

А. ШАРИФЗОДА

Б. АЛИЕВ

АЛГЕБРА

Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Нашри чоруми такмилёфта

*Вазорати маориф ва илми
Ҷумҳурии Тоҷикистон тасдиқ кардааст*

ДУШАНБЕ
МАОРИФ
2023

ТДУ (УДК) 51 (075)+373+371.671
ТКБ (ББК) 22.14 Я 72+74.262
Ш-30

Ш-30. Шарифзода А. Алиев Б. **Алгебра.** Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми муассисаҳои таҳсилоти умумӣ. – Нашри чоруми такмилёфта. – Душанбе: «Маориф», 2023. –248 сах.

Хонандагони азиз!

Китоб манбаи донишу маърифат аст, аз он баҳравар шавед ва онро тоза нигоҳ доред. Кӯшиш кунед, ки соли таҳсили оянда низ ин китоб ҳамин гуна зебову орошта ба дасти додару хоҳарони шумо бирасад ва онҳо ҳам аз он истифода баранд.

Чадвали истифодаи китоб

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли таҳсил	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				Аввали сол	Охири сол
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

М У Н Д А Р И Ч А

БОБИ I. ИФОДАҲО, АЙНИЯТҲО ВА МУОДИЛАҲО

§ 1. ИФОДАҲО

1.1.Ифодаҳои ададӣ	6
1.2.Ифодаҳои дорои тағйирёбанда	9
1.3.Муқоисаи қимати ифодаҳо	13
1.4.Забони математикӣ ва навишти ифодаҳо	17
Тести 1	21

§ 2. ТАБДИЛ ДОДАНИ ИФОДАҲО

2.1.Қонунҳои ҷамъ ва зарби ададҳо	22
2.2.Ифодаҳои айниятан баробар. Айниятҳо	25
2.3.Табдилдиҳии айниятии ифодаҳо	28
Тести 2	31

§ 3. МУОДИЛАИ ЯКНОМАЉУМА

3.1.Муодила ва решаи он	32
3.2.Муодилаи хаттии якномаљума	36
3.3.Модели математикӣ ва ҳалли он	39
3.4. Ҳалли масъала бо ёрии модели математикӣ	43
Тести 3	46

§ 4. ТАВСИФҲОИ ОМОРИ

4.1. Миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва мода.....	47
4.2. Медиана ҳамчун тавсифгари оморӣ	52
4.3. Формулаҳо	55
Супоришҳои иловагӣ ба боби I	59
Тести 4	65
Маълумоти мухтасари таърихӣ	66

БОБИ II. ФУНКСИЯҲО ВА ГРАФИКҲО

§ 5. ФУНКСИЯҲО

5.1. Вобастагии байни тағйирёбандаҳо. Функция	67
5.2. Ҳисоб кардани қимати функция	70
5.3. Вобастагии мутаносиби роста	73
5.4. Вобастагии хаттии тағйирёбандаҳо	78
Тести 5	81

§ 6. ГРАФИКИ ФУНКСИЯҲО

6.1. Графики функцияи чист	82
6.2. Графики вобастагии мутаносиби роста	87
6.3. Графики функцияи хаттӣ. Буриши хатти рост бо тирҳои координатӣ	91

6.4. Вазъи байниҳам чойгиршавии хатҳои рост	95
6.5. Дода шудани функсия бо якчанд формула	99
Супоришҳои иловагӣ ба боби II	104
Тести 6	108
Маълумоти мухтасари таърихӣ	109

БОБИ III. ДАРАЧАИ НИШОНДИҲАНДААШ НАТУРАЛӢ

§ 7. ДАРАЧА ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

7.1. Квадрат ва куби адад. Дараҷаи n -уми адад	110
7.2. Зарб ва тақсими дараҷаҳо	114
7.3. Ба дараҷа бардоштани дараҷа ва ҳосили зарб	117
Тести 7	121

§ 8. ЯКАЪЗО ВА ШАКЛИ СТАНДАРТИИ ОН

8.1. Якаъзо ва навишти стандартии он	122
8.2. Зарби якаъзоҳо. Ба дараҷа бардоштани якаъзо	125
8.3. Функсияи $y = x^2$ ва графикаи он	128
8.4. Функсияи $y = x^3$ ва графикаи он	130
Тести 8	132

§ 9. ҲИСОБКУНИҲОИ ТАҚРИБӢ

9.1. Қимати тақрибии адад. Саҳви мутлақ	133
9.2. Саҳҳии ченкунӣ. Саҳви нисбӣ	136
9.3. Яклухткунии ададҳо. Аломатҳои даҳӣ ва рақамҳои курбнок	139
Супоришҳои иловагӣ ба боби III	142
Тести 9	146
Маълумоти мухтасари таърихӣ	147

БОБИ IV. БИСЁРАЪЗО

§ 10. СУММА ВА ФАРҚИ БИСЁРАЪЗОҲО

10.1. Бисёраъзо ва шакли стандартии он	148
10.2. Чамъ ва тарҳи бисёраъзоҳо	151
Тести 10	155

§ 11. ЗАРБИ БИСЁРАЪЗОҲО

11.1. Зарби якаъзо бо бисёраъзо	156
11.2. Аз қавс баровардани ҳамзарби умумӣ	160
11.3. Зарби бисёраъзо бо бисёраъзо	164
11.4. Усули гурӯҳбандии чамъшавандаҳо	168
11.5. Исботи баъзе айниятҳо	170
Тести 11	173

§ 12. СИСТЕМАҲОИ ҲИСОБ ВА ИҶРОИ АМАЛҲО

12.1. Системаи ҳисоби мавкей	174
12.2. Системаи ҳисоби дуй ва татбиқи он	176
12.3. Масъалаҳо бо истифода аз системаи даҳии ҳисоб	178
Супоришҳои иловагӣ ба боби IV	182
Тести 12	188
Маълумоти мухтасари таърихӣ	189

БОБИ V. ФОРМУЛАҲОИ ЗАРБИ МУХТАСАР

§ 13. КВАДРАТИ СУММА ВА КВАДРАТИ ФАРҚ

13.1. Квадрати сумма	190
13.2. Квадрати фарқ	193
13.3. Татбиқи формулаҳои квадрати сумма ва квадрати фарқ ...	195
Тести 13	197

§ 14. ФАРҚИ КВАДРАТҲО

14.1. Табдил додани ҳосили зарби сумма ва фарқ	198
14.2. Ба ҳамзарбҳо чудо кардани фарқи квадратҳо	200
Тести 14	202

§ 15. СУММА ВА ФАРҚИ КУБҲО

15.1. Суммаи кубҳо	203
15.2. Фарқи кубҳо	204
15.3. Татбиқи формулаҳои суммаи кубҳо ва фарқи кубҳо	206
15.4. Формулаҳои куби сумма ва куби фарқ	208
Супоришҳои иловагӣ ба боби V	211
Тести 15	215
Маълумоти мухтасари таърихӣ	216

БОБИ VI. СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ

§ 16. МУОДИЛАИ ХАТТИИ ДУНОМАЪЛУМА

16.1. Муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда	217
16.2. Графики муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда	220
16.3. Системаи ду муодилаи хаттии дуномаълума	223
16.4. Системаҳои баробарқувва	227
Тести 16	229

§17. ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ

17.1. Тарзи гузориш	230
17.2. Тарзи ҷамъи алгебравӣ	232
17.3. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии системаи муодилаҳо	236
Тести 17	240
Маълумоти мухтасари таърихӣ	242

Ҷ А В О Б Ҳ О	243
----------------------------	-----

БОБИ I. ИФОДАҲО, АЙНИЯТҲО ВА МУОДИЛАҲО

§ 1. ИФОДАҲО 1.1. Ифодаҳои ададӣ

Масъалаи 1. Тарафҳои росткунҷа ба 4 см ва 6 см баробаранд. Суммаи дарозии тарафҳои он - периметри росткунҷаро ҳисоб мекунем.

◀ Тарафҳои муқобили росткунҷа ба ҳам баробаранд. Аз ин ҷост, ки периметри росткунҷа ба дучанди суммаи дарозии ду тарафаш баробар аст:

$$2 \cdot (4 + 6) \text{ см} = 20 \text{ см.} \blacktriangleright$$

Ҷавоб: 20 см.

Масъалаи 2. Заврақи мотордор 2,5 соат бо самти ҷараёни оби дарё ҳаракат карда, ба кӯли ором баромад ва баъди бо ҳамон суръат 30 дақиқа ҳаракат намуданаш истод. Агар суръати ҳаракати заврақ дар кӯл ба 20 км/соат ва суръати ҳаракати оби дарё ба 10 км/соат баробар бошанд, заврақ кадом масофаро тай намудааст?

◀ Ҳангоми ба самти ҳаракати об шино кардани заврақ оби равон онро ба самти пеш тела медиҳад. Аз ин рӯ, суръати ҳаракати заврақ ба суръати ҳаракати об ҳам мешавад. Дар натиҷа заврақ бо суръати $(20 + 10)$ км/соат = 30 км/соат ҳаракат мекунад. Вале заврақ дар дарё 2,5 соат ҳаракат кард. Пас вай ба самти ҷараёни об масофаи $2,5 \cdot 30$ километрро тай намудааст. Баъд заврақ бо ҳамон суръаташ дар оби кӯл 30 дақ. = 0,5 соат ҳаракат намуд. Дарозии роҳи дар кӯл тайнамудаи заврақ ба ҳосили зарби суръати ҳаракати вай ва вақти барои тай намудани ин масофа сарфшуда баробар аст; $20 \text{ км/соат} \cdot 0,5 \text{ соат}$. Маълум мешавад, ки масофаи умумии тайнамудаи заврақ ба суммаи $(2,5 \cdot 30 + 20 \cdot 0,5)$ км = 85 км баробар аст. ▶

Ҷавоб: 85 км.

Ҳангоми ҳал кардани масъалаи 1 ифодаи $2 \cdot (4 + 6)$ ва ҳангоми ҳал кардани масъалаи 2 ифодаи $2,5 \cdot 30 + 20 \cdot 0,5$ -ро ҳосил намудем. Чунин ифодаҳо *ифодаҳои ададӣ* номида мешаванд. Ифодаҳои ададӣ (ё доимӣ) ба воситаи аломатҳои амалҳои ҳисоб ва қавсҳо тартиб дода мешаванд.

$$\text{Масалан, } 47 : 8; (4,23 - 0,36) \cdot 6; 36 : (6,48 - 0,48)^2.$$

Ададе, ки дар натиҷаи иҷро кардани амалҳои ифодаи ададӣ ҳосил мешавад, *қимати ифодаи ададӣ* ном дорад.

Мисоли 1. Қимати ифодаи $24 - 6 \cdot 2^3 : 12$ -ро ҳисоб мекунем.

◀ Аввал адади 2-ро ба дараҷаи 3 бардошта, баъд натиҷаро ба 6 зарб мезанем. Пас аз он натиҷаи ҳосили зарбро ба 12 тақсим мекунем:

1) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; 2) $6 \cdot 8 = 48$; 3) $48 : 12 = 4$; 4) $24 - 4 = 20$.

Ҳамин тавр, қимати ифодаи мазкур ба 20 баробар аст.

Инак, қимати ҳар гуна ифодаи ададӣ адад аст. Масалан, қимати ифодаи дар масъалаи 1 ҳосилшуда 20, қимати ифодаи дар масъалаи 2 омада 85 мебошад. ►

Маълум аст, ки ду адади дилхоҳро бо ҳам ҷамъ, тарҳ ва зарб намудан мумкин аст. Ададҳои дилхоҳи ғайринулиро низ тақсим намудан мумкин аст. Агар дар ифодаҳо амали тақсим ба нул вохӯрад, ин гуна ифодаи ададӣ қимат надорад, зеро тақсим ба нул имконнопазир аст (!). Масалан, ифодаи $64 : (24 - 8 \cdot 3)$ маъно надорад, чунки махраҷи он $24 - 8 \cdot 3 = 0$ аст.

1. Қимати ифодаро ёбед:

а) $2,5 + 22,5$; б) $48,36 + 3,64$; в) $52,7 - 6,37$;
г) $47 - 6,309$; ғ) $6,5 \cdot 2,25$; д) $1,48 \cdot 0,25$.

2. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(650 + 350) : (-50) + 35 : (-20 + 25)$;
б) $6 \cdot (-15) - 9 : (-20 + 11) - 88 : 11$.

3. Қимати ифодаро ёбед:

а) $-39 : (19 - 32) - 4(18 + 36) : (-9)$;
б) $(27 - 24) : (8 - 11) \cdot (-9 + 8 : (27 - 35))$.

4. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$; в) $\frac{5}{7} - \frac{3}{8}$; г) $3 - 2\frac{1}{4}$; д) $1 + 1\frac{2}{3}$.

