтаи A_1 ба нуқтаи A нисбат ба тири ℓ симметрӣ номида мешавад. Ишорааш чунин аст:.* $A_1= S_\ell(A)$.

Таъриф. *Агар нуқтаи дилхоҳи X_1 аз шакли Φ_1 ба ягон нуқтаи* **X** *аз шакли Φ нисбат ба тири ℓ симметрӣ бошад, он гоҳ шакли Φ_1-ро ба шакли Φ нисбат ба тири ℓ симметрӣ меноманд.*

Ишораи $\Phi_1=S_\ell\ (\Phi)$ маънои шакли Φ_1 симметрӣ ба шакли Φ нисбат ба тири ℓ -ро дорад.

2. Сохтани шаклҳои нисбат ба хатти рост симметрӣ

Масъалаи 1.

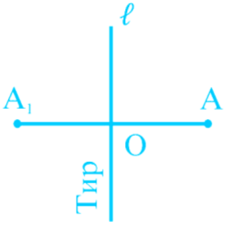
Нуқтаи **X** ва тири ℓ дода шудааст. $X_1= S_\ell(X)$-ро созед.

Низоми сохтан:

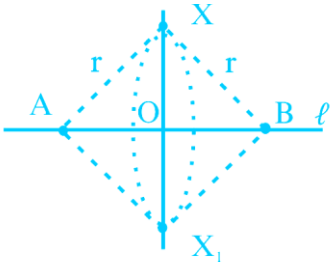
1) Интихоби тири ℓ ва нуқтаи X (расми 83).
2) Сохтани давраи бурандаи X (r) ба ℓ.
3) Нуқтаҳои A ва B.
4) Буриши давраи X (r) ва тири ℓ.
5) Сохтани давраи A(r).
6) Сохтани давраи B(r).
7) X_1 буриши A(r) ва B(r).

Матлуб: $X_1= S_\ell(x)$.

Масъалаи 2. Порчаи AB ва тири дода шудааст. Шакли ба порчаи AB нисбат ба тири ℓ симметриро созед: $[A_1B_1]= S\ell([AB])$



Расми 82.



Расми 83.

Низоми сохтан:

1) Интихоби порчаи [AB] ва тири ℓ.

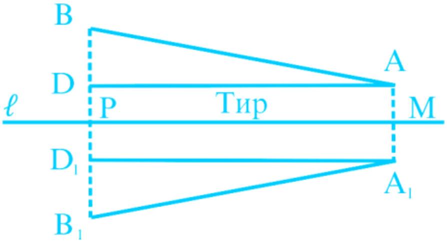
2) Сохтани $A_1= S\ell(A)$.

3) Сохтани $B_1= S\ell(B)$.

4) Сохтани порчаи $[A_1B_1]$.

Матлуб: $[A_1B_1]= S\ell([AB])$.

Теоремаи 1. *Порчаҳои нисбат ба тир симметрӣ баробаранд.*



Расми 84.

Исбот. Дар расми 84 $AA_1\perp \ell$, $BB_1\perp \ell$ ва $AA_1 \parallel BB_1$ буда, чоркунҷаи ABB_1A_1 трапетсия мебошад.

Аз дурустии $DA=PM=D_1A_1$ ва $DB=PB-DP=PB_1-PD_1=D_1B_1$ бармеоянд, ки $\Delta D_1A_1B_1=\Delta DAB$ буда, $[A_1B_1]=[AB]$ аст.

Саволҳо

1). Кадом вақт порчаҳои бо ҳам симметрӣ параллеланд?

2). Кадом вақт порчаи ба порчаи додашуда симметрӣ дар тири симметрия мехобад?

3). Кадом вақт порчаи ба порчаи додашуда симметрӣ тири симметрияро мебурад?

Масъалаи 3. Тири ℓ ва хатти рости *a* дода шудаанд. Шакли ба хатти рости ***a*** симметриро созед.

Низоми сохтан:

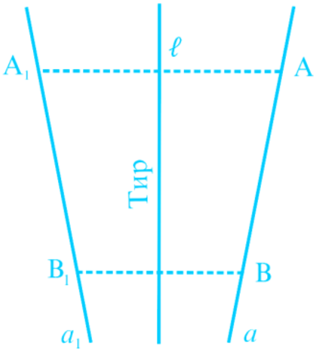
1). Тасвири ℓ ва a- хатҳои рост.

2). Интихоби A ва B дар a.

3). Сохтани $A_1=S_\ell(A)$ ва $B_1= S_\ell(B)$.

4). Сохтани хатти рости $(A_1B_1) = a_1$.

Матлуб: $a_1=(A_1B_1)= S_\ell(AB)= S_\ell(a)$ (расми 85).



Расми 85.

Саволҳо

1. Кадом вақт хатҳои рости нисбат ба тир симметрӣ бурандаанд?

2. Кадом вақт хатҳои рости нисбат ба тир симметрӣ параллеланд?

3. Кадом вақт хатҳои рости бо ҳам симметрӣ якҷоя мешаванд?

Масъалаи 4. ΔABC ва тири ℓ дода шудаанд.

Сохта шавад: $\Delta A_1B_1C_1= S_\ell(\Delta ABC)$.

Низоми сохтан.

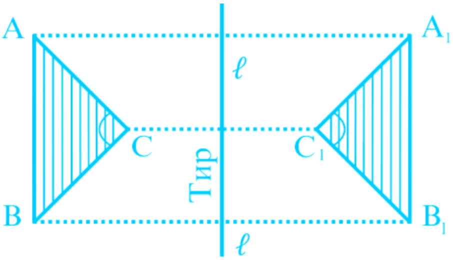
1). Интихоби ΔABC ва тири ℓ.

2). Сохтани $A_1=S_\ell (A)$.

3). Сохтани $B_1= S_\ell (B)$.

4). Сохтани $C_1= S_\ell (C)$.

5). Сохтани порчаҳои $[A_1B_1]$, $[A_1C_1]$ ва $[B_1C_1]$.



Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=S_\ell(\Delta ABC)$ (расми 86).

Расми 86.

Теоремаи 2. *Фигураҳои нисбат ба тир симметрӣ баробаранд.* Ин хосиятро барои мавриди секунҷа исбот мекунем.

Маълум: $\Delta A_1B_1C_1=S_\ell(\Delta ABC)$.

Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

Исбот. Дар расми 86 $[A_1B_1]=S_\ell([AB])$, $[B_1C_1]= =S_\ell([BC])$ ва $[A_1C_1]=S_\ell([AC])$ мебошанд, пас $A_1B_1=AB$, $B_1C_1=BC$ *ва* $A_1C_1=AC$ мешавад.

Аз баробарии тарафҳои мувофиқ бармеояд, ки $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

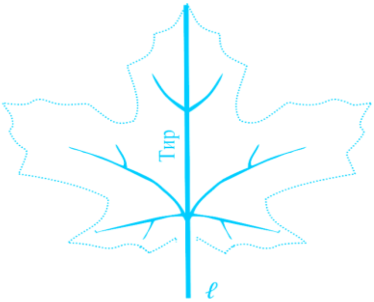
Супоришҳо

1. Дар расми 86 $\angle A_1C_1B_1=S_\ell(\angle ACB)$ аст. Исбот кунед, ки кунҷҳои нисбат ба тир симметрӣ баробаранд.

2. Дар расми 86 нури $[AC)$ ба нури $[A_1C_1)$ симметрӣ мебошад. Оё нурҳои нисбат ба тир симметрӣ муқобилсамт шуда метавонанд?

3. Давра кашед. Ин давраро нисбат ба ягон тир бо таври симметрӣ табдил диҳед.

3. Шаклҳое, ки тири симметрия доранд



Расми 87.