5. Тартиби иҷрои амалҳоро нишон дода, қимати ифодаро ёбед:

а) $(2\frac{1}{5} - 3\frac{3}{4})\frac{3}{4}$; б) $1 - 3\frac{2}{5} \cdot 4\frac{2}{7}$; в) $12 - 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{22}$;
г) $(\frac{6}{7} - 3\frac{2}{5}) \cdot 6,5$; ғ) $(2\frac{2}{7} - 1\frac{1}{7}) : 4,2$; д) $(3,6 - 11\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2}) \cdot 6$;
е) $26 - 4^3 \cdot 5 : 2^6 : 12$; ё) $(1 - 2^3 : 4 + 3) \cdot 3^2$; ж) $(2^7 : 32 - 2^4) \cdot (3^4 - 61)$.

6. Ҳисоб кунед:

а) $5\frac{4}{5} - 9$; б) $-3\frac{5}{6} + 4\frac{3}{5}$; в) $6\frac{1}{4} - 5\frac{2}{5}$; г) $\frac{5}{8} : (-\frac{25}{28})$.

7. Қимати ифодаро ёбед:

а) $2\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5} + 4\frac{4}{5} : 0,8$; б) $\frac{2}{5} - \frac{30}{43} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\frac{2}{5}\right)$; в) $3\frac{5}{11} - 2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} + 1\frac{3}{4} : \frac{7}{8}$.

8. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $3\frac{5}{14} + 1\frac{1}{6} : 3\frac{4}{15}$; б) $-\frac{1}{23} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\frac{1}{16}\right) : \frac{46}{23}$; в) $\left(4\frac{5}{6} - \frac{5}{6} - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}\right) : \frac{1}{16}$.

9. Қимати ифодаро ёбед:

а) 12^2 ; б) 23^2 ; в) $2,4^2$; г) $0,6^3$; ғ) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; д) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$.

10. Чор маротиба аз рақами 3 истифода бурда, ифодае тартиб диҳед, ки қиматаш ба: а) 12; б) 6; в) 0; г) - 6; ғ) 1; д) 18; е) 36; ё) 54 баробар бошад.

11. Аз рӯйи матни зерин ифода тартиб дода, қиматашро ёбед: «Аз деҳаи Сағирдашт ва маркази ноҳияи Дарвоз, ки дар масофаи 65 км аз ҳам дур ҷойгиранд, дар як вақт ду шахс савора ба пешвози ҳамдигар ба роҳ баромаданд. Яке аз онҳо соате 5 км, дигаре соате 8 км роҳ мерафт. Муайян кунед, ки баъд аз 3 соат масофаи байни онҳо ба чанд километр баробар мешавад. Баъд аз 4 соат чӣ? Пас аз чанд соат савораҳо бо ҳам вомехӯрданд?»

12. Аз матни зерин ифода тартиб дода, қиматашро ёбед. «Дар як соат дастгоҳи якум 7 ва дастгоҳи дуюм 12 хишт истеҳсол мекунад. Дар 5 соат ҳарду дастгоҳ якҷоя чанд дона хишт истеҳсол мекунад? Агар баъди 3 соати кори якҷояи дастгоҳҳо дастгоҳи якум боз дошта шавад, дар 5 соат чанд дона хишт истеҳсол карда мешавад?»

13. Се маротиба аз рақами 2 истифода бурда, бо ёрии амалҳои ҳисоб адади ҳар чӣ калонтарро ҳосил кунед.

14*. Чор маротиба аз рақами 2 истифода бурда, бо ёрии амалҳои ҳисоб ва қавс ҳар яке аз ададҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10-ро ҳосил кунед. Оё адади 7-ро бо ин тарз ҳосил намудан мумкин аст?

15*. Шаш маротиба рақами 9-ро истифода бурда, адади 100 ҳосил кунед.

16*. Адади 9-ро бо воситаи даҳ рақами гуногун ифода кунед.

17*. Дар ифодаи $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ қавсҳоро тавре нависед, ки қимати он ба: а) 50; б) 72 баробар шавад.

18. Дар шакли ифодаи адади нависед: а) суммаи ададҳои

13 ва 74; б) фарқи ададҳои 41 ва 54; в) зарби ададҳои 6 ва 37; г) тақсими ададҳои 0,32 ва 0,8-ро.

Машқҳо барои такрор

19. 1%-и адади 180-ро ёбед. 10%, 18%, 45% -и ҳамин ададро ёбед.

20. $\frac{1}{4}$ -и адади 180-ро ёбед. $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{9}$ ва $\frac{11}{15}$ -ҳиссаи ҳамин ададро ёбед.

21. Масоҳати майдони кишт 60 га аст. Яке аз хоҷагиҳо 40%-и он ва хоҷагии дигар 80%-и қисми боқимондаи майдонро кишт намуданд. Кадоме аз хоҷагиҳо майдони бештареро кишт намудааст ва чанд га зиёд?

22*. Автомобил аз шаҳри Душанбе то маркази ноҳияи Ишкошим омад. Вай рӯзи аввал 40%-и тамоми роҳ, рӯзи дуюм 50%-и он ва рӯзи сеюм қисми боқимондаи роҳро тай намуд. Агар дарозии роҳи байни ш.Душанбе ва Ишкошим 632 км бошад, автомобил рӯзи сеюм кадом масофаро тай кардааст?

23. Дарозии порча ёфта шавад, агар:

а) нисфи он ба 10 см; б) сеяки он ба 36 см; в) чоряки он ба 18 см; г) аз ду се ҳиссаи он ба 8 см баробар бошад.

1.2. Ифодаи дорои тағйирёбанда

Автомобил бо суръати 70 км/соат ҳаракат карда дар 2 соат $70 \cdot 2$ км, дар 3 соат $70 \cdot 3$ км, дар 5 соат $70 \cdot 5$ км роҳро тай мекунад. Умуман, автомобил бо ҳамин суръати ҳаракаташ дар муддати t соат роҳи дарозиаш ба $70 \cdot t$ км баробарро тай мекунад. Қимати t -ро тағйир дода, мо бо воситаи ифодаи $70 \cdot t$ масофаи дар муддатҳои гуногуни вақт тайкардаи автомобилро ҳисоб карда метавонем. Барои ин танҳо ба ҷойи t қиматашро гузошта, амали зарбро иҷро кардан кифоя аст. Дар ифодаи $70 \cdot t$ ҳарфи t -ро тағйирёбанда=, ифодаи $70 \cdot t$ – ро *ифодаи дорои тағйирёбанда* ё *ифодаи тағйирёбанда* меноманд.

Мисоли дигар. Бигзор дарозии тарафҳои росткунҷа a см ва b см бошанд. Он гоҳ масоҳати он ба $a \cdot b$ (см)² баробар аст. Ифодаи $a \cdot b$ ду тағйирёбанда дорад: a ва b . Ин ифода барои қиматҳои гуногуни a ва b чӣ тавр ҳисоб кардани масоҳати росткунҷаро нишон медиҳад. Масалан: агар $a = 6$ ва $b = 12$ бошад, он гоҳ $a \cdot b = 6 \cdot 12 = 72$; агар $a = 20$ ва $b = 5$ бошад, он гоҳ $a \cdot b = 20 \cdot 5 = 100$ мебошад.

Агар дар ифодаҳои тағйирёбанда ба ҷойи тағйирёбанда қимат гузорем, он гоҳ ифодаи ададӣ ҳосил мешавад. Қимати онро *қимати ифодаи тағйирёбанда* ё мухтасар *қимати ифода* меноманд.

Масалан, адади 72 қимати ифодаи $a \cdot b$, ҳангоми $a = 6$ ва $b = 12$ аст, адади 100 қимати ифодаи $a \cdot b$, ҳангоми $a = 20$ ва $b = 5$ аст.

Ифодаҳои дучор меоянд, ки пурра ё қисман аз ҳарфҳои тартиб ёфтаанд. Барои ишораи тағйирёбандаҳои ҳарфҳои хурди алифбои латинӣ $a, b, c, x, y, z, t, u, v$ ва ғайра истифода бурда мешаванд.

Мисоли 1. Дар ифодаи $\frac{x}{x-9}$ тағйирёбандаи x қиматҳои гуногун қабул мекунад. Вобаста ба ин қиматҳои ифода низ гуногун мешаванд.

◀ Масалан, ҳангоми $x = 4$ будан, $4 : (4 - 9) = -0,8$ ва ҳангоми $x = 10$ будан $10 : (10 - 9) = 10$ мешавад. Агар $x = 9$ шавад, ифодаи додашуда маъно надорад, зеро махраҷи он ба нул баробар мешавад. Бинобар ин барои ҳамаи қиматҳои аз 9 фарқкунандаи x барои ин ифодаи ҳарфӣ амали тақсим иҷрошаванда аст. Дар чунин маврид мегӯянд, ки *соҳаи қиматҳои имконпазир* (с.қ.и.) ифодаи $\frac{x}{x-9}$ ҳамаи қиматҳои аз 9 фарқкунанда, (яъне $x \neq 9$) мебошад. ▶

Мисоли 2. Дар ифодаи $(x - y)^2 + \frac{x}{y}$ низ тағйирёбандаҳои x ва y қиматҳои гуногун қабул мекунад. Вобаста аз ин қиматҳои ифода низ гуногун мешаванд.

◀ Масалан, ҳангоми $x = 2$ ва $y = 1$ будан, $(x - y)^2 + \frac{x}{y} = (2 - 1)^2 + \frac{2}{1} = 3$ мешавад. Агар $x = -1$ ва $y = 2$ бошад, $(x - y)^2 + \frac{x}{y} = (-1 - 2)^2 + \frac{-1}{2} = 8,5$ аст. ▶

Дар ин ифода x қиматҳои дилхоҳ қабул кунад ҳам, тағйирёбандаи y танҳо қиматҳои ғайринулӣ қабул мекунад. Ҳангоми $y = 0$ будан, ифодаи мазкур маъно надорад, зеро тақсим ба нул номумкин аст.

24. Қимати ифодаи:

- а) $6x - 3$ -ро, ҳангоми $x = 5$; 0 ; -5 будан;
 б) $-4 - 0,4x$ -ро, ҳангоми $x = 2$; 0 ; -4 , 1 будан, ёбед.

25. Қимати ифодаи $-t - \left(1\frac{1}{2}t - 1\right)$ -ро ёбед, агар $t = 2$; $2,4$ бошад.

26. Қиматҳои тағйирёбандаи x дар сатри аввали ҷадвал навишта шудаанд. Қиматҳои ба онҳо мувофиқи ифодаҳои $2x + 2$ ва $-2x + 2$ -ро ёфта, дар сатрҳои дуюм ва сеюми ҷадвал нависед:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x + 2$							
$-2x + 2$							

27. Дар асоси қиматҳои дар сатри аввали ҷадвал овардашудаи тағйирёбандаи p қиматҳои мувофиқи ифодаҳои $2p - 3$ ва $-2p + 3$ -ро ёфта, ҷадвалро пур кунед:

p	-5	-3,5	-1	2,5	4
$2p - 3$					
$-2p + 3$					

28. Қиматҳои тағйирёбандаи a дар сатри аввали ҷадвал оварда шудаанд. Аз онҳо истифода бурда ҷадвалро пур кунед:

a	-4	-3	-2	-1	0	5
$3a$						
$3a - 2$						
$-3a - 2$						

29. Ифодаи ҳарфие тартиб диҳед, ки тағйирёбандааш барои қимати: а) 4; б) -4; в) 0 маъно надошта бошад.

30. Қиматҳои тағйирёбандаи b ба 6; 3; 0; -3 баробаранд. Қиматҳои мувофиқи ифодаи $-\frac{2}{3}b - \frac{1}{2}$ -ро ёбед.

31. Барои баъзе қиматҳои x ва y қимати ифодаи $y - x$ ба 1 баробар аст. Оё барои ин қиматҳо ифодаи $\frac{6}{y-x}$ маъно дорад?

32. Ифода барои кадом қиматҳои тағйирёбандааш маъно дорад:

а) $2b - 5$; б) $\frac{3}{x}$; в) $\frac{t}{4-t}$; г) $\frac{15}{y+3}$; ғ) $\frac{-2}{a}$?

33. Ифодае тартиб диҳед, ки қаратҳои:

а) 5; б) 8; в) 45; г) 144 бошад.

34. Дар ҷадвали зерин p адади натуралист. Қимати ифодаҳои $6p - 1$ ва $6p + 1$ -ро ёфта, катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$6p - 1$											
$6p + 1$											

Аз ҷадвал маълум аст, ки дар сатрҳои дуҷум сеюми он ададҳои сода ҳосил мешаванд. Оё аз рӯи чунин ҷадвал ҳамаи ададҳои содари ҳосил кардан мумкин аст?

35. Дар ифодаи $n^2 + n + 41$ ба ҷойи n бо навбат ададҳои натуралии 1, 2, 3, ..., 38, 39, 40-ро гузошта, ҳамеша адади содари ҳосил

кардан мумкин аст. Оё ҳангоми $n = 41$ будан низ қимати ифодаи мазкур ба адади сода баробар мешавад?

36. Аз рӯйи ҷумлаи зайл ифода тартиб диҳед:

а) суммаи тағйирёбандаҳои x ва y ; б) фарқи ададҳои a ва b .

в) суммаи ададҳои 4, инчунин 12 ва ифодаи $2(a + b)$;

г) ҳосили зарби фарқи ададҳои -3 ва $a + 3$ бо адади 16.

37. Дар синф 22 нафар мехонад. Шахси хайрхоҳе хост, ба тариқи ройгон, барои ҳар хонанда ба маблағи 50 сомонӣ дафтар ва ба маблағи умумии a сомонӣ китоб ҳада намояд. Барои бо китобу дафтар таъмин намудани синф \bar{y} бояд чӣ қадар маблағ сарф кунад?

38. Тарафи квадрат ба a см баробар аст. Аз он росткунҷаи тарафхояш ба a см ва h см баробарро ҷудо намуданд. Масоҳати қисми боқимондаи квадрат ба чанд баробар шуд?

39. Исбот кунад, ки агар n адади натуралӣ бошад, қимати ифодаи $2(6n - 3) - 4(3n - 7)$ ба 11 тақсим мешавад.

40. Исбот кунад, ки барои ҳар гуна адади натуралии n , қимати ифодаи $5(6n + 5) - 2(15n - 3) - 1$ якбора ҳам ба 5 тақсим мешаваду ҳам ба 6.

41*. Ду қубур мебоист дар 12 соат ҳавзи холиро пуроб созанд. Вале баъди 8 соати кори якҷоя, яке аз қубурҳоро маҳкам карданд. Бинобар ҳамин ба қубури дигар лозим омад, ки то пур шудани ҳавз боз 7 соат кушода монад. Ҳар як қубур ҳавзро алоҳида дар чанд соат аз об пур карда метавонад?

Машқҳо барои такрор

42. Ададро маълум кунад, агар:

а) 30%-и он ба 150;

б) 15%-и он ба 60;

в) 130%-и он ба 5,6;

г) 6,2%-и он ба 9,3 баробар бошад.

43. Баъди 20% арзон шудани нархи роҳқиро мусофир ба ҳазинаи Автовокзал 1 сомонӣю 80 дирам супурд. Нархи роҳқиро то арзоншавиаш чанд сомонӣ буд?

44. Аз чор се ҳиссаи ресмони дарозиаш 18 метрро буриданд. Дарозии қисми боқимондаи ресмонро ёбед.

45. Дар ду қуттӣ 10 кг хурмо ҷойгир намуданд. Аз ҳашт панҷ ҳиссаи массаи умумии хурмо дар қуттии якум аст. Массаи хурмои қуттии дуюмро ёбед.

46. Муодиларо ҳал кунад:

а) $x + 2,4 = 6,6$;

б) $-x + 12,2 = 4$.

1.3. Муқоисаи қимати ифодаҳо

Ифодаҳои ададиро ба тарзи бевосита иҷро кардани амалҳои дар онҳо овардашуда ва ёфтани қиматҳояшон қиёс намудан мумкин аст.

Масъалаи 1. Мошин аз шаҳраки Панҷ то шаҳри Кӯлоб бо суръати доимии 36 км/соат ҳаракат намуда, масофаи ба 120 км баробарро тай намуд. Агар вай масофаи марказҳои шаҳрҳои Панҷу Душанберо, ки 208 км аст, бо суръати доимии 65 км/соат тай мекард, вақти бештар сарф мекард ё камтар?

◀ Агар масофаи тайшударо ба суръати ҳаракат тақсим намоем, вақти сарфшуда ҳосил мешавад. Аз ин ҷост, ки мошин барои тай намудани масофаи байни шаҳрҳои Панҷу Кӯлоб $\frac{120}{36} = 3\frac{12}{36} = 3\frac{1}{3}$ соат вақт сарф мекунад. Аз ҷониби дигар, агар вай масофаи ба 208 км баробарро бо суръати 65 км/соат тай мекард, $\frac{208}{65} = 3\frac{13}{65} = 3\frac{1}{5}$ соат вақт сарф менамуд. Ададҳои омехтаи $3\frac{1}{3}$ ва $3\frac{1}{5}$ -ро бо ҳам муқоиса мекунем. Қисмҳои бутуни онҳо (3) баробаранд. Сурату маҳраҷи касри якумро ба 5 ва сурату маҳраҷи касри дуюмро ба 3 зарб карда, касрҳои суратҳояшон нобаробару маҳраҷҳояшон баробари $\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5}$ ва $\frac{1\cdot 3}{5\cdot 3}$ -ро ҳосил менамоем. Дар асоси қоидаи муқоисаи касрҳои одӣ (ниг. ба китоби дарсии «Математика» - барои синфи 6, п. 2.4) касри якум калонтар аст.

Ҷавоб: Дар мавриди дуюм вақти камтар сарф мешавад, зеро $5 > 3$. ►

Масъалаи 2. Ҳоҷагӣ дар ду майдоне, ки масоҳатҳояшон ба 76 га ва 48 га баробаранд, пахта кишт намуд. Аз майдони калон 2280 сентнер ва аз майдони хурд 1464 сентнер ҳосил ғундошта шуд. Ҳосилнокии кадоме аз ин ду майдон баландтар аст?

◀ Ҳосилнокии майдон ба ҳосили тақсими массаи пахтаи аз майдон ғундошташуда ва масоҳати он баробар мебошад. Барои муқоисаи ҳосилнокии майдонҳои ҳоҷагӣ, касрҳои $2280 : 76$ ва $1464 : 48$ -ро қиёс менамоем. Азбаски $1464 : 48 = 30,5$ ва $2280 : 76 = 30$ аст, маълум мешавад, ки ҳосилнокии майдони хурд аз ҳосилнокии майдони калон баландтар аст. ►

Қоидаи 1. Барои муқоисаи ифодаҳои ададӣ амалҳои дар онҳо омадаро иҷро намуда, қиматҳои ёфташударо муқоиса кардан лозим аст.

Чун дар мавриди ададҳои раціонали натиҷаи муқоисаҳо бо ишораҳои баробарӣ ё нобаробарӣ ифода намудан мумкин аст.

Натиҷаи масъалаи 1-ро ин тавр навиштан мумкин: $3\frac{1}{3} > 3\frac{1}{5}$.
Ҳалли масъалаи 2 нобаробарии $1464 : 48 > 2280 : 76$ мебошад.

Ифодаи тағйирёбандаро барои қиматҳои гуногуни ҳарфҳои муқоиса намудан мумкин аст. Ба ҳарфҳои қиматҳои мушаххас дода, ифодаҳои ададии ҳосилшударо бо ҳам муқоиса менамоем.

Мисоли 1. Ифодаҳои $4a - 1$ ва $-a + 1$ -ро барои қиматҳои $a = 0; +1; 0,4$ муқоиса менамоем.

◀ Ҳангоми $a = 0$ будан $4a - 1 = -1$, вале $-a + 1 = 1$ аст. Пас, ҳангоми $a = 0$ будан, нобаробарии $4a - 1 < -a + 1$ дуруст аст.

Агар $a = +1$ бошад, $4a - 1 = 4 \cdot (+1) - 1 = 3$ ва $-a + 1 = -(+1) + 1 = 0$ мешавад. Аз ин рӯ ҳангоми $a = +1$ будан, $4a - 1 > -a + 1$ аст.

Дар мавриди $a = 0,4$ будан $4a - 1 = 4 \cdot 0,4 - 1 = 0,6$ ва $-a + 1 = -0,4 + 1 = 0,6$ аст. Пас дар ин маврид $4a - 1 = -a + 1$ мешавад.

Ҳамин тавр, дар мавриди ифодаҳои охири қимати баробар қабул мекунанд: $4a - 1 = -a + 1$. ▶

Қоидаи 2. Барои муқоисаи ифодаҳои тағйирёбанда ба ҷойи ҳарфҳои қиматҳои мушаххас гузошта ифодаҳои ададии ҳосилшударо муқоиса намудан лозим аст.

Дар баъзе мавридҳои қиматҳои тағйирёбанда, масалан x аз ягон адади додашудаи a зиёд намешаванд. Масалан, шумораи рӯзҳои ҳафта (x) аз адади 7 зиёд намешавад. Дар чунин маврид ишораи « \leq » (хурд ё баробар) истифода шуда, чунин менависанд:

$$x \leq a.$$

Агар қиматҳои тағйирёбандаи x аз ягон адади додашудаи b хурд набоянд, ишорати « \geq » (калон ё баробар) истифода бурда мешавад. Дар чунин маврид менависанд:

$$x \geq b.$$

Дар ҳолати умумӣ, агар қиматҳои тағйирёбандаи x якбора аз адади a хурду аз адади b калон набоянд, онҳоро ба воситаи нобаробарии

$$a \leq x \leq b$$

ифода намудан мумкин аст. Барои аз нобаробариҳои $a < x$ ва $x < b$ фарқ кардан, нобаробарии $a < x < b$ -ро нобаробарии дучанда менаманд.

Агар қиматҳои тағйирёбандаи x дар байни ададҳои a ва b ҷойгир буда, бо b низ баробар шаванд (масалан, шумораи рӯзҳои моҳ ё аз 31 хурданд ё ба 31 баробар) чунин менависанд:

$$a < x \leq b.$$

55. Нобаробарино хонед ва ҳамон ададҳои бутунро нависед, ки барояшон нобаробарӣ дуруст аст:

- а) $0 < x \leq 4$; б) $1 \leq x < 10$; в) $-2 < x < +2$;
г) $-3 \leq x < 0$; ғ) $2\frac{3}{4} < x < -1$; д) $-4,35 > x > -5$.

56. Бо ёрии аломати нобаробарӣ нависед:

- а) 6 хурд аз 7 ва 7 хурд аз 8;
б) 1,2 хурд аз 1,3 ва 1,3 хурд аз 2;
в) 3,6 калон аз 3 ва 3 калон аз 2,8;
г) 2 калон аз -1 ва -1 калон аз -3 .

57. Ададҳои интиҳоб кунед, ки дар байни ҷуфти ададҳо ҷойгир бошад:

- а) 4 ва 5; б) 4,5 ва 4,7; в) 0,1 ва 0,2;
г) -2 ва -1 ; ғ) $\frac{1}{5}$ ва $\frac{1}{6}$ д) $-2,25$ ва $-1,25$.

58. Дар шакли нобаробарии дучанда нависед:

- а) 0,29 калон аз 0,2 ва хурд аз 0,3;
б) 4,25 хурд аз 5 ва калон аз 4,25;
в) $-3,2$ калон аз -6 ва хурд аз -1 ;
г) -6 калон аз -8 ва хурд аз -3 ;
ғ) n калон аз 3 ва хурд аз 10;
д) m калон аз -1 ва хурд аз 1.

59. Нобаробарино хонед:

- а) $17,3 \leq x$; б) $y \geq 0$; в) $z \geq -10$; г) $p \leq 0,36$;
ғ) $2,2 \leq k \leq 4,4$; д) $5,3 \leq t \leq 20$; е) $c < -1$; ё) $0 < b < 2$.

60. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

- а) $x \leq 10$, агар $x = 5, 2; 7; 10$ бошад;
б) $y \geq 3, 4$, агар $y = -2; 4, 6; 8$ бошад?

61. Бо ёрии аломатҳои нобаробарӣ нависед:

- а) a хурд ё баробари 5;
б) b калон ё баробари 12;
в) c калон аз 8 ва хурд ё баробари 10;
г) d калон ё баробари -7 ва хурд аз 0.

62. Дар шакли нобаробарӣ нависед:

- а) a – адади манфӣ; б) a – адади ғайриманфӣ;
в) a – адади мусбат; г) a – адади ғайримусбат;
ғ) a – адади ғайринулӣ.

63. Автомобил масофаи ба 48 км баробарро дар x соат ва мототсикл масофаи ба 84 км баробарро дар y соат тай намуданд.

Суръати ҳаракати ин воситаҳои нақлиётро муқоиса кунед, агар:

- а) $x = 0,75$ ва $y = 0,5$; б) $x = 0,3$ ва $y = 0,75$ бошад.

64. Бо ёрии нобаробарӣ нависед:

- а) ададҳои аз -2 калону аз 3 хурдро;
- б) ададҳои аз 0 калону аз 1 хурдро;
- в) ҳамаи ададҳои аз $0,36$ хурдро;
- г) ҳамаи ададҳои аз -5 калонро.

65. Бо ёрии нобаробарӣ нависед:

- а) ҳамаи касрҳои дурустро; б) ҳамаи касрҳои нодурустро.

Машқҳо барои такрор

66. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $3,24 \cdot 0,9$; б) $5 - 11\frac{7}{8} : 2,5$; в) $1\frac{17}{50} + \frac{7}{40} : 2\frac{11}{12}$.