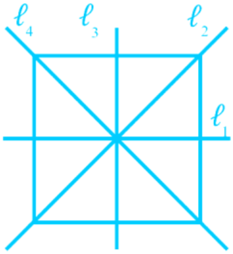
Таъриф. *Хатти рост **тири симметрияи** шакл номида мешавад, агар нуқтаи дилхоҳи ин шакл бо ягон нуқтаи дигараш симметрӣ бошад.*

Мисол. 1) Баргҳои дарахтон ва растаниҳо тири симметрия доранд (расми 87).

2) Биноҳо тири симметрия доранд (расми 88).

3) Квадрат чорто тири симметрия дорад (ду диагонал ва ду перпендикуляри миёнаҷойи тарафҳои муқобил) (расми 89).

Расми 88.



Расми 89.

4. Хосиятҳои симметрияи тирӣ

1. Симметрияи тирӣ нуқтаро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.

2. Симметрияи тирӣ порчаро ба порчаи ба он баробар табдил медиҳад.

3. Симметрияи тирӣ кунҷро ба кунҷи ба он баробар табдил медиҳад.

4. Симметрияи тирӣ фигураро ба фигураи ба он баробар табдил медиҳад.

5. Симметрияи тирӣ хатҳои рости параллелро ба хатҳои рости параллел табдил медиҳад.

6. Агар $\Phi_1=S\ell(\Phi)$ бошад, он гоҳ $\Phi= S\ell(\Phi_1)$ мебошад.

7. Симметрияи тирӣ давраро ба давраи дигар табдил медиҳад.

8. Дар симметрияи тирӣ нуқтаҳои тир ва худи тир ба худашон табдил меёбанд.

9. Симметрияи тирӣ шаклҳои як нимҳамвориро ба шаклҳои дигар нимҳамворӣ табдил медиҳад.

10. Симметрияи тирӣ тартиби нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

11. Симметрия яке аз намудҳои ҳаракат мебошад.

Масъалаҳо

1. Кадом намуди секунҷаҳо тири симметрия доранд?

2. Кадом вақт ду давра тири симметрия дорад?

3. Тири симметрияи ду давраи а) буранда, б) расанда, в) набуранда, г) ҳаммарказ дар куҷо воқеъ аст?

4. Оё кунҷ тири симметрия дорад?

Тири симметрияи ягон кунҷро созед.

5. Ду хатти рости буранда чанд тири симметрия доранд?

6. Шашкунҷаи мунтазам чанд тири симметрия дорад?

7. Аз ҳашарот ва ҳайвонот кадомҳояш тири симметрия доранд?

8. Порчаи АВ ва тири ℓ перпендикуляр ҳастанд.

Порчаи ба он симметриро созед.

9. Панҷкунҷае созед, ки нисбат ба ягон хатти рости аз қулла гузаранда ба панҷкунҷаи *ABCDE*-и додашуда симметрӣ бошад.

10. $\Delta A_1B_1C_1=S\ \ell\ (\Delta ABC)$ мебошад. Агар AB=4,5 см, BC=5 см, CA=8,1 см бошад, периметри секунҷаи $A_1B_1C_1$-ро ёбед.

11. Берун аз квадрат тире интихоб кунед. Фигураи ба квадрат симметриро созед. Исбот кунед, ки фигураи ба квадрат симметрӣ квадрат аст.

12. Оё а) нур; б) порча; в) панҷкунҷа; г) хатҳои рости параллел; ғ) ду нури ҳамсамт; д) ду нури муқобилсамт тири симметрия доранд?

13. Квадрати $ABCD$-ро сохта, $S_A(ABCD)$-ро иҷро карда, квадрати $A_1B_1C_1D_1$ ҳосил кунед, сипас ягон тири ℓ-и ихтиёрӣ гирифта, $A_2B_2C_2D_2=S\ \ell\ (A_1B_1C_1D_1)$-ро созед.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед.

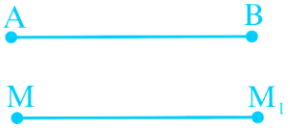
1. Оё параллелограмм тири симметрия дорад?
2. Давра чанд тири симметрия дорад?
3. Ромб чанд тири симметрия дорад?
4. Хатти рост чанд тири симметрия дорад?
5. Кадом намуди трапетсия тири симметрия дорад?
6. Оид ба симметрияи тирӣ аз ҳаёт масъала оред.
7. Оид ба сохтани шаклҳои нисбат ба хатти рост симметрӣ масъала оред.
8. Шаклҳое, ки тири симметрӣ доранд, онҳоро дар расмҳо нишон диҳед.
9. Хосиятҳои симметрияи тириро баён намуда, онҳоро шарҳ диҳед.

3. Параллелкӯчонӣ

1. Кӯчонидани нуқта

Масъалаи 1. Нуқтаи M ва порчаи AB дода шудааст. Нуқтаи **М**-ро бо самти нури [AB) ба масофаи $|AB|$ кӯчонед.

Низоми сохтан:



Расми 90.

1) Интихоби нуқтаи M ва порчаи [AB].

2) Сохтани нури [MM_1) ↑↑ [AB).

3) Сохтани порчаи $MM_1=AB$.

Матлуб: нуқтаи M_1(расми90).

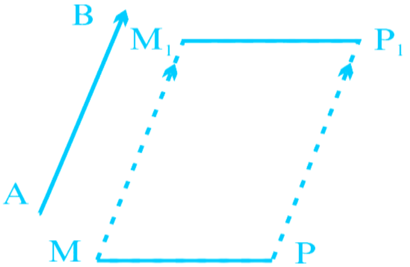
Таърифи 1. *Агар нуқтаи M ба самти нури $[AB)$ ба масофаи $|AB|$ кӯчонида шуда бошад, он гоҳ мегӯянд, ки нуқтаи M параллел кӯчонида шудааст.*

Таърифи 2. *Агар нуқтаи дилхоҳи X_1-и шакли Φ_1 дар натиҷаи бо дарозӣ ва самти додашуда кӯчонидани ягон нуқтаи X-и шакли Φ ҳосил шуда бошад, он гоҳ мегӯянд, ки шакли Φ дар натиҷаи параллелкӯчонӣ ба шакли Φ_1 табдил ёфтааст.*

Ишораи $\overline{AB}\ (\Phi)=\Phi_1$, маънои параллелкӯчонии $\overline{AB}$ -и шакли Φ-ро ба Φ_1 дорад. Дарозии порчаи AB масофаи параллелкӯчонӣ ва самти нури AB самти параллелкӯчонӣ мебошад.

2. Параллелкӯчонии фигураҳо

Масъалаи 2. Порчаи MP дода шудааст. Ин порчаро ба масофаи $|AB|$ ба самти нури $[AB)$ кӯчонед.



Расми 91.

Низоми сохтан.

1) Интихоби порчаи MP ва масофаи $|AB|$.

2) Сохтани $M_1=\overline{AB}\ (M)$.

3) Сохтани $P_1=\overline{AB}\ (P)$.

4) Сохтани $[M_1P_1]$.

Матлуб: $[M_1P_1]=\overline{AB}\ ([MP])$ (расми 91).

Теоремаи 1. *Параллелкӯчонӣ дарозии порчаҳоро тағйир намедиҳад.*

Исбот. Дар расми 91 параллелкӯчонӣ порчаи $[MP]$-ро ба порчаи $[M_1P_1]$ табдил додааст. Азбаски $MM_1=PP_1=AB$ ва $MM_1 \| PP_1 \| AB$ мебошад, бинобар ин чоркунҷаи MPP_1M_1 параллелограмм аст. Пас, $MP=M_1P_1$.