67. Ададери ёбед, ки 125% -аш ба 165 баробар бошад.

68. 12% -и адади 500 ; 40% -и адади 20 ; 55% -и адади 240 -ро ёбед.

69. Муодиларо ҳал кунед:

а) $6,30 - x = 4\frac{9}{10}$; б) $-3\frac{7}{9} + 2\frac{1}{6} = -x$;

в) $2,8(x + 4,5) = 0$; г) $(x - 1,8)(x + 5) = 0$;

ё) $x(9,8 - 2x) = 0$; д) $6,8 - \frac{1}{3}x = 7,2$.

1.4. Забони математикӣ ва навишти ифодаҳо

Забони математикӣ дорои алифбои хеш мебошад. Ҷойи ҳарфҳоро дар ин забон рамзҳои хосаи математикӣ иваз менамоянд.

Пеш аз ҳамаи ин рамзҳо рақамҳои $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ мебошанд, ки бо ёрии онҳо ададҳо навишта мешаванд.

Шумо дар дарсҳои математика бо рамзҳои дигари ин забон аз қабилӣ

$$=, >, <, \geq, \leq, +, -, \times, :, \div, \%$$

қавсҳо ва ғайра шинос шудаед. Бояд донем, ки дар забони математикӣ бештар ҳарфҳои алифбои лотинӣ истифода бурда мешаванд. Ҳангоми ишораи нуқтаҳо, порчаҳо, хатҳои рост, кунҷҳо маҳз аз ҳарфҳои лотинӣ истифода мебарем. Аз ин рӯ, донишмандони ҳарфҳои ин алифбо барояшон зарур аст.

Вақте мегӯянд: “адади n -ро интихоб менамоем”, маънои онро дорад, ки ба ягон адад, муҳим нест, он кадом адад аст, номи “ n ”-ро бахшидаанд ва минбаъд бо он ҳамчун бо адади тамоман муайян муносибат менамоянд. Суммаи ин адади n ва адади 3 – ро тартиб дода, ифодаи $n+3$ – ро соҳиб мешавем. Агар ин ададро ба 7 зарб занем, ифодаи $7 \cdot n$ – ро ҳосил мекунем. Ифодаҳои $n+3, 7 \cdot n$

ифодаҳои математикӣ ном доранд. Онҳо бо ёрии ҳарфҳо ва амалҳои ҳисоб тартиб ёфтаанд. Ҳамин тавр, ифодаҳои математикӣ – калимаҳои забони математикиро ифода менамоянд, ки аз ҳарфҳо, ададҳо, аломатҳои ҳисоб ва қавсҳо тартиб ёфтаанд. Ифодаҳои ададӣ ва ифодаҳои дорои тағйирёбанда намунаҳои ифодаи математикӣ мебошанд.

Ҳангоми тартиб додани ифодаи математикӣ қоидаи муайяно риоя намудан лозим меояд. Масалан, агар навиштани фарқи 2 ва адади манфии -5 лозим бошад, ба ҷойи $2 - -5$ мо адади -5 - ро дар қавс гирифта ин тавр менависем: $2 - (-5)$. Агар зарби суммаи ададҳои 3 ва 7 бо адади 2 талаб карда шуда бошад, мо ин суммаро дар қавс мегирему натиҷаашро бо 2 зарб мезанем: $(3+7) \cdot 2$. Ифодаи беқавси $3+7 \cdot 2$ маънои тамоман дигар дорад: вай ба суммаи $3+(7 \cdot 2)$ баробар аст. Дар чунин маврид, амали зарб назар ба амали ҷамъ пештар иҷро карда мешавад, чунки зарб амали зинаи болотар аст.

Ҳангоми навишти ифодаҳои ҳарфдор, ки амали зарбро талаб менамоянд, зарбшавандаи ададӣ аз зарбшавандаи ҳарфӣ пештар навишта шуда, аломати амали зарб навишта намешавад: $a \cdot b = b \cdot a = ba$; $-3 \cdot c = -1 \cdot 3c = -3c$. Ҳамин тавр, ба ҷойи навишти $(c + 4) \cdot 10$ ифодаи $10(c+4)$ ва ба ҷойи навишти $a \cdot b \cdot 4$ навишта метавонем: $4ab$.

Нисбати ададҳои a ва b , дар шакли $\frac{a}{b}$ навишта мешавад.

Бо ҳамин тартиб аз ифодаҳои математикӣ ҷумлаҳои математикӣ ташкил меёбанд. Ҳар яки онҳо ягон фикри том, як тасдиқи алохидаро ифода мекунад: $5+7=12$, $12 < 13$, “83 ба 9 тақсим мешавад”, “ a - адади ҷуфт аст”. Ду баробарии аввал ҷумлаҳои дуруст буда, ҷумлаи сеюм нодуруст аст, чунки адади 83 ба 9 тақсим намешавад.

Ҷумлаи “ a - адади ҷуфт аст”, масалан барои қимати $a = 6$ дуруст буда, барои қимати $a = 7$ нодуруст аст.

Ҳангоми машғулиятҳои математикӣ лозим меояд, ки шумо иборати забони тоҷикиро ба забони математикӣ нависед ё баръакс, ифодаи математикиро ба забони тоҷикӣ баргардонед.

Масалан, суммаи ададҳои p ва q дар забони математикӣ ҳамчун $p + q$ фарқи онҳо $p - q$, зарбашон $p \cdot q$ ва тақсимашон ҳамчун $p : q$ ё $\frac{p}{q}$ ифода карда мешавад. Дар ҳамин ҷо шумо қонунҳои ҷойивазкунии сумма ва ҳосили зарби ададҳо, қонунҳои гуруҳбандии ҷамъу зарб, инчунин, ҷудошавии зарб аз рӯи

чамъро ба хотир биёред. Онҳоро дар забони математикӣ ин тавр навиштан мумкин аст:

$$a + b = b + a, \quad a + (b+c) = (a + b) + c, \quad ab = ba, \\ a(bc) = (ab)c, \quad (a+b)c = ac + bc, \quad (a - b)c = ac - bc.$$

Тавре мебинем, ҷумлаи математикӣ назар ба ҷумлаи забонӣ кӯтоҳтар буда, мазмуни васеътарро соҳиб аст. Бартари дигари ҷумлаи математикӣ дар он аст, ки онро одамони бо забонҳои гуногун гуфтугӯ дошта фаҳмида метавонанд, ҳоло он ки ҷумлаи забонӣ танҳо барои доираи муайяни соҳибони ин забон дастрас аст ҳалос.

70. Амалиёти пайдарпайро дар шакли ифодаи математикӣ нависед:

- а) адади 13-ро бо 25 зарб занед ва ба натиҷааш 66-ро ҷамъ кунед;
- б) адади 33-ро ба 4 тақсим кунед ва аз натиҷааш 4,8-ро тарҳ кунед;
- в) ба адади 900 адади 108-ро ҷамъ кунед ва суммаи ҳосилшударо 100 маротиба хурд кунед;
- г) аз адади 124,46 адади 9,6-ро тарҳ карда, натиҷаро ба 2,3 зарб занед.

71. Пайдарпайии амалиётро дар шакли ифодаи математикӣ нависед:

- а) Адади k -ро ба 14 зарб зада, ба натиҷаи зарб 28-ро илова кунед;
- б) Адади 215-ро ба адади a зарб занед ва натиҷаи онро аз 120 тарҳ кунед;
- в) Ба адади x адади 65-ро илова карда, суммаи ҳосилшударо ба 100 зарб занед;
- г) Ба адади a адади b -ро ҷамъ карда, суммаи ҳосилшударо ба c тақсим кунед.

72. а) Аз адади $2p$ адади x -ро тарҳ карда, аз адади p натиҷаи тарҳро кам кунед;

б) Адади a -ро ба квадрат бардошта, ба натиҷаи он 18-ро ҷамъ кунед;

в) Ба адади k адади $3p$ -ро ҷамъ карда, натиҷаи онро ба квадрат бардоред;

г) аз адади $\frac{1}{2}p$ адади 8 -ро тарҳ карда, натиҷаро ба куб бардоред.

73. Тартиби иҷрои амалҳоро дар ифодаҳои зерин муайян кунед:

а) $x + y + 13$; б) $3m - 17$; в) $6 + 1,5x$; г) $(3 + x)(p - c)$;

ғ) $4(x + 2)$; д) $\frac{x}{p - x}$; е) $100 - (x + y)$; ё) $a^2 - 7$; з) $(n - 1)$.

74. Дар ҳар яке аз ифодаҳои $(1 - x)^2$ ва $1 - x^2$ дар ҷойи x қимати -1 -ро гузошта, қимати ифодаҳоро ёбед ва онҳоро муқоиса кунед.

75. Дар ҳар яке аз ифодаҳои $(1+x)^y$ ва $1+xy$ ба ҷойи x қимати 2 ва ба ҷойи y қимати $-2,5$ гузошта, қимати ифодаҳоро ёбед ва онҳоро муқоиса кунед.

76. Ифодаҳои забонири ба ифодаҳои математикӣ табдил диҳед:

- а) Зарби суммаи ададҳои x ва y - ро бо адади 13;
- б) Суммаи адади 6 ва ҳосили зарби c бо x -ро;
- в) Фарқи адади p ва ҳосили зарби ададҳои 7 бо $c : 2$ -ро;
- г) Сечанди ҳосили зарби ададҳои p ва x -ро.

77. Аз калима ва ибораҳои “сумма”, “фарқ”, “ҳосили зарб”, “ҳосили тақсим” истифода бурда, ифодаҳои математикиро хонед:

- а) $(15+7) \cdot 22$; б) $8 \cdot 125 \cdot 6x + 6$; в) $(12+5) \cdot 6$; г) $54 - (18+16)$;
- ғ) $8b + 16$; д) $\frac{x+y}{p}$; е) $n \cdot (5 - m)$.

78. Бигузур ягон адад дода шуда бошад. Онро бо ҳарф ишора карда, ифодаҳои зеринро дар шакли ифодаи математикӣ нависед:

- а) дучандаи ин ададро; б) нисфи ин ададро; в) аз се ду ҳиссаи ин ададро; г) адади аз додашуда 3 воҳид зиёдро; ғ) адади аз додашуда 3 воҳид хурдро.

79. Дар шакли ифодаи математикӣ нависед:

- а) суммаи ду ададро; б) ҳосили зарби ду ададро; в) нисбати ду ададро; г) суммаи се адади баробарро; ғ) зарби чор адади баробарро.

80. Дарозии порчаи додашуда x метр аст. Дарозии порчаеро ёбед, ки он аз порчаи додашуда: а) 2 м дарозтар; б) 3 м кӯтоҳтар; в) 2 баробар дарозтар; г) 4 баробар кӯтоҳтар аст.

81. Рустам 13-сола аст. Синни аъзои оилаи онҳоро чӣ тавр навиштан мумкин агар:

- а) падараш аз $\bar{y}k$ маротиба калонсол бошад;
- б) модараш аз $\bar{y}p$ сол калон бошад;
- в) бародараш аз $\bar{y}6$ сол калон бошад;
- г) хоҳараш аз $\bar{y}3$ сол хурд бошад?

82. Нархи 1 кг себ - 5 сомонӣ, нархи 1 кг нок - 6 сомонӣ мебошад. Нархи 2 кг себу 3 кг нок ба $2 \cdot 5 + 3 \cdot 6$ сомонӣ баробар аст. Ин навиштро идома диҳед. Нархи: а) 3 кг себу 1 кг нок; б) 4 кг себу 3 кг нок; в) 6 кг себу 5 кг нок; г) 12 кг ноку 8 кг себро ҳисоб кунед.

83. Нархи 1 конфет a сомонӣ ва нархи як кулчақанд c сомонӣ мебошад. Нархи: а) 2 конфету 2 кулчақанд; б) 3 конфету 4 кулчақанд; в) 6 конфету 5 кулчақанд; г) x конфету y кулчақандро нависед.

84. Нархи 1 кг конфети навъи шоколад a сомонӣ ва нархи 1 кг конфети навъи карамел b сомонӣ аст. Ифодаи зерин чиро мефаҳмонад:

- а) $a + b$; б) $2a + b$; в) $a + 3b$; г) $6a + 5b$?

ТЕСТИ 1

1. Қимати ифодаро ёбед: $5,508 : 61,2$.

- А) 0,9; В) 0,09; С) 0,009.

2. Аз баробарӣ номаълумро ёбед: $x : \left(-\frac{96}{101}\right) = -2\frac{5}{48}$.

- А) 2; В) -2; С) -1.

3. Ҳисоб кунед: $\left(-1,2 \cdot 1\frac{1}{9}\right) : (-5,5 : (-3))$.

- А) $-\frac{4}{33}$; В) $\frac{40}{55}$; С) $-\frac{40}{55}$.