Масъалаи 3. ΔABC-ро ба воситаи параллелкӯчонӣ ба самти нури $[KK_1]$ ва масофаи $|KK_1|$ кӯчонед.

Низоми сохтан:

1) Тасвири ΔABC ва порчаи KK_1.

2) Сохтани $A_1=\overline{KK_1}\ (A)$.

3) Сохтани $B_1= \overline{KK_1}$ (B).

4) Сохтани $C_1= \overline{KK_1}$ (**C**).

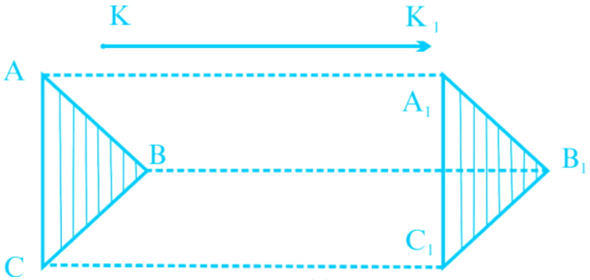
5) Сохтани порчаҳои A_1B_1, A_1C_1, B_1C_1.

Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1= \overline{KK_1}$ (ΔABC) (расми 92).

Теоремаи 1. *Параллелкӯчонӣ шаклро ба ягон шакли ба он баробар табдил медиҳад.*

Ин хосиятро барои мавриди секунҷа исбот кунед.

Исбот. Дар расми 92 $[A_1B_1]= \overline{KK_1}$ $([AB])$, $[A_1C_1]= \overline{KK_1}$ $([AC])$ ва $[B_1C_1]= \overline{KK_1}$ $([BC])$ мебошад. Аз ин ҷо $A_1B_1=AB$, $A_1C_1=AC$ *ва* $B_1C_1=BC$ буда, $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$ аст.



Расми 92.

Теоремаи 2. *Параллелкӯчонӣ хатти ростро ба хатти рости ба он параллел табдил медиҳад.*

Дар расми 91 порчаҳои MP ва M_1P_1-ро ба хатти рост табдил диҳед. Ба осонӣ муайян мекунед, ки $M_1P_1 // MP$ аст.

Супоришҳо. 1) Исбот кунед, ки параллелкӯчонӣ самти нурро тағйир намедиҳад.

2) Исбот кунед, ки параллелкӯчонӣ бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.

3) Исбот кунед, ки параллелкӯчонӣ хатҳои рости параллелро ба хатҳои рости параллел табдил медиҳад.

3. Хосиятҳои параллелкӯчонӣ

1. Параллелкӯчонӣ нуқтаро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.

2. Параллелкӯчонӣ масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

3. Параллелкӯчонӣ тартиби нуқтаҳоро нигоҳ медорад.

4. Параллелкӯчонӣ нурро ба нури ҳамсамташ табдил медиҳад.

5. Параллелкӯчонӣ бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.

6. Параллелкӯчонӣ параллелии хатҳои ростро тағйир намедиҳад.

7. Параллелкӯчонӣ шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.

8. Агар параллелкӯчонӣ шакли Ф-ро ба шакли $Ф_1$ табдил дода бошад, параллелкӯчоние вуҷуд дорад, ки шакли $Ф_1$-ро ба шакли Ф табдил медиҳад (онро параллелкӯчонии баръакс меноманд).

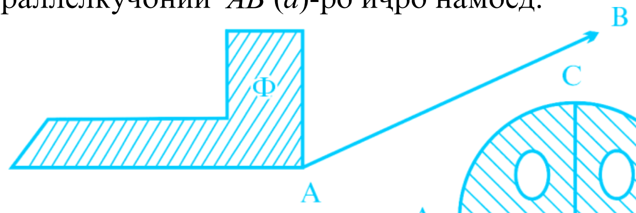
9. Параллелкӯчонӣ давраро ба давраи ба он баробар табдил медиҳад.

10. Параллелкӯчонӣ ягон намуди ҳаракат аст.

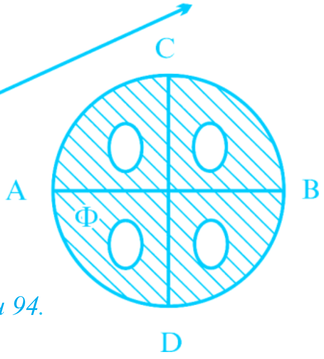
Масъалаҳо

1. Квадрати *ABCD*-ро кашед, онро бо дарозӣ ва самти диагонали BD кӯчонед.

2. Нури *a* ва порчаи *AB*-ро интихоб кунед. Параллелкӯчонии $\overline{AB}$ (a)-ро иҷро намоед.



Расми 93.



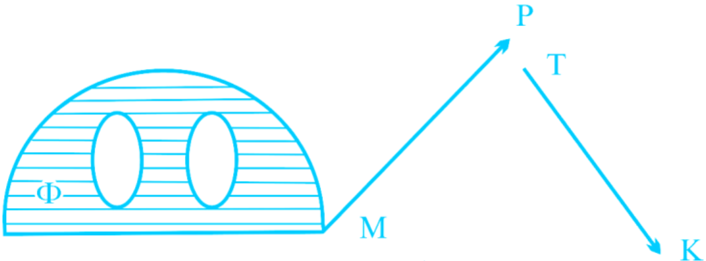
Расми 94.

3. Шашкунҷаи *ABCDEM*-ро сохта, параллелкӯчонии $\overline{AD}$ $(ABCDEM)$-ро иҷро кунед.

4. Дар расми 93 параллелкӯчонии $\overline{AB}$ (*Ф*)-ро иҷро намоед.

5. Дар расми 94 аввал параллелкӯчонии $\overline{AB}$ (Ф), сипас параллелкӯчонии $\overline{CD}$ (Ф)-ро иҷро намоед.

6. Дар расми 95 аввал параллелкӯчонии $\overline{MP}$ (Ф) ва баъд параллелкӯчонии $\overline{TK}$ (Ф)-ро иҷро намоед.



Расми 95.

7. Секунҷаи ABC-ро созед. Аввал параллелкӯчонии $\overline{AB}\,(\Delta ABC)=\Delta A_1B_1C_1$ ва сонӣ параллелкӯчониҳои $\overline{BC}\,(\Delta A_1B_1C_1)=\Delta A_2B_2C_2$, $\overline{CA}\,(\Delta A_2B_2C_2)=\Delta A_3B_3C_3$-ро иҷро намоед.

8. Исбот кунед, ки натиҷаи пай дар пай иҷро кардани ду параллелкӯчонӣ боз параллекӯчонӣ аст.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед.

1. Оид ба параллекӯчонӣ аз ҳаёт масъала оред.
2. Оид ба параллелкӯчонии фигураҳо масъалаҳо тартиб диҳед.
3. Хосиятҳои параллелкӯчониро баён намуда, онҳоро шарҳ диҳед.

4. Гардиш (чархзанӣ)

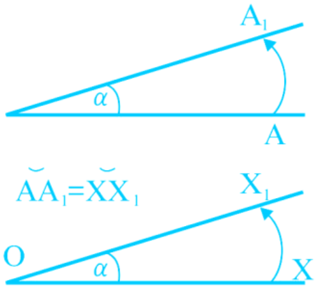
1. Мафҳуми гардиш

Таъриф. *Мувофиқати нуқтаҳои ҳамворӣ, ки дар он нуқтаи дилхоҳи* X *ба ягон нуқтаи* X_1 *дар асоси шартҳои* $\angle XOX_1=\alpha$ *ва* $OX_1=OX$ *табдил дода мешавад, гардиш дар атрофи нуқтаи* O *дар зери кунҷи* α *номида мешавад.*

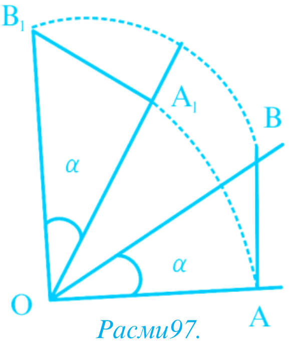
Навишти $R_0^{\alpha}(x)=X_1$ маънои онро дорад, ки нуқтаи X ҳангоми гардиш бо маркази O ва кунҷи α дошта, ба нуқтаи X_1 табдил дода шудааст.

2. Сохтанҳо ба воситаи гардиш

Масъалаи 1. Дар гардиши марказаш О ва кунҷаш α нуқтаи **X** давр занонида шавад.



Расми 96.



Расми97.

Низоми сохтан:

1) Интихоби кунҷи α , нуқтаҳои О ва X.
2) Сохтани нури (OX).
3) Сохтани $\angle XOX_1=\alpha$.
4) Сохтани давраи O([OX]).
5) Нуқтаи $\mathbf{X_1}$ буриши давра ва нури OX_1.

Матлуб: $X_1=R_o^{\alpha}(X)$ (расми 96).

Масъалаи 2. Порчаи AB, нуқтаи О ва кунҷи α дода шудааст. Гардиши $R_o^{\alpha}([AB])$ иҷро карда шавад.

Низоми сохтан:

1) Интихоби порчаи AB, нуқтаи О ва кунҷи α .
2) Сохтани $A_1=R_o^{\alpha}(A)$.
3) Сохтани $B_1=R_o^{\alpha}(B)$.
4) Сохтани порчаи A_1B_1.

Матлуб: $[A_1B_1]=R_o^{\alpha}([AB])$ (расми 97).

Теоремаи 1. *Гардиш масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.*

Маълум: $[A_1B_1]=R_o^{\alpha}([AB])$.

Матлуб: $A_1B_1=AB$.

Исбот. Дар расми 97 $\Delta AOB=A_1O\,B_1$, чунки $OA_1=OA$, $OB_1=OB$ ва $\angle AOB=\angle A_1OB_1$ мебошад.

Аз $\Delta A_1OB_1=\Delta\,AOB$ бармеояд, ки $A_1B_1=AB$ аст.

Масъалаи 3. ΔABC, нуқтаи O ва кунҷи α дода шудаанд. Гардиши $\mathbf{R}_o^{\alpha}$ (ΔABC)-ро иҷро намоед.

Низоми сохтан.

1) Интихоби ΔABC, нуқтаи O ва кунҷи α .
2) Сохтани $A_1=R_o^{\alpha}(A)$.
3) Сохтани $B_1=R_o^{\alpha}(B)$.
4) Сохтани $C_1=R_o^{\alpha}(C)$.
5) Сохтани порчаҳои $A_1B_1,$ A_1C_1 *ва* B_1C_1.

Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=R_o^{\alpha}(\Delta ABC)$.

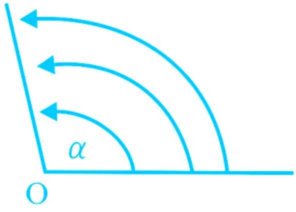
Теоремаи 2. *Гардиш шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.*

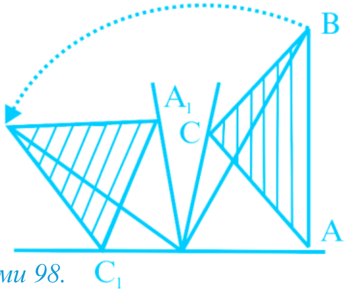
Исботро барои мавриди секунҷа иҷро менамоем:

Маълум: $\Delta A_1B_1C_1=R_o^{\alpha}(\Delta ABC)$.
Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

Исбот: Дар расми 98 азбаски $[A_1B_1]=R_o^{\alpha}([AB])$, $[B_1C_1]=R_o^{\alpha}$ ([BC]) ва $[A_1C_1]=R_o^{\alpha}$ ([AC]) мебошад, пас $A_1B_1=AB$, $B_1C_1=BC$ ва $A_1C_1=AC$ мешавад. Аз ин ҷо $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$.

Аз расмҳои 97 ва 98 истифода бурда, тасдиқоти зеринро мустақилона исбот намоед:





Расми 98.

1) Гардиш бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.
2) Гардиш параллелии хатҳои ростро нигоҳ медорад.
3) Гардиш тартиби нуқтаҳоро дар хатти рост тағйир намедиҳад.

3. Хосиятҳои гардиш

Аз созишҳо ва тасдиқоти боло бармеояд, ки гардиш хосиятҳои зеринро дорост:

1. Гардиш нуқтаро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.
2. Гардиш масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.
3. Гардиш хатти ростро ба хатти рости дигар табдил медиҳад.
4. Гардиш тартиби нуқтаҳои хатти ростро тағйир намедиҳад.
5. Гардиш параллелии хатҳои ростро тағйир намедиҳад.
6. Гардиш бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.
7. Гардиш шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.
8. Агар $\Phi_1=R_o^{\alpha}(\Phi)$ бошад, он гоҳ $\Phi=R_o^{\alpha}(\Phi_1)$ мешавад.
9. Гардиш тартиби нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.
10. Гардиш як намуди ҳаракат аст.

Масъалаҳо

1. Нури $[AB)$, нуқтаи O ва кунҷи α дода шудааст. Гардиши $R_o^{\alpha}([AB))$-ро иҷро кунед.

2. Порчаи AB, нуқтаи O ва кунҷи а) $\alpha=30°$, б) $\alpha=90^0$, в) $\alpha=120°$ дода шудааст. Гардиши $R_o^{\alpha}(AB)$-ро иҷро кунед.

3. Хатҳои рости $a||b$, кунҷи $\alpha=60°$ ва нуқтаи M дода шудаанд. Гардиши $R_{м}^{\alpha}(a||b)$-ро иҷро кунед.

4. ABCD квадрат мебошад. Гардиши $R_A^{90°}(ABCD)$-ро созед.

5. ABCD росткунҷа аст. Нуқтаи O-ро берун аз он интихоб кунед. Гардиши $R_o^{45°}(ABCD)$-ро иҷро кунед.

6. Давраи $O(\text{r})$ дода шудааст. Нуқтаи M-ро интихоб кунед. Гардиши $R_м^{90°}(O(\text{r}))$-ро иҷро кунед.

Нишондод. Се ҳолати зеринро ба инобат гиред: а) M берун аз давра, б) M дар давра, в) M дар дохили давра мехобад.

7. Кунҷи MOP дода шудааст. Гардиши $R_o^{130°}(\angle MOP)$-ро иҷро кунед.

8. Нуқтаи A дар порчаи BC мехобад. Нуқтаи O-ро интихоб кунед.

Гардиши $R_o^{45°}$ $(BC)=B_1C_1$ ва $R_o^{45°}(A)=A_1$-ро иҷро кунед. Исбот кунед, ки агар $BC=BA+AC$ бошад, он гоҳ $B_1C_1=B_1A_1+A_1C_1$ мешавад.

9. Нуқтаи О миёнаҷойи порчаи AB мебошад. Исбот кунед, ки гардиши $R_o^{180°}(AB)$ порчаи AB-ро ба худаш табдил медиҳад.

10. Кадом гардиш квадратро ба худаш табдил медиҳад?

11. Кадом гардиш хатти ростро ба худаш табдил медиҳад?

12. Кадом гардиш давраро ба худаш табдил медиҳад?

13. Исбот кунед, ки гардиши кунҷаш α =180° симметрияи марказӣ мебошад.

Аз қисми назариявии мавзӯъ истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед.