4. Муодиларо ҳал кунед: $\frac{2}{3}x - \left(7\frac{1}{5} - 9,4\right) = 2,2$.

- А) -2; В) $-5\frac{2}{5}$; С) $-1\frac{4}{5}$.

5. Қимати ифодаро ёбед: $\frac{9(3x+5y)}{xy(2x-5)}$, агар $x = -2$, $y = 6$ бошанд.

- А) -2; В) -1; С) 2.

6. Ифода тартиб диҳед: «Нисбати адади 4 ба суммаи квадратҳои 3 ва a ».

- А) $\frac{4}{3^2+a^2}$; В) $\frac{4}{3^2-a^2}$; С) $\frac{4}{(3+a)^2}$.

7. Қимати ифодаҳои $H = 2(x^2 + 7)$ ва $R = 2x^2 + 7$ -ро, ҳангоми $x = -7$ будан, муқоиса кунед.

- А) $H < R$; В) $H > R$; С) $H = R$.

8. Ба воситаи чорто рақами 2 ва аломатҳои амалҳои ҳисоб ифодаи ададие тартиб диҳед, ки қиматаш 111 бошад.

- А) $22^2 - 22$; В) $222 : 2$; С) $2^{22} : 2$.

9. Ман ададери дар хаёлам нигоҳ дошта, ба он 3-ро чамъ кардам. Пас аз ин натиҷаи ҳосилкардаамро ба 2 зарб зада, аз натиҷаи нави ҳосилшуда 3-ро тарҳ кардам. Дар ҷавоб 23 ҳосил шуд. Ман кадом ададро дар хаёл гирифта будам?

- А) 10-ро; В) 8-ро; С) 12-ро.

10. Кадоме аз касрҳои $\frac{3}{4}$ ва $\frac{4}{5}$ дар тири ададӣ ба адади 1 наздиктар ҷойгир аст?

- А) $\frac{3}{4}$; В) $\frac{4}{5}$; С) онҳо дар масофаҳои баробар ҷойгиранд.

§ 2. ТАБДИЛ ДОДАНИ ИФОДАҲО

2.1. Қонунҳои ҷамъ ва зарби ададҳо

Ҳангоми ҳисоб намудани қимати ифодаҳо бо ададҳо амалҳои иҷро карда мешаванд, ки ба қонунҳои ҷамъ ва зарби ададҳои рашионалӣ (ниг. ба китоби дарсии «Математика»-и синфи 6) тобеъ мебошанд.

1. Ҷойивазкунӣ. Барои ададҳои дилхоҳи a ва b :

а) $a + b = b + a$; б) $a \cdot b = b \cdot a$.

Яъне, агар дар сумма (ҳосили зарб) ҷойҳои ҷамъшавандаҳо (зарбшавандаҳо) иваз карда шаванд, натиҷа тағйир намеёбад.

Мисоли 1. Қонуни ҷойивазкуниро ба сумма ва ҳосили зарби ададҳои 1,82; 3,56 ва 10,08 татбиқ менамоем.

◀ а) $1,82 + 3,56 + 10,08 = 10,08 + 3,56 + 1,82 = 3,56 + 10,08 + 1,82 = 15,46$;

б) $1,82 \cdot 3,56 \cdot 10,08 = 10,08 \cdot 3,56 \cdot 1,82 = 65,310336$.

2. Гурӯҳбандӣ. Барои ададҳои дилхоҳи a, b, c :

а) $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b$,

б) $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot c) \cdot b$.

Яъне, агар дар сумма (ҳосили зарб) ҷамъшавандаҳо (зарбшавандаҳо) ба таври дилхоҳ ба гурӯҳҳо муттаҳид карда шаванд, натиҷа тағйир намеёбад. ►

Мисоли 2. Қонуни гурӯҳбандиро барои:

◀ а) суммаи $0,62 + 2,97 + 2,38$;

б) ҳосили зарби $0,62 \cdot 2,97 \cdot 2,38$ месанҷем.

Аввал ҷамъшавандаи якумро бо сеюм, баъд ҷамъшавандаи якумро бо дуум ва дар охир ҷамъшавандаи дуумро бо сеюм ба гурӯҳҳо муттаҳид намуда, натиҷаро бо адади боқимонда ҷамъ (зарб) мекунем:

а) $(0,62 + 2,38) + 2,97 = (0,62 + 2,97) + 2,38 = 0,62 + (2,97 + 2,38) = 5,97$;

б) $(0,62 \cdot 2,38) \cdot 2,97 = (0,62 \cdot 2,97) \cdot 2,38 = 0,62 \cdot (2,97 \cdot 2,38) = 4,382532$.

Бар замми ин дар қавсҳо ҷойҳои ҷамъшавандаҳоро (зарбшавандаҳоро) иваз намудан мумкин аст. Дар ин маврид дар асоси қонуни ҷойивазкунӣ боз ҳамон натиҷаро ҳосил намудан мумкин аст. ►

3. Ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ. Барои ададҳои дилхоҳи a, b, c

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c .$$

Яъне, ҳангоми ададро бо сумма зарб задан, онро ба ҳар як ҷамъшавандаи сумма зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ намудан лозим аст. Ба ибораи дигар, агар якчанд ҷамъшаванда дорон ҳамон як зарбшавандаи умумӣ бошад, онро аз қавс баровардан мумкин аст. Аз ин амал натиҷа тағйир намеёбад.

Чумлаи охирин қоидаи аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ ном дошта, тарзи чаппаи навишти қонуни ҷудошавии зарб аз рӯйи ҷамъ мебошад:

$$a \cdot b + a \cdot c = a(b + c).$$

Қонуни ҷудошавии зарб аз рӯйи ҷамъро барои се ҷамъшаванда чунин навиштан мумкин аст:

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad.$$

Медонем, ки фарқи ду адад $a - b$ -ро ҳамчун ҷамъи адади a бо адади бо b муқобил, яъне $-b$ фаҳмидан мумкин:

$$a - b = a + (-b).$$

Ба ибораи дигар, амали тарҳро ҳамчун амали ҷамъ маънидод намудан мумкин аст. Барои ба ин сарфаҳм рафтан мисоли зеринро меорем.

Мисоли 3. Қимати ифодаи $-1,5(2,73 - 1,45 - 2,16 + 0,27)$ -ро меёбем.

◀ Аввал ададҳои дохили қавсро ҷамъ намуда, баъд натиҷаи ҳосилшударо бо зарбшавандаи беруни қавс зарб мезанем:

$$\text{а) } 2,73 + (-1,45) + (-2,16) + 0,27 = (2,73 + 0,27) - (1,45 + 2,16) = 3 - 3,61 = -0,61;$$

$$\text{б) } (-1,5) \cdot (-0,61) = 0,915.$$

Агар адади беруни қавс $-1,5$ -ро ба ҳар як ҷамъшавандаи дохили қавс зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ намоем ҳам, адади $0,915$ -ро ҳосил мекунем (мустақилона санҷед). ▶

Ҳангоми татбиқи қонунҳои дар боло овардашуда натиҷаҳои аз онҳо ҳосилшавандаро низ ба эътибор гирифташарт аст. Масалан, аз қонуни ҷойивазкунӣ чунин натиҷаҳо ҳосил мешаванд:

$$a + 0 = 0 + a = a; \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a + (-a) = 0; \quad a \cdot \frac{1}{a} = 1.$$

Мисоли 4. Ҳосили зарби $24 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right)$ -ро ҳисоб мекунем.

◀ Зарбшавандаи $\frac{1}{6} - \frac{1}{12}$ -ро ҳамчун суммаи адади мусбати $\frac{1}{6}$ бо адади манфии $-\frac{1}{12}$ фаҳмидан мумкин аст. Қонуни ҷудошавии зарб аз рӯйи ҷамъро татбиқ менамоем:

$$24 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) = 24 \cdot \left(\frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{12}\right)\right) = 24 \cdot \frac{1}{6} - 24 \cdot \frac{1}{12} = 4 - 2 = 2. \quad \blacktriangleright$$

85. Фаҳмонед, ки баробарӣ дар асоси кадом қонуни ҷамъ (зарб) навишта шудааст:

$$\text{а) } 187 + 236 = 236 + 187; \quad \text{б) } 512 \cdot 324 = 324 \cdot 512;$$

$$\text{в) } 127 + (-127) = 0; \quad \text{г) } -356 \cdot \frac{1}{356} = -1.$$

86. Амалҳоро дар асоси қонуни гурӯҳбандии чамъ иҷро намуда, натиҷаҳоро муқоиса кунед:

- а) $2,37 + 1,45 + 6,64 + 0,55$; б) $12,34 + 0,76 + 5,54 + 4,46$;
в) $-3,37 + 3,37 + 2,37 - 4,34$; г) $11,59 + 7,59 - 7,41 - 7,59$.

87. Ба тарзи осонтар иҷро кунед:

- а) $50,41 \cdot 1,36 \cdot 100$; б) $-65,5 \cdot 0,30 \cdot 10 \cdot 2$;
в) $20,2 \cdot (-12,3 \cdot 100) \cdot 5$; г) $0,67 \cdot 25 \cdot 100 \cdot 4$.

88. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $7,56 + 12,39 + 1,03$; б) $12,54 + 18,46 - 14 + 15,60$;
в) $8,36 - 6,42 + 7,48 - 6$; г) $-1,47 + 4,13 - 5,5 + 18,36$.

89. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $(2\frac{5}{6} + 3,75 - 4,5) \cdot 0,6$; б) $(12\frac{1}{2} + 32,5) : 20 - 15 : 3$;
в) $(16,8 - 3\frac{3}{5}) \cdot 5\frac{1}{6}$; г) $28 : \frac{4}{5} \cdot 13\frac{5}{7} + 6\frac{3}{5} \cdot \frac{125}{33}$.

90. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}) \cdot 3\frac{3}{5}$; б) $(14 - 15\frac{1}{8} : 2\frac{1}{5}) \cdot 3\frac{1}{2}$.

91. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $2\frac{1}{2} \cdot 4,2 + 2\frac{1}{2} \cdot 5,8$; б) $3\frac{4}{7} \cdot a + 3\frac{3}{7} \cdot a$.

92. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

- а) $3\frac{1}{6} - 1\frac{1}{12} + 1 < 3,2$; б) $5\frac{2}{9} + 3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} > 0?$

93. Қимати ифодаи адади ёбед:

- а) $(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65$; б) $(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625$.

94. Исбот кунед, ки:

- а) суммаи $13 \cdot 19 + 12 \cdot 19$ ба 5 тақсим мешавад;
б) фарқи $37 \cdot 84 - 37^2 \cdot 3$ ба 27 қаратӣ аст.

95. Ҳисоб кунед:

- а) $15,3 \cdot 3,7 + 2,3 \cdot 15,3$; б) $3,7 \cdot 0,04 + 12,3 \cdot 0,04$;
в) $5,54 \cdot (-5,54) + 5,54 \cdot 4,46$; г) $2,64 \cdot 7\frac{1}{3} + 2,65 \cdot (-7\frac{1}{3})$.

96. Амалҳоро иҷро кунед:

- а) $48 \cdot (\frac{1}{8} - \frac{1}{24})$; б) $32 \cdot (\frac{1}{8} - \frac{1}{16})$; в) $-2\frac{2}{5} (\frac{5}{12} - \frac{1}{4})$.

97. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $\frac{10,6 + 33,66 : 0,33}{-0,5 + 10,25 : 0,5}$; б) $\frac{(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5} : \frac{4}{15}) \cdot 2,2}{1 + 0,25 + 0,75}$.

Машқҳо барои такрор

98. Адади якум 27%-и адади дуумро ташкил медиҳад. Агар суммаи ин ду адад 31,75 бошад, ин ададҳоро ёбед.

99. Аз ададҳои 279, 325, 642, 750, 1107 ва 11100 ҳамагонро нишон диҳед, ки: а) ба 2; б) ба 3; в) ҳам ба 3 ва ҳам ба 5 тақсим шаванд.

100. Ҳисоб кунед:

а) $54,9 \cdot 45,1 + (45,1)^2$; б) $5,73 \cdot 5,53 - 5,53^2$.

101. Нисбати ададҳои:

а) 24 ва 32; б) 270 ва 80 - ро бо фоиз ифода кунед.

2.2. Ифодаҳои айниятан баробар. Айниятҳо

Мисоли 1. Қиматҳои ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $3x + 1$ -ро бо ҳам муқоиса менамоем.