1. Гардишро шарҳ дода, оид ба он аз ҳаёт мисолҳо оред.

2. Сохтанҳо ба воситаи гардишро шарҳ диҳед ва масъалаҳо тартиб диҳед.

3. Хосиятҳои гардишро баён намуда, онҳоро шарҳ диҳед.

4. Шаклҳои баробарро шарҳ диҳед.

5. ҲАРАКАТ

1. Таърифи ҳаракат

Шумо бо симметрияи марказӣ, симметрияи тирӣ, параллелкӯчонӣ ва гардиш шинос шудед. Дар ҳар кадоми онҳо масофаи байни нуқтаҳо, яъне дарозии порча тағйир наёфт ва нуқтаи дилхоҳи X-и ҳамворӣ ба ягон нуқтаи X_1 табдил ёфт.

Таъриф. *Табдилдиҳии геометрие, ки масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад,* ***ҳаракат*** *номида мешавад.*

2. Хосиятҳои ҳаракат

Ҳамаи 4 ҳаракате, ки Шумо бо онҳо шинос шудед, яъне симметрияи марказӣ, симметрияи тирӣ, параллелкӯчонӣ ва гардиш як қатор хосиятҳои умумӣ доранд. Инҳо хосиятҳои ҳаракат мебошанд.

1. Ҳаракат нуқтаи дилхоҳро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.

2. Ҳаракат тартиби нуқтаҳои хатти ростро нигоҳ медорад.

3. Ҳаракат масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

4. Ҳаракат хатти рост, нур ва порчаро мувофиқан ба хатти рост, нур ва порча табдил медиҳад.

5. Ҳаракат шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.

6. Ҳаракат бузургии кунҷ ва параллелии хатҳои ростро тағйир намедиҳад.

7. Агар ҳаракат шакли Φ-ро ба Φ_1 табдил дода бошад, он гоҳ ҳаракати баръаксе мавҷуд аст, ки шакли Φ_1-ро ба Φ табдил медиҳад.

8. Пай дар пай иҷро кардани ду ҳаракат боз ҳаракат мебошад.

Ба исботи ин хосиятҳо шумо дар намудҳои ҳаракат вохӯрда будед. Аз ин ҷиҳат онҳоро метавонед мустақилона иҷро кунед.

3. Баробарии шаклҳо

Таъриф: *Ду шакл баробар номида мешаванд, агар ҳаракате мавҷуд бошад, ки якеро ба дигаре табдил диҳад.*

Баробарии шаклҳо дорои хосиятҳои зерин мебошад:

1) Шаклҳои баробар бузургиҳои баробар доранд.

Масалан, порчаҳои баробар дарозиҳои баробар доранд; секунҷаҳои баробар масоҳатҳои баробар доранд; кунҷҳои баробар бузургиҳои градусии баробар доранд.

2) Агар $\Phi_1=\Phi$ бошад, он гоҳ $\Phi=\Phi_1$ аст.

3) Агар $\Phi_1=F_1$, $\Phi_2=F_2$, …, $\Phi_n=F_n$, $\Phi=\Phi_1+\Phi_2+\ldots+\Phi_n$ ва $F=F_1+F_2+\ldots+F_n$ бошад, он гоҳ $\Phi=F$ аст.

Масъалаҳо

1. Секунҷаи ABC-ро созед. Аввал онро нисбат ба маркази **C** табдил дода, $\Delta A_1B_1C_1$-ро ҳосил кунед. Сипас, симметрияи тирии A_1B_1-ро истифода бурда, $\Delta A_2B_2C_2$-ро ҳосил кунед.

2. Давра кашед. Аввал онро параллел кӯчонда, сипас онро дар атрофи ягон нуқта гардиш диҳед.

3. Квадрати *ABCD*-ро сохта, нисбат ба марказҳои *A, B, C, D* онро табдил диҳед.

4. Секунҷаи *ABC*-ро сохта, онро нисбат ба тирҳои *AB,* AC, BC табдил диҳед.

5. Росткунҷаи *ABCD*-ро сохта, параллелкӯчониҳои *AB, BC, CD* ва *DA*-ро пай дар пай иҷро кунед.

6. ΔABC-ро сохта, гардишҳои кунҷашон α=30°, 60°, 90°-ро бо маркази *C* иҷро кунед.

Савол ва супориш

1. Табдилдиҳии геометрӣ гуфта чиро меноманд?
2. Ҳаракат чист?
3. Симметрияи марказӣ чист?
4. Хосиятҳои симметрияи марказиро баён намоед.
5. Хосиятҳои симметрияи тириро баён кунед.
6. Симметрияи тириро шарҳ диҳед.
7. Параллелкӯчонӣ чист?
8. Хосиятҳои параллелкӯчониро баён кунед.
9. Гардиш дар атрофи нуқта чӣ маъно дорад?
10. Хосиятҳои гардишро баён намоед.
11. Хосиятҳои ҳаракатро баён намоед.
12. Исбот кунед, ки хатҳои рости марказан симметрӣ параллеланд.
13. Кадом чоркунҷаҳо маркази симметрия доранд?
14. Кадом шаклҳо тири симметрия доранд?
15. Кадом шаклҳо марказҳои симметрияи бешумор доранд?
16. Кадом шаклҳо тирҳои симметрияи бешумор доранд?
17. Симметрияи марказӣ ва симметрияи тирӣ кадом хосиятҳои фарқкунанда доранд?
18. Симметрияи марказӣ ва параллелкӯчонӣ чӣ хосиятҳои умумӣ доранд?
19. Кадом вақт симметрияи марказӣ як намуди гардиш мебошад?
20. Параллелкӯчонӣ ва гардиш кадом хосиятҳои фарқкунанда доранд?

Масъалаҳои тестӣ барои такрори мавзӯъҳои гузашта

1. Дар чоркунҷаи барҷаста тарафҳои ҳамсоя баробар набуда, се кунҷаш баробаранд. Ин чоркунҷа чӣ ном дорад?

А) Трапетсия, Б) Росткунҷа, В) Ромб, Г) Квадрат.

2. Тарафҳои росткунҷаро ёбед , агар дарозӣ се баробари бар ва периметраш 80 см бошад?

А) 20 см ва 60 см, Б) 15 см ва 45 см,
В) 10 см ва 30 см, Г) 12 см ва 36 см.

3. Диагонали хурди ромб 15 дм ва кунҷи тезаш 60° аст. Периметрашро ёбед.

А) 40 дм, Б) 30 дм, В) 50 дм, Г) 60 дм.

4. Дар чоркунҷаи барҷаста диагонал бо тарафҳои ҳамсоя кунҷи 45°-ро ташкил мекунад. Он кадом намуди чоркунҷа аст?

А) Росткунҷа, Б) Ромб, В) Квадрат, Г) Параллелограмм.

5. Се кунҷи берунии дар ҳар қулла яктогӣ ҷойгиршудаи чоркунҷа мувофиқан 100°, 80° ва 120° мебошанд. Кунҷи дарунии чорумро ёбед.

А) 130°, Б) 120°, В) 90°, Г) 110°.

6. Дар трапетсияи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 20 см буда, хатти миёна 30 см аст. Периметри трапетсияро ёбед.

А) 100 см, Б) 70 см, В) 50 см, Г) 80 см.

7. Порчаи АВ-ро ба 14 қисми баробар тақсим намуданд. Аз он 9/14-ҳиссаашро буриданд. Қисми боқимондааш 40 см буд. Порчаи АВ чанд см будааст?

А) 100 см, Б) 140 см, В) 112 см, Г) 70 см.

8. Агар дарозии хатти шикаста — м бошад, он чанд см дарозӣ дорад?

А) 34 см, Б) 184 см, В) 325 см, Г) 316 см.

9. Чӣ тавр квадратро ба чор қисм баробар буридан мумкин аст, ки аз он росткунҷаи ба квадрат баробарбузург ҳосил шавад,

агар тарафи квадрат ба *a* баробар бошад, периметри росткунҷа $\sqrt{\ }$ *a* шавад?

А) Ба воситаи перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳо.

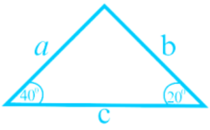
Б) Ба воситаи хатҳои рости параллели тарафашро ба қисмҳои баробар тақсимкунанда.

В) Ба воситаи бо ду диагонал буридан.

Г) Ба воситаи як тарафро ба чор қисм ҷудо кардан.

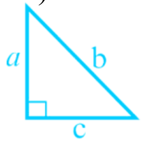
10. Теоремаи Пифагор барои кадом секунҷа дуруст навишта шудааст?

А)



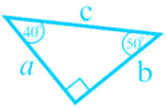
$c^2=a^2+b^2$

Б)



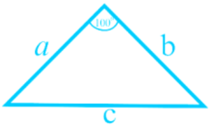
$c^2=a^2+b^2$

В)



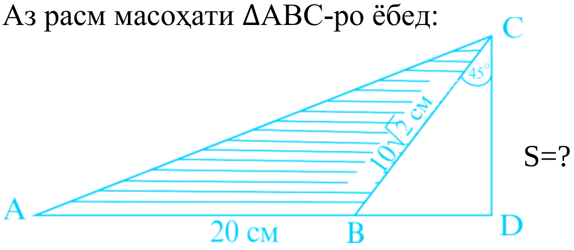
$c^2=a^2+b^2$

Г)



$c^2=a^2+b^2$

11. Аз расм масоҳати ΔАВС-ро ёбед:

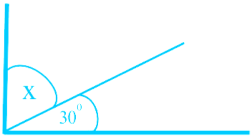


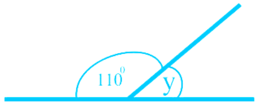
А) $\sqrt{\ }$ см^2, Б) $\sqrt{\ }$ см^2, В) 200 см^2, Г) 100 см^2.

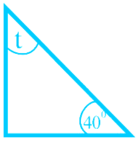
12. Суммаи кунҷҳои ба кунҷҳои зерин ҳамсояро ёбед: 30°, 45°, 60° ва 90°.

А) 300°, Б) 400°, В) 495°, Г) 135°.

13. Аз расмҳо кунҷҳои x,y ва t-ро ёфта, нисбати x:y:t-ро муайян намоед.

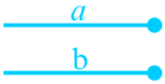






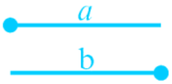
А) 3:11:4, Б) 6:7:5, В) 5:6:7, Г) 7:5:6.

14. Кадом нурҳо ҳамсамт нестанд?

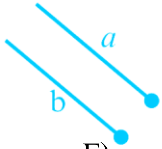


А)

Б)

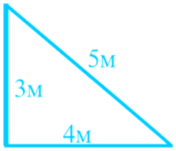


В)

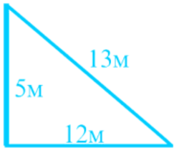


Г)

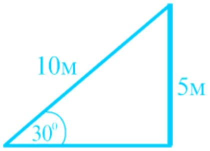
15. Баландии сутун дар кадом маврид нодуруст гузошта шудааст?



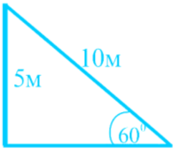
А)



Б)

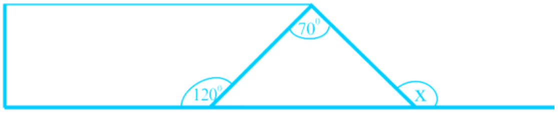


В)



Г)

16. Кунҷи x-ро муайян намоед.



А) 110°, Б) 160°, В) 150°, Г) 130°.

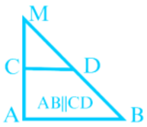
17. Дар квадрат диагонал 60 см аст. Масоҳаташро ёбед.

А) 18 дм^2, Б) 180 дм^2, В) 3600 см^2, Г) 240 см^2.

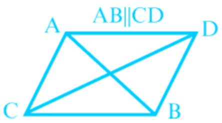
18. Дар кадом чоркунҷа параллелии порчаҳои AB ва CD нодуруст навишта шудааст?

А)

Б)

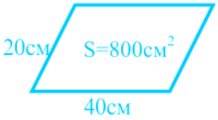


В)

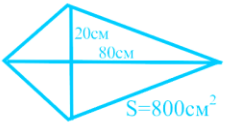


Г)

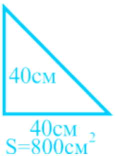
19. Дар кадом расм масоҳат нодуруст ҳисоб шудааст?



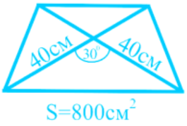
А)



Б)



В)



Г)

20. Суммаи кунҷҳои 10- кунҷаро ҳисоб кунед.

А) 600°, Б) 1440°, В) 1800°, Г) 360°.

21. Аз 50 нуқтаи дар як хатти рост нахобанда чанд порча сохтан мумкин аст?

А) 100, Б) 2450, В) 1225, Г) 400.

22. Бисткунҷа чанд диагонал дорад?

А) 40, Б) 80, В)30, Г) 170.

23. Ин теорема барои кадом шаклҳо нодуруст аст: *Масоҳати шакл ба ҳосили зарби хатти миёна ва баландӣ баробар аст?*

А) Секунҷа, Б) Трапетсия,
В) Панҷкунҷа, Г) Дилхоҳ параллелограмм.

24. Медианаи секунҷа тарафи муқобилро ба ду қисм ҷудо мекунад. Ин қисмҳо чӣ гунаанд?

А) Якум аз дуюм калон аст. Б) Яке ду баробари дуюм аст.
В) Дуюм се баробари якум аст. Г) Онҳо баробаранд.

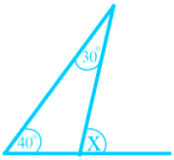
25. Дар кадом маврид секунҷа сохтан мумкин аст, агар тарафҳо:

А)	Б)	В)	Г)
a=4 см	*a*=12 см	*a*=15 см	*a*=40 см
b=2 см	b=7 см	b=17 см	b=20 см
c=3 см	c=4 см	c=14 см	c=10 см

бошанд?

26. Кунҷи **x**=80° аст. Дар кадом расм кунҷи **x** дуруст гузошта шудааст?

А)

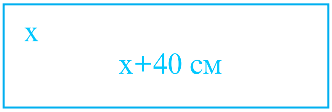


Б)

В)

Г)

27. Қимати порчаи x-ро аз расм ёбед, агар P=200 см.



А) 50 см, Б)30 см, В) 80 см, Г) 140 см.

28. Агар асосҳо a=20 см, b=40 см ва масоҳат $S=300$ см^2 бошад, баландии трапетсияро ёбед.

А) 10 см, Б) 50 см, В) 15 см, Г) 60 см.

29. Кадом формула дуруст навишта шудааст?

А) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+1=2$; Б) $1/\sin^2\alpha-1=\mathrm{tg}^2\alpha$;

В) $\dfrac{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha}{1-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=1$; Г) $\sin^2\alpha+\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+\cos^2\alpha=2$.

30. Кадом қимати функсияҳо нодуруст навишта шудаанд?

А) $\sin 60^0=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$; Б) $\mathrm{tg}60^0=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$;

В) $\mathrm{tg}45^0+1=2$; Г) $\sin 45^0\cdot\cos 45^0=\dfrac{1}{2}$.