◀ Дар сатри аввали ҷадвал қиматҳои тағйирёбандаи x -ро навишта, қиматҳои ба онҳо мувофиқи ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $(3x + 1)$ -ро дар сатрҳои дууму сеюми он ҷой медиҳем:

x	-2	-1	0	1	2	3
$3(x + 2) - 5$	-5	-2	1	4	7	10
$3x + 1$	-5	-2	1	4	7	10

Аз ҷадвал аён аст, ки барои ҳамаи қиматҳои овардашудаи тағйирёбандаи x ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $3x + 1$ қиматҳои баробар қабул мекунанд. Метавонед санҷед, ки барои ҳар як қимати дигари x низ қиматҳои ифодаҳои мазкур бо ҳам баробар мешаванд. Барои ба ин боварӣ ҳосил намудан, қавси ифодаи якумро кушода, ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ менамоем:

$$3(x + 2) - 5 = 3x + 3 \cdot 2 - 5 = 3x + 1.$$

Ҳамин тавр, ифодаи якум баъди сода шуданаш, ба ифодаи дуум баробар шуд:

$$3(x + 2) - 5 = 3x + 1. \blacktriangleright$$

Ин баробарӣ барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаи x дуруст аст.

Таърифи 1. Ду ифодае, ки барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳои қиматҳои баробар қабул мекунанд, ифодаҳои айниятан баробар ё ифодаҳои айнияти номида мешаванд.

Ифодаҳои $3(x + 2) - 5$ ва $3x + 1$, ки дар мисоли 1 оварда шуданд, бо ҳам айниятан баробар мебошанд.

Мисоли 2. Нишон медиҳем, ки ифодаҳои $5(x + y)$ ва $5x + 5y$ бо ҳам айниятан баробаранд.

◀ Чадвали қиматҳои ифодаҳои $5(x + y)$ ва $5x + 5y$ - ро барои якчанд қимати интихобии x ва y тартиб медиҳем:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	2	3	4
$5(x + y)$	5	0	0	10	20	30
$5x + 5y$	5	0	0	10	20	30

Аз чадвал аён аст, ки ифодаҳои $5(x + y)$ ва $5x + 5y$ барои ҳамаи қиматҳои x ва y қиматҳои баробар қабул мекунанд. Аз қонуни ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ қавси ифодаи якумро кушода нишон додан мумкин аст, ки он айниятан ба ифодаи дуюм баробар аст. Пас ин ифодаҳо айниятан баробаранд.

Агар ду ифода айниятан баробар бошанд, фарқашон айниятан ба нул баробар мешавад. Масалан, фарқи ифодаҳои дар мисоли 1 омада айниятан ба нул баробар аст:

$$3(x + 2) - 5 - 3x - 1 = 0.$$

Фарқи ифодаҳои дар мисоли 2 овардашуда низ айниятан ба нул баробар аст: $5(x + y) - 5x - 5y = 0$. ▶

Минбаъд, барои навишти ифодаҳои айниятан баробар ишорати “ \equiv ” -ро истифода мебарем.

Масалан, $2x \equiv 2x$; $2x - 3 + 5x \equiv 7x - 3$ ва ғайра.

Таърифи 2. Баробарие, ки барои қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳош дуруст аст, айният ном дорад.

Дар дарси гузашта мо мисолҳои сершумори айниятҳоро овардем. Масалан, ҳамаи баробариҳое, ки қонунҳои ҷамъу зарби ададҳоро ифода мекунанд, айниятанд. Дар ҳақиқат, баробариҳои $a + b = b + a$ ва $ab \equiv ba$ барои ҳамаи қиматҳои a ва b дурустанд. Аз ин рӯ, онҳо айният мебошанд.

Баробариҳои қонуни гурӯҳбандӣ $(a + b) + c \equiv a + (b + c)$ ва $(a \cdot b) \cdot c \equiv a \cdot (b \cdot c)$ низ мисоли айниятҳо мебошанд. Онҳо низ барои қиматҳои дилхоҳи ҳарфҳоишон, ки дар асл ададҳо мебошанд, дурустанд.

Қонуни ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ низ айниятро ифода менамояд: $a(b + c) = ab + ac$.

Аз ҷумла, баробариҳои аз қонунҳои номбурда ҳосилшаванда ба монанди,

$$a + (-a) \equiv 0; (-a) \cdot (-b) \equiv a \cdot b; (-a) \cdot b \equiv -a \cdot b; a \cdot (-b) \equiv -a \cdot b;$$

$$a \cdot 1 \equiv a; a \cdot 0 \equiv 0 \cdot a \equiv 0; 0 : a \equiv 0, a \neq 0; (-a) \cdot 0 \equiv 0$$

ва ғайра низ айниятро ифода менамоянд.

Қайд қардан зарур аст, ки агар қимати ифодаҳо ҳадди ақал барои як қимати тағйирёбандаҳошон баробар набошанд, онҳо бо ҳам айниятан баробар намешаванд. Масалан, ифодаҳои $2x$ ва $x + 2$ айниятан баробар нестанд, зеро ҳангоми $x = 0$ будан қимати ифодаи якум ба $2 \cdot 0 = 0$, вале қимати ифодаи дуюм ба $0 + 2 = 2$ баробар аст.

Миқсоли 3. Нишон медиҳем, ки баробариҳои:

◀ а) $16(a + 2b) = 16a + 32b$; б) $52 \left(\frac{a}{13} - \frac{b}{26} \right) = 4a - 2b$;

в) $6(ab - 2,5) = 6ab - 15$ айният мебошанд.

а) Дар асоси қоидаи кушодани қавс $16(a + 2b) = 16a + 32b$ мешавад. Баръакс агар адади 16-ро ҳамчун зарбшавандаи умумии ҷамъшавандаҳои $16a$ ва $32b$ аз қавс барорем, ифодаи тарафи чапи баробарӣ ҳосил мешавад.

б) Азбаски $52 : 13 = 4$ ва $52 : 26 = 2$ аст, пас

$$52 \cdot \left(\frac{a}{13} - \frac{b}{26} \right) = \frac{52 \cdot a}{13} - \frac{52 \cdot b}{26} = 4a - 2b \text{ мешавад.}$$

Баръакс, $4a - 2b = \frac{4 \cdot 13 \cdot a}{13} - \frac{2 \cdot 26 \cdot b}{26} = 52 \left(\frac{a}{13} - \frac{b}{26} \right)$ аст.

в) ҳамин тавр, $6(ab - 2,5) = 6ab - 15$.

Баръакс, $6ab - 15 = 6 \cdot ab - 6 \cdot 2,5 = 6(ab - 2,5)$ аст. ▶

102. Кадоме аз баробариҳо бо ҳам айниятан баробаранд:

а) $2x = x$;

б) $a + 1 = a + 1$;

в) $b = b$;

г) $(-3) \cdot y = -3y$;

ғ) $6(x - x) = 6$;

д) $p \cdot \frac{1}{2} \cdot q = \frac{pq}{2}$?

103. Ифодаҳо дар асоси кадом қонун бо ҳам айниятан баробаранд

а) $7(x - y)$ ва $7x - 7y$; б) $(a - 7b) \cdot 3$ ва $3a - 21b$?

104. Оё ифодаҳо айниятан баробаранд:

а) $(3a)(5b)$ ва $15ab$;

б) $-7pc + 7pc$ ва 0 ;

в) $m - 2n$ ва $2n - m$;

г) $x - 2y$ ва $2y - x$?

105. Оё ифодаҳо айниятан баробаранд:

а) $(a + 6) \cdot 1$ ва $a + b$;

б) $(a + 6) \cdot 0$ ва $a + b$;

в) $(a + b) \cdot 2$ ва $2a + 2b$;

г) $(a + 6) \cdot (-1)$ ва $a - b$?

106. Нишон диҳед, ки $3(2p - 1) \equiv 2(3p - 1,5)$ аст.

107. Нишон диҳед, ки фарқи ифодаҳои $7(2b - 3) + 12$ ва $14b - 9$ айниятан ба нул баробар аст.

108. Оё баробарӣ айният аст:

а) $x = -x$;

б) $x + x + x = 2x + x$;

в) $x - 3x = -x - x$;

г) $x + (-x) + y = y$?

109. Оё баробарӣ айният аст:

- а) $15(a + b) = 15a - 15b$; б) $8(p - p) = 0$;
 в) $5a + (3a - 2) = 6a + 2(a - 1)$; г) $0,4m \cdot 0,8n = 0,32mn$?

110. Кадоме аз чумлаҳо айниятро ифода менамояд?

- а) Масоҳати росткунча ба нимпериметри он баробар аст;
 б) Ҳосили зарби адад ва адади бо он чаппа ба 1 баробар аст;
 в) Суммаи адади додашуда ва адади бо он муқобил ба нул баробар аст;
 г) Квадрати адад ба квадрати адади бо он муқобил баробар аст.

111. Нишон диҳед, ки $7(4x - 5) - 3(7 + 9x) = x - 56$ аст.

112. Оё баробарӣ айният аст:

- а) $x + 6 = 2(x + 3) - 1$; б) $-(p + 3q) = 3q - p$; в) $3a = 6b + 3(a - 2b)$?

113. Ақаллан як қимати тағйирёбандаро нишон диҳед, ки барояш баробарӣ ҷой надорад:

- а) $x + 4 = 4x$; б) $x - 4 = x + 4$; в) $4(x - x) = 4$.

114. Исбот кунед, ки баробарии $x^3 = 3x^2$ айният нест.

115. Айниятро исбот кунед:

- а) $7(2b - 3) + 18 = 14b - 3$; б) $5(3a - 5) + 6 = 15(a - 1) - 4$;
 в) $3p = 6b + 3(p - 2b)$; г) $11(2 - 3q) + 6q = 22 - 27q$;
 ғ) $6(2x + 5) - 5 = 4(3x - 5) + 45$; д) $5m - 45 = -5(9 - m)$.

Машқҳо барои такрор

116. Ба фоиз гардонед: $0,07$; $36,5$; $124,5$; $\frac{1}{50}$; $\frac{1}{50}$; $2\frac{1}{4}$.

117. Ба каср гардонед: 1% ; 5% ; $6,2\%$; $18,2\%$; $\frac{2}{5}\%$; $3\frac{2}{5}\%$.

118. Фоизи бузурғиро ёбед:

- а) 2% аз 100 кг; 12% аз 50 м; $\frac{2}{3}\%$ аз 9 т;
 б) 160% аз 75 см; 230% аз 512 г; $0,5\%$ аз 16 л.

119. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $83,5 + x = 23,8$; б) $93,1 - y = 178,4$.

120. Ҳисоб кунед:

- а) $53,73 + (-62,09) + (-42,1)$; б) $(-83,64) + (-73,36) + 50,45$.

2.3. Табдилдиҳии айнияти ифодаҳо

Ҳангоми ҳисоб кардани қимати ифодаи $a \cdot b - a \cdot c$ се амал (зарби a бо b , зарби a бо c ва фарқи натиҷаҳои якуму дуюм) иҷро карда мешавад. Агар мо ифодаи $a \cdot b - a \cdot c$ -ро бо ифодаи айниятан баробараш, яъне $a \cdot (b - c)$ иваз намоем, ҳамагӣ ду амал иҷро мекунему бас.

Таъриф. Иваз намудани ифодаи додашуда бо ифодаи ба он ай-
ниятан баробар табдилдиҳии айниятии ифода ном дорад.

Бо баъзе табдилдиҳиҳои ифодаҳо, ҳангоми ислоҳ кардани
ҷамъшавандаҳои монанд, кушодани қавсҳо шинос шуда будем.
Тартиби иҷрои чунин табдилдиҳиҳоро бори дигар оварда нишон
медихем, ки барои ин кадом қонунҳо истифода бурда мешаванд.

Мисоли 1. Дар ифодаи $7a - 6b + 5a + 4b$ ҷамъшавандаҳои
монандро ислоҳ менамоем.

◀ Аз қоидаи ислоҳи ҷамъшавандаҳои монанд (ниг. ба китоби
дарсии «Математика»-и синфи 6, п.9.3) маълум аст, ки коэф-
фитсиентҳои чунин ҷамъшавандаҳоро ҷамъ намуда, натиҷаро бо
қисми умумии ҳарфӣ зарб задан лозим аст:

$$7a - 6b + 5a + 4b = (7 + 5)a + (-6 + 4)b = 12a - 2b.$$

Ҳамин тавр, ифода дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз рӯи
ҷамъ табдил дода шуд. ▶

Мисоли 2. Дар ифодаи $-12x + (3 - 8x)$ қавсро мекушоем.

◀ Аз қоидаи кушодани қавсҳо истифода мебарем, ки дар
наздашон аломати ҷамъ (+) доранд: ҳангоми кушодани қавс
аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳои қавс бетағйир мемонад ва
ишораи қавс навишта намешавад:

$$-12x + (3 - 8x) = -12x + 3 - 8x = 3 + (-12 - 8)x = 3 - 20x. \blacktriangleright$$

Ҳангоми иҷрои ин табдилдиҳӣ мо аз қонунҳои ҷойивазкунӣ ва
гурӯҳбандии ҷамъ истифода бурдем.

Мисоли 3. Дар ифодаи $2a - (5 - 2a)$ қавсро мекушоем.

◀ Аз қоидаи кушодани қавсҳо истифода мебарем, ки дар
наздашон аломати тарҳ (-) доранд: ҳангоми кушодани қавс
аломати ҳар як ҷамъшавандаи он ба муқобилаш иваз карда шуда,
ишораи қавс навишта намешавад.

$$2 \cdot a - (5 - 2 \cdot a) = 2 \cdot a - 5 + 2 \cdot a = 4 \cdot a - 5.$$

Ҳангоми ин табдилдиҳӣ мо аз қонунҳои гурӯҳбандии ҷамъ ва
ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ истифода бурдем. Ҷамъшавандаи
дуюми ифода аз ҳосили зарби адади -1 ва ифодаи $5 - 2a$ иборат
аст. Ҳангоми кушодани қавс адади -1 -ро бо ҳар як ҷамъшавандаи
он зарб зада, бо ҳамин аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳои қавсро ба
муқобилаш иваз мекунем:

$$\begin{aligned} -(5 - 2a) &= (-1) \cdot (5 - 2a) = (-1) \cdot (5 + (-2a)) = -5 - (-2a) = 2a - 5 \\ \text{ва } 2a + (-1)(5 - 2a) &= 2a + 2a - 5 = 4a - 5. \blacktriangleright \end{aligned}$$

121. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

а) $3a - 20a + 16a + 19a$;

б) $2b - 14b + 6b - 8b$;

в) $-p + 4q - p + 2p - q$.

122. Аз қонуни қойивазкунӣ истифода бурда, ифодаро сода кунед:

а) $2,3a + 6 - 1,7a - 4$; б) $-1,8b - 26 + 2,8b - b$; в) $5d - 16 - 4,5d + 16$.

123. Қонуни чудошавии зарб аз рӯи чамъро истифода бурда, ифодаро бо ифодаи бо он айниятан баробар иваз кунед:

а) $14(x + y)$; б) $7(x - y)$; в) $(a - 7b) \cdot 3$.

124. Аз байни ифодаҳои $4a - b$, $-4(a - b)$ ва $4(a - b)$ ҳамонашро интихоб кунед, ки айниятан ба ифодаи $4a - 4b$ баробар бошад.

125. Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

а) $15a - b + (b - 8a) + (-56b)$; б) $14b - (16b - 8a) - 8a + 16b$;
в) $5,5c - 2,5d - 3,7c - 14,5d$; г) $7,5k + (2,5k - 6t) + (-4t)$.

126. Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

а) $12,3a + 0,6 - 1,7a - 4,4$; б) $-1,8b - 2b + 2,8 + 2b$;
в) $15p - 16,3 - 4,2p + 16$; г) $-0,4q - (1 - q) \cdot 2 + 0,36q$.

127. Қавсро кушод:

а) $1 + (a + 2b - 3)$; б) $-(a + 2b - 3)$;
в) $a - (b - a - c)$; г) $2x + y - (x - 2y)$;
д) $x + (y - x) - y$; д) $-(1 - x) + (x - 1) + xy$.

128. Қавсро кушод:

а) $-(a - b) - c(1 - a)$; б) $-a - (b - c)$; в) $a - (-b - c) - c$.

129. Қавсҳоро кушода, чамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

а) $3 \cdot (5 - 6x) + 11 \cdot x - 6 - 7x$; б) $6(3 - 4x) - 6 \cdot x + 2 - (x - 2)$;
в) $-3(3,6 - 4,8a) + 2,4a - 6,4$; г) $7(2a - 3) + 4,5 - (20 - 5,5a)$.

130. Ифодаро сода кунед:

а) $2x - (2 - 8x) + 12$; б) $3x + 4 - (6x - 3) - 7$;
в) $-3x + 2,5 + (-1 - 2,5x)$; г) $-7x - (8 - 7x) + 2x + 8$.

131. Оё чуфти ифодаҳо бо ҳам айниятан баробаранд:

а) $5a \cdot 3$ ва $15a$; б) $3x + 2y$ ва $2y + 3x$;
в) $-48b + 48b$ ва 0 ; г) $m - n$ ва $-(m - n)$?

132. Ифодаро сода кунед:

а) $-3 \cdot 2a - 12$; б) $6a(-1,2) \cdot 10$;
в) $0,5x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 1,5$; г) $(-1,2) \cdot 6 \cdot (-1,5)$.

133. Ифодаро сода намуда, қимати онро ҳангоми $a = 1$, $b = 2$, $x = -2$ ва $y = -1$ будан, ҳисоб кунед:

а) $a - (b - (a - b)) + y(a - 2)$; б) $x - (a - x) + 2(ax + y)$.

134. Ифодат кунед, ки барои қиматҳои дилхӯзи x қимати ифодаи $12(x - 3) - 4(3x - 8)$ ба -4 баробар аст.

135. Ифодаро сода кунед:

а) $-(-x + 8,06) + (8,06 - 2y)$; б) $-(3m - 2n) + (-p + 5n + p)$.

136. Ҳисоб кунед:

а) $3,242 - 0,541 + 3,242 \cdot 0,459$; б) $0,647 \cdot 3,62 + 0,647 \cdot 6,38$;
в) $0,861 \cdot 0,251 + 0,861 \cdot 0,749$; г) $39,4 \cdot 2,86 + 7,14 \cdot 39,4$.

137. Ифодаи: а) $4a - 3b + 7c - 11$ - ро дар шакли суммаи ду ҷамъшаванда; б) $15x - 6y + 31z - 2$ -ро дар шакли фарқи ду ифода нависед.

Машқҳо барои тақрир

138. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\left(42\frac{5}{12} - 21\frac{11}{8}\right) - \left(25 - 4\frac{7}{36}\right)$; б) $\left(1\frac{2}{5} + 3\frac{2}{3}\right) + \left(12\frac{1}{2} + 6\frac{4}{9}\right)$.

139. Ман ададиро фикр карда, ба он адади 2-ро илова кардам. Баъд натиҷаи ҳосилшударо ба 3 зарб задам. Пас аз ин аз натиҷаи ҳосилшуда 5-ро тарҳ намудам. Баъд аз ин аз натиҷа адади дар аввал фикркардаамро тарҳ намуда, натиҷаашро бо 2 зарб задам ва дар охир аз он адади 8-ро тарҳ кардам. Дар ҷавоб адади дар аввал фикркардаам ҳосил шуд. Ман кадом ададро фикр карда будам?

140. Тири координатиро тасвир намуда, дар он порчаи воҳидии дарозияш ба 12 катаки варақи дафтар баробарро интихоб кунед. Нуқтаҳоро қайд кунед, ки координатаҳояшон дар ин тир чунин бошанд:

а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{3}{4}$; ғ) $\frac{2}{3}$; д) $\frac{5}{6}$.

ТЕСТИ 2

1. Зарбшавандаи умумиро нишон диҳед:

$$36ab + 24ac - 48ad - 12a.$$

А) $8a$; В) $12a$; С) a .

2. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда, ифодаро сода кунед:

$$(5x - 4y) + (3y + 4x) - (2x + 7y).$$

А) $6x - 8y$; В) $8x - 6y$; С) $7x - 8y$.

3. Аз байни ифодаҳои зерин айниятро нишон диҳед:

1) $x + y = -(x - y)$; 2) $x + 2 = 2x$; 3) $x - y = x - y$; 4) $-x = x$.

А) 3); В) 1); С) 4) ва 2).

4. Периметри секунча 131 м аст. Тарафи дуюми он аз тарафи якум 5 м дароз буда, тарафи сеюмаш аз тарафи дуум 2 м кӯтоҳ аст. Тарафи хурди секунча чанд м аст?

А) 41 м; В) 38 м; С) 24 м.

5. Қимати ифодаро ёбед: $\left(8\frac{2}{3} - 6\frac{3}{5}\right) \cdot 15 - \left(2\frac{2}{5} + 1\frac{7}{9}\right) \cdot 45$.

А) 45; В) -50; С) 42.

6. Муодиларо ҳал кунед: $2(4 - 3x) + 3(2x - 1) = 6$.

А) 6; В) 5; С) ҳал надорад.

7. Амалҳоро иҷро кунед:

$2736 : (214221 : 707 - 127500 : 625 + 15)$

А) 24; В) 18; С) 12.

8. Амалҳоро иҷро кунед: $\left(\left(3\frac{3}{8} : 1\frac{1}{2}\right) : \left(2\frac{11}{12} : \frac{7}{8}\right)\right) \cdot \left(1\frac{2}{3} : \frac{27}{100}\right)$.

А) $1\frac{5}{6}$; В) $2\frac{4}{9}$; С) $4\frac{1}{6}$.

9. Қимати ифодаро ёбед: $3,24 : \left(0,9 \cdot \frac{4}{9}\right) + \left(5 - 11\frac{7}{8} : 2,5\right)$.

А) $1\frac{5}{16}$; В) $2\frac{11}{40}$; С) 8.

10. 145 % -и адади 24-ро ёбед.

А) 30; В) 28; С) 32.

§ 3. МУОДИЛАИ ЯКНОМАЉУМА

3.1. Муодила ва решаи он

Масъала. Ду ҳоҷагӣ якҷоя 42 тонна мева ғундошт. Ҳоҷагии якум аз ҳоҷагии дуум ду маротиба зиёд мева ғундошт. Ҳар як ҳоҷагӣ алоҳида чӣ қадар мева ғундошт?

◀ Бо ҳарфи x миқдори меваи ғундоштаи ҳоҷагии дуумро ишора менамоем. Он гоҳ, миқдори меваи ғундоштаи ҳоҷагии якум ба $2x$ баробар мешавад. Мувофиқи шарти масъала ҳоҷагиҳо ҳамагӣ 42 тонна мева ғундоштанд. Аз ин рӯ баробарии зеринро ҳосил менамоем:

$$2 \cdot x + x = 42.$$

Барои ёфтани номаълум, ки дар ин маврид миқдори меваи ҷамъовардаи ҳоҷагии дуумро ифода мекунад, мо баробарии тағйирёбандадорро ҳосил намудем. Чунин баробариро муодила меноманд. Тағйирёбандаи дар он омада номаълум ё тағйирёбандаи муодила номида мешавад. Ин ҷо мо муодилаи якномаълума ё муодилаҳои дорой як тағйирёбандаро меомӯзем.

Ададиро меёбем, ки ҳангоми онро дар ҷойи x ба муодила гузоштан, баробарии дуруст ҳосил гардад. Агар чунин адад ёфт

шавад, онро *решаи муодила ё ҳалли муодила* меноманд. Мегӯянд, ки адади мазкур муодиларо қонеъ мегардонад. Масалан, баробарии $2x + x = 42$ ҳангоми $x = 14$ будан дуруст аст. Адади 14 муодиларо қонеъ мегардонад, яъне ҳал ё решаи муодила мебошад. Пас хоҷагии дуом 14 тонна ва хоҷагии якум $2 \cdot 14 = 28$ тонна мева фундоштаанд. ►

Таъриф. Баробарие, ки номаълум дорад, муодила номида мешавад. Он қимати номаълум, ки муодиларо қонеъ мегардонад реша ё ҳалли муодила ном дорад.

Муодилаи $2x + x = 42$ ҳамагӣ як реша дорад. Мисолҳое овардан мумкин аст, ки дар онҳо муодила ду, се, чор, ҳатто аз ин ҳам зиёд реша дорад.

Муодилаи $(x - 2)(x - 5) = 0$ ду реша дорад: 2 ва 5. Муодилаи $(x + 3)(x + 7)(x - 10) = 0$ се реша дорад: -3 ; -7 ва 10. Дар ҳақиқат, ҳар кадоме аз ин се адад яке аз қавсҳои ҳосили зарбро ба нул табдил дода, муодиларо қонеъ мегардонад. Барои қиматҳои дигари номаълум ҳеҷ кадоме аз ин қавсҳо ба нул баробар намешавад. Аз ин ҷост, ки муодила ҳалли дигар надорад.

Муодилаи $x + 5 = x$ реша надорад, зеро барои қимати дилхоҳи x қисми чапи муодила аз қисми ростии он 5 воҳид зиёд аст.

Мақсад аз ҳал кардани муодила ҷавоб ёфтани ба саволҳои зерин аст: 1. Оё муодила ҳал дорад? 2. Агар муодила ҳал дошта бошад, онро чӣ тавр ёфтани мумкин аст? Агар муодила ҳал надошта бошад, инро исбот бояд намуд.

Муодилаи $x^2 - 10^2 = 0$ ду реша дорад: $x_1 = 10$ ва $x_2 = -10$. Муодилаи $(x - 10) \cdot (x + 10) = 0$ низ дорои ҳамаи ду реша мебошад.

Муодилаҳои, ки решаҳои баробар доранд, *муодилаҳои баробарқувва ё эквивалент* ном доранд. Масалан, муодилаҳои $x^2 - 10^2 = 0$ ва $(x - 10)(x + 10) = 0$ баробарқувваанд.