31. Диагоналҳои шакл тирҳои симметрияи ин шакланд. Кадом ҷавоб дуруст аст?

А) Трапетсия, Б) Параллелограмм, В) Ромб, Г) Росткунҷа.

32. Кадом мафҳумҳои геометриро таъриф намедиҳанд?

А) Хат, нур, кунҷ.
Б) Нуқта, хатти рост, ҳамворӣ.
В) Секунҷа, чоркунҷа, биссектриса.
Г) Медиана, биссектриса, параллелограмм.

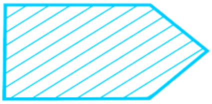
33. Дар кадом таъриф нуқсон мавҷуд нест?

А) Чоркунҷаи тарафҳояш параллел параллелограмм ном дорад.
Б) Ду хатти росте, ки нуқтаи умумӣ надоранд, параллеланд.
В) Қисми хатти рост, ки бо ду нуқта маҳдуд аст, порча ном дорад.
Г) Ду нуре, ки як нуқтаи умумӣ доранд, кунҷ номида мешавад.

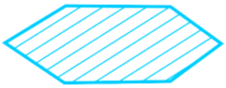
34. Кадом бисёркунҷа барҷаста нест?

А)

Б)



В)



Г)

35. Кадом хатти шикаста сода нест?

А)

Б)

В)

Г)

36. Ин формулаи масоҳати кадом шакл аст?

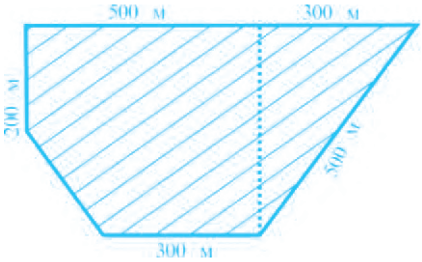
$$S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2; \quad d_1\neq d_2.$$

А) Квадрат, Б) Росткунҷа, В) Параллелограмм, Г) Ромб.

37. Суммаи кунҷҳои дарунӣ 360°, барои кадом шакл нест?

А) Параллелограмм, Б) Росткунҷа, В) Секунҷа, Г) Ромб.

38. Замини хоҷагии деҳқонӣ шакли расми зеринро дорад. Муайян намоед, ки ин замин чанд гектар аст?



А) 22 га, Б) 24 га, В) 30 га, Г) 40 га.

39. Муайян намоед, ки ҳар як кунҷи 18-кунҷаи мунтазам чанд градус аст?

А) 100°, Б) 120°, В) 160°, Г) 130°.

40. Дар чоркунҷаи баробартараф суммаи ду кунҷи муқобил 300° аст. Кунҷҳои чоркунҷаро ёбед.

А) 40°, 50°, 260°, 110°; Б) 30°, 60°, 370°, 30°;
В) 200°, 30°, 100°, 30°; Г) 30°, 150°, 30°, 150°.

41. Дар кадом намуди ҳаракат бузургии кунҷ тағйир намеёбад?

А) Дар ҳеҷ кадомашон.

Б) Дар баъзеи ҳаракатҳо.

В) Фақат дар симметрияи марказӣ ва тирӣ.

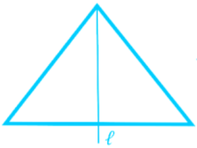
Г) Фақат дар параллелкучонӣ ва гардиш.

42. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

$$\frac{1+tg^2 5^0}{1+ctg^2 4^0}\cdot\frac{\cos 5^0}{\sin 4^0}-\frac{\cos 85^0}{\sin 86^0}.$$

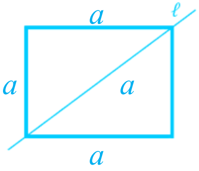
А) 1, Б) 0, В) 2, Г) 3.

43. Дар кадом расм тири симметрия ℓ нодуруст гузошта шудааст?



А)

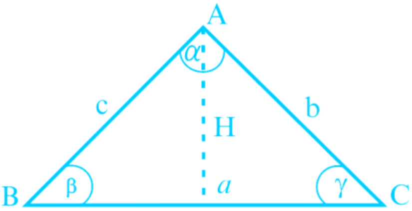
Б)



В)

Г)

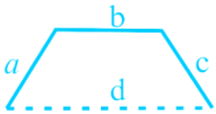
44. Кадом формулаи масоҳати секунҷа нодуруст навишта шудааст?



А) S=$\frac{1}{2}b\cdot c\sin\alpha$, Б) S=$\frac{1}{2}a\cdot c\sin\beta$,

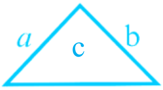
В) S=$\frac{1}{2}a\cdot b\cos\gamma$, Г) S=$\frac{1}{2}a\cdot$н.

45. Кадом нобаробарӣ дуруст аст.



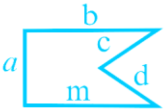
$d<a+b+c$

А)



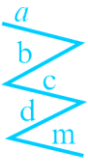
$a+b< c$

Б)



$a+m+c<b$

В)



$a+b+c+d<m$

Г)

46. Кадом формулаи тригонометрӣ нодуруст навишта шудааст?

А) $\frac{1}{\sin^2\alpha}=1+tg^2\alpha$,Б) $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$,

В) $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$, Г) $1=tg\alpha\cdot ctg\alpha$.

47. Кадом формулаи масоҳати бисёркунҷаи мунтазам дуруст аст, агар *а* тараф бошад?

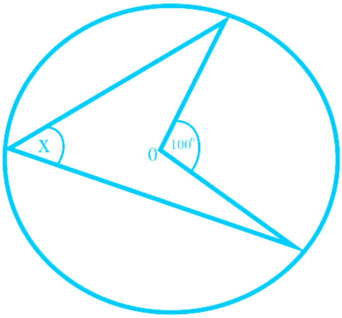
А) $S_4=\sqrt{2}a^2$, Б) $S_3=\frac{\sqrt{3}}{\ }a^2$, В) $S_6=\frac{3\sqrt{3}}{\ }a^2$, Г) $S_8=2\sqrt{3}\cdot a^2$.

48. Дар шашкунҷаи мунтазам радиуси давраи берункашида ба $\sqrt{\ }$ см баробар аст. Масоҳаташро ёбед.

А) $4\sqrt{3}$ см^2, Б) $72\sqrt{3}$ см^2, В) 18 см^2, Г) $6\sqrt{3}$ см^2.

49. Аз расм бузургии кунҷи **x**-ро ёбед.

x=?



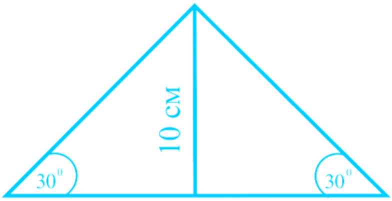
А) 30^0

Б) 50^0

В) 70^0

Г) 90^0

50. Масоҳати секунҷаро ёбед:



А) 200 см^2, Б) $25\sqrt{3}$ см^2, В) 400 см^2, Г) $\sqrt{\ }$ см^2 .

Маълумоти таърихӣ

Аз асрҳои IX сар карда, то асри XVII дар Осиёи Миёна шаҳрҳои Самарқанд, Хоразм, Бухоро, Марв ва ғайра марказҳои бузурги тараққиёти математика ба шумор мерафтанд.

Дар ин давра олимони бузурги форсу тоҷик, ба монанди Муҳаммад ал-Хоразмӣ, ал-Берунӣ, Абуалӣ ибни Сино, Насируддини Тусӣ, Умари Хайём, ал-Кошӣ ва ғайра машҳури ҷаҳон шудаанд.