Муодилаҳои ягон реша надоштаре низ бо ҳам баробарқувва меҳисобанд. Муодилаҳо ду хосияти зеринро соҳибанд:

1⁰. Агар ба ҳар ду қисми муодилаи додашуда ҳамон як адад ҷамъ карда шавад, муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи додашуда баробарқувва мешавад. Дар натиҷаи ин амал ҷамъшавандаро аз як тарафи баробарӣ ба тарафи дигари он бо аломати аксаш гузаронидан мумкин аст.

2⁰. Агар ҳар ду қисми муодилаи додашуда ба ягон адади ғайринулии зарб ё тақсим карда шавад, муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи додашуда баробарқувва мешавад.

Мисоли 1. Исбот мекунем, ки муодилаи $x - 3 = 6$ бо муодилаи $3x - 9 = 18$ баробарқувва мебошад.

◀ Бигзор ягон адади x решаи муодилаи якум бошад. Пас барои ҳамин қимати x баробарии $x - 3 = 6$ дуруст аст. Дар асоси хосияти 2^0 ҳар ду қисми муодиларо ба адади 3 зарб зада, боз баробарии дурустро ҳосил мекунем: $3x - 3 \cdot 3 = 3 \cdot 6$. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки барои ҳамин қимати x баробарии дуҷум низ дуруст будааст. Ҳамин тавр, ҳар як решаи муодилаи якум муодилаи дуҷумро низ қонеъ мегардондааст.

Нишон додан мумкин аст, ки ҳар як решаи муодилаи дуҷум, инчунин, решаи муодилаи якум аст. Барои ин ҳар ду қисми муодилаи дуҷумро ба адади 3 тақсим намуда, дар асоси хосияти 2^0 , баробарии $\frac{3x}{3} - \frac{9}{3} = \frac{18}{3}$ ё $x - 3 = 6$ -ро ҳосил мекунем. ▶

Хулоса. Агар ягон ҷамъшаванда аз як қисми муодила ба қисми дигари он бо аломати муқобилаш гузаронида шавад, муодилаи бо муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешавад.

Мисоли 2. Нишон медиҳем, ки муодилаҳои $7x = -3x + 30$ ва $x - 3 = 0$ бо ҳам баробарқувва мебошанд.

◀ Дар муодилаи $7x = -3x + 30$ ҷамъшавандаи $-3x$ -ро аз қисми рости баробарӣ ба қисми чапи он бо аломати муқобилаш $-(-3x) = 3x$ гузаронида, муодилаи $10x = 30$ -ро ҳосил мекунем. Дар асоси хосияти 1^0 муодилаи ҳосилшуда ба муодилаи додашуда баробарқувва мебошад. Ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба 10 тақсим намуда, муодилаи бо он баробарқувваи $x - 3 = 0$ -ро ҳосил менамоем. ▶

141. Оё адади -2 решаи муодила мебошад:

- а) $2x - 4 = 0$; б) $x + 2 = 0$; в) $(x + 2)x = 0$?

142. Кадоме аз ададҳои: а) 2; б) -3 ; в) 12; г) -6 решаи муодилаи $x^2 + 4x - 12 = 0$ мебошад?

143. Оё адади: а) -2 ; б) 4; в) 8; г) 10 решаи муодилаи $x^2 - 16x + 60 = 0$ мебошад?

144. Нишон диҳед, ки ҳар кадоме аз ададҳои 3; -5 ва $\frac{2}{3}$ решаи муодилаи $(x - 3)(x + 5)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$ мебошад.

145. Исбот кунед, ки адади дилқоҳи x решаи муодила мебошад:

- а) $5x + 4 = 4(x + 1) + x$; б) $1,5x(x - 3) = -4,5 + 1,5x$.

146. Нишон диҳед, ки муодила реша надорад:

- а) $z + 6 = z$; б) $-t + 3 = -t$.

147. Оё муодила реша дорад:

- а) $2x + 3 = 2x + 8$; б) $2x - 1 = 2x$;
в) $2x = 2 + x$; г) $-3x - 1 = 1 - 3x$?

148. Муодила чандто реша дорад:

- а) $|x| = 1$; б) $|x| = 0$; в) $|x| = -1$; г) $|x| = 8,1$?

149. Исбот кунед, ки муодилаи $7x - 15 = 7x - 15$ решаи дилхоҳ дорад.

150. Муодилае тартиб диҳед, ки адади: а) 3; б) 8; в) -11 решааш бошад.

151. Муодилае тартиб даҳед, ки решаҳоияш ададҳои -4 ва 0 бошанд.

152. Аз байни муодилаҳо ҷуфтҳои баробаркувваро ҷудо кунед:

- а) $x - 2 = 2$; б) $2x = 9$; в) $\frac{3x}{9} = 2$;
г) $2x = 2 + x$; ғ) $x - 1 = 1$; д) $2x - 9 = 0$.

153. Ҷуфтҳои баробаркувваи муодилаҳоро ҷудо кунед:

- а) $\frac{x-2}{3} = 0$; б) $\frac{x-3}{6} = 0$; в) $2x - 8 = 0$;
г) $3x = 18$; ғ) $3x - 6 = 6$; д) $12x - 36 = 0$.

154. Чаро муодилаи: а) $0,5x + 1 = \frac{x}{2}$; б) $|x| + 1 = 0$ реша надорад?

155. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x - 3 = -(3 - x) + 1$; б) $3(x - x) = 0$.

156. Аз баробарии $a \cdot b = 0$ хулоса мебарояд, ки ақаллан яке аз ададҳои a ё b ба нул баробар аст. Аз ин истифода бурда, муодиларо ҳал кунед:

- а) $x(x - 1) = 0$; б) $(x + 2)(x - 5) = 0$; в) $(x + 1)(x + 7) = 0$.

157. Муодилае тартиб диҳед, ки: а) ду решаи гуногун; б) ду решаи баробар; в) се решаи гуногун дошта бошад.

158. Адади якум x буда, адади дуум аз он $1,5$ маротиба калон аст. Агар ба адади якум $3,7$ -ро чамъ карда, аз адади дуум $5,36$ -ро тарҳ кунем, натиҷаҳои баробар ҳосил мешаванд. Ин ададҳоро ёбед.

159. Периметри секунҷаи ABC 44 см аст. Тарафи AB аз тарафи BC ду маротиба кӯтоҳ буда, аз тарафи AC 6 см дароз аст. Дарозии тарафҳои секунҷаро ёбед.

160. Оё муодилаҳо баробаркувваанд:

- а) $7(x-3) = 49$ ва $x-3 = 7$; б) $\frac{2x}{5} = 6$ ва $2x = 15$;
в) $2x-3 = 0$ ва $2x = 3$; г) $x^2-9 = 0$ ва $(x-3)(x+3)=0$?

Машқҳо барои такрор

161. Ба воситаи ҳарфҳо, аломати амалҳо ва қавсҳо:
а) дучандаи адади a ; б) сечандаи адади b ; в) нисфи адади c ;
г) сеяки адади n ; ғ) нимсуммаи ададҳои p ва q ; д) нимфарқи
ададҳои x ва y -ро ифода кунед.

162. Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

а) $4x - 6y + 2,5x - 0,5y$; б) $4,8p - 0,6q + 2\frac{1}{4}p - (p + 2q)$.

163. Чамъшавандаҳоро ислоҳ намуда, зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

а) $6a - 3a + 2a - 5a - 8$; б) $5ac - 3bc + ac - 2bc + 4bc - ac$.

164. Ҳамон қиматҳои бутуни x -ро нишон диҳед, ки барояшон нобаробарии дучанда дуруст аст:

а) $3 < x < 8$; б) $21 < x < 26$; в) $14 < x < 18$.

165. Дар ҳамвории координатӣ нуқтаҳои А (2; 4), В (10; -3), С (-4; 5), D (-6; 7), Е (-4; -8); F (3; 0)-ро қайд кунед.

3.2. Муодилаи хаттии якномаълума

Баъзан муодилаҳое дучор меоянд, ки дар онҳо номаълум бо ягон адад зарб шуда, бо адади дигар чамъ шудааст.

Мисоли 1. Фирӯз ададери интиҳоб намуда, онро бо 4 зарб зад. Дар ҷавоб адади 48 ҳосил шуд. Ў кадом ададро интиҳоб кард?

◀ Бигзор адади номаълум x бошад. Аз шарт мисол баробарии $4x = 48$ -ро ҳосил мекунем. Маълум аст, ки ин муодила ҳалли ягонаи $x = 12$ -ро соҳиб аст, зеро $4 \cdot 12 = 48$ мебошад. ▶

Ҳар яке аз муодилаҳои $3x = 5$; $0,6x = 3$ ва $2\frac{1}{4}x = 0$ низ намуди $ax = b$ -ро дорад. Дар мисоли аввал $a = 3$ ва $b = 5$, дар мисоли дуюм $a = 0,6$ ва $b = 3$, дар мисоли сеюм бошад $a = 2\frac{1}{4}$ ва $b = 0$ аст.

Таъриф. Муодилаи намуди $ax = b$, ки дар он x номаълум буда, a ва b ададҳои додашуда мебошанд, муодилаи хаттии якномаълума ё муодилаи хаттии дорои як тағйирёбанда номида мешавад.

Дар ин навишт адади a коэффитсиенти назди номаълум ва адади b узви озоди муодилаи хаттӣ номида мешавад.

Муодилаи хаттии якномаълума, вобаста аз қиматҳои a ва b , метавонад ҳалли ягона дошта бошад, метавонад ягон ҳал надошта бошад. Ҳолатҳое низ мешаванд, ки адади дилхоҳ ҳалли муодила мебошад. Дар мавриди охирин мегӯянд, ки муодилаи хаттӣ *ҳалли бешумор* дорад.

1. Агар a ба нул баробар набошад, муодилаи хаттии якномаълума *ҳалли ягона* дорад.

Ҳар ду қисми муодиларо ба адади a тақсим намуда, ҳалли онро меёбем:

$$x = \frac{b}{a}.$$

Ҳамин тавр, муодилаи хаттӣ дар ин ҳолат ҳалли ягона дорад.

2. Агар $a = 0$, вале $b \neq 0$ бошад, *муодилаи хаттӣ реша надорад*. Дар ҳақиқат $0 \cdot x = b$ барои ҳеч ягон қимати x дуруст нест.

3. Агар $a = b = 0$ бошад, муодила ҳалли бешумор дорад. Дар ҳақиқат баробарии $0 \cdot x = 0$ -ро ҳамаи қиматҳои x қонеъ мегардонанд. Аз ин ҷост ки муодила ҳалли бешумор дорад.

Мисоли 2. Муодилаи $3(x - 4) = 3 - 2x$ -ро ҳал мекунем.

◀ Қавсро кушода, ҳосил мекунем: $3x - 12 = 3 - 2x$. Чамъшавандаи $-2x$ -ро аз қисми рости баробарӣ ба қисми чапи он ва адади -12 -ро аз қисми чапи баробарӣ ба қисми рости он мегузaronем. Фаромӯш намекунем, ки ҳангоми аз як қисми баробарӣ ба қисми дигари он гузаронидани чамъшаванда аломати он ба муқобилаш иваз мешавад:

$$3 \cdot x + 2 \cdot x = 3 + 12.$$

Аъзои монандро ислоҳ намуда, муодилаи бо муодилаи додашуда баробарқувваи $5x = 15$ -ро ҳосил менамоем.

Ҳамин тавр, мо як муодиларо пай дар пай бо муодилаҳои баробарқувва иваз намуда муодилаи хаттиеро ҳосил кардем, ки дар он коэффитсиенти $a = 5$ аз нул фарқ дорад. Ҳар ду тарафи баробарии охириро ба 5 тақсим карда, ҳалли ягонаи он $x = 3$ -ро ҳосил менамоем. ▶

Мисоли 3. Муодилаи $3x + 7 = 3(x + 5)$ -ро ҳал мекунем.

◀ Қавсро кушода, чамъшавандаҳои монандро ислоҳ менамоем. Дар натиҷа баробарии $3x - 3x = 8$ ё ки $(3 - 3)x = 8$ ҳосил мешавад. Тавре мебинем, қисми чапи он барои ҳамаи қиматҳои x ба нул баробар аст, ҳол он ки қисми рости баробарӣ 8 мебошад. Ин чунин маъно дорад, ки муодилаи $3x + 7 = 3(x + 5)$ ҳал надорад. ▶

Мисоли 4. Муодилаи $4(x - 5) - x = 3x - 20$ -ро ҳал мекунем.

◀ Қавсро кушода, чамъшавандаҳои монандро ислоҳ мекунем:

$$4 \cdot x - 20 - x = 3 \cdot x - 20,$$

$$3 \cdot x - 20 = 3 \cdot x - 20,$$

$$3 \cdot x - 3 \cdot x = 20 - 20,$$

$$(3 - 3) \cdot x = 0.$$

Ҳамин тавр, муодилаи $0 \cdot x = 0$ -ро ҳосил намудем, ки дар