Яке аз ҳамин гуна олимони барҷаста, ки ӯ шоир, файласуф, математик ва нуҷумшиноси машҳур буд, Умари Хайём (1048–1131) мебошад.

Ӯ солҳои 1069–1074 китобе доир ба алгебра навишт. Дар ин асараш Умари Хайём ҳалли муодилаҳои дараҷаи дуюм ва сеюмро ба таври геометрӣ баён намуд, ки ин кашфиёти бузург буд.

Умари Хайём дар асари дигараш «Калид доир ба мушкилоти Уқлидус» ба масъалаи хатҳои рости параллел таҳқиқот бурдааст. Ӯ постулати 5-уми Уқлидус (Евклид)-ро исбот карданӣ шуда, баъзе хулосаҳоро пешниҳод менамояд. Дар асоси ин хулосаҳои Умари Хайём аввалҳои асри XIX олими бузурги рус Н. И. Лобачевский геометрияи ғайриевклидии худро эҷод кард.

Умари Хайём дараҷаҳои дуузваҳоро пурра таҳқиқ кард. Хулосаҳои ӯ моро ба формула барои $(a+b)^n$ меорад, ки ҳоло бо номи «биноми Нютон» машҳур аст. Соли 1079 Умари Хайём тақвими (солшумории) бисёр аниқу наверо тартиб дод, ки аз тақвими милодӣ хеле саҳеҳтар аст. Бояд гуфт, ки Умари Хайём доир ба секунҷаҳо, чоркунҷаҳо, ёфтани масоҳати фигураҳо, тригонометрия, муодилаҳои дараҷаи як, ду, се, чор ва ғайра баъзе таҳқиқоти бузург гузаронидааст.

ҶАВОБҲО ВА НИШОНДОД БА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

ФАСЛИ I. Чоркунҷаҳо

(саҳифаҳои 30–33)

3. 2 ё $\frac{1}{2}$.

4. 5 см, 5 см, 6 см.

7. 22 м.

9. 70°, 70°, 110°, 110°.

10. 4 м.

11. 4 м, 6 м.

12. 12 м, 9 м, 15 м.

14. 24 см.

15. 30 дм.

18. $P_1=P_2=P_3=40$ м.

19. $P=2(а+в+с)$.

21. 22 см.

ФАСЛИ II. Бисёркунҷаҳо

(саҳифаҳои 41–43)

4. 50 см.

5. 1800°.

6. 1980°.

10. 40 см, 60 см, 80 см, 100 см, 160 см, 120 см.

11. а) 40 дм; б)32 дм.

ФАСЛИ III. Масоҳати секунҷаҳо ва чоркунҷаҳо

(саҳифаҳои 55–56)

1. 112 см^2.

2. 72 см^2.

3. 200 дм^2.

4. 40,5 см^2.

5. 24 см.

7. 70 см^2.

12. 243 см^2.

13. 126 см^2.

14. а) 22,4 см^2; б) 460 см^2.
15. 98 см^2.
16. $3\sqrt{14}$ см, $4\sqrt{14}$ см.
18. 36 дм.
19. 6 см.

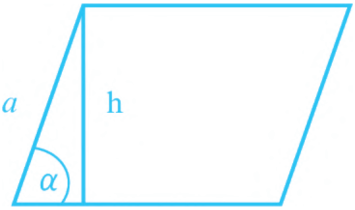
ФАСЛИ IV. Теоремаи Пифагор. Масоҳати бисёркунҷа (саҳифаҳои 62–63)

4. $8\sqrt{2}$ см.
6. 10 см.
7. 25 дм.
8. 6 см, 24 см^2.
9. 4 см.
10. 20 см, 180 см^2.
12. 5 см, $5\sqrt{3}$ см, $\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$ см^2.

ФАСЛИ V. Функсияҳои тригонометрӣ (саҳифаҳои 74–75)

1. г) $a=8\sqrt{3}$, $b=8$, $\beta=30°$, $S=32\sqrt{3}$.
2. а) $c=5$, $S=6$, $\text{Sin}\ \alpha=\dfrac{3}{5}$, $\beta=90°-\alpha$.
3. б) $a=15$, $\mathbf{S}=150$, $\text{Sin}\ \alpha=\dfrac{3}{5}$, $\beta=90°-\alpha$.
4. а) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$ $\dfrac{25\sqrt{3}}{6}$ $\alpha=60^{o}$.

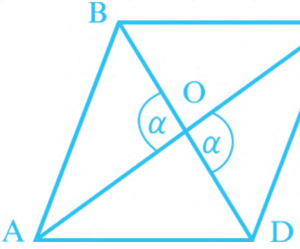
8. Нишондод: Исботи формуларо ба ёфтани баландӣ алоқаманд намоед (расми 1).



Расми 1.

10. Нишондод:

$S(ACBD)=S(\Delta AOB)+S(\Delta BOC)+S(\Delta COD)+S(\Delta DOA)$ (расми 2).



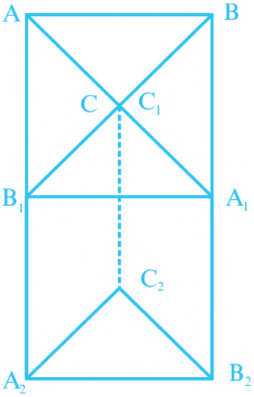
Расми 2.

ФАСЛИ VI. Ҳаракат
(саҳифаҳои 96–97)

1. Низоми сохтан:

1) Интихоби секунҷаи ABC.
2) Сохтани $A_1=S_\ell(A)$.
3) Сохтани $B_1=S_\ell(B)$.
4) Сохтани порчаи $A_1B_1=S_\ell(AB)$.
5) Сохтани $A_2=S_{A_1B_1}(A)$.
6) Сохтани $B_2=S_{A_1B_1}(B)$.
7) Сохтани $C_2=S_{A_1B_1}(C)$.
8) Сохтани порчаҳои A_2B_2, B_2C_2 ва A_2C_2.

Матлуб: $\Delta A_1B_1C_1=S_c(\Delta ABC)$ ва $\Delta A_2B_2C_2=S_{A_1B_1}(\Delta A_1B_1C)$.



Расми 3.

МУНДАРИЧА

ФАСЛИ I. ЧОРКУНҶАҲО

ФАСЛИ II. БИСЁРКУНҶАҲО

ФАСЛИ III. МАСОҲАТИ СЕКУНҶАҲО ВА ЧОРКУНҶАҲО

ФАСЛИ IV. ТЕОРЕМАИ ПИФАГОР. МАСОҲАТИ БИСЁРКУНЧА

ФАСЛИ V. ФУНКСИЯҲОИ ТРИГОНОМЕТРӢ

ФАСЛИ VI. ҲАРАКАТ

БУРҲОНОВ УСТО, ШАРИФОВ ҶУМЪА

ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 8-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Муҳаррир	М. Абдукаримов
Мусаҳҳеҳ	М. Саидова
Муҳаррири техникӣ	Н. Салоҳиддинзода
Таррох	М. Раҷабов

Ба чоп 24.08.2021 иҷозат дода шуд.
Андозаи 60x90 1/16 Коғази офсет. Чопи офсет.
Ҷузъи чопӣ 7. Адади нашр 160000 нусха.
Супориши № 106/2021

Муассисаи нашриявии «Маориф»-и
Вазорати маориф ва илми Ҷумҳурии Тоҷикистон.
734024, ш. Душанбе, кӯчаи Аҳмади Дониш, 50.
Тел: 222-14-66, E-mail: najmiddin64@mail.ru

Дар матбааи ЧДММ «Офсет» нашр шудааст.
Ҷумҳурии Тоҷикистон 734036,
ш. Душанбе, кӯчаи С. Айнӣ, 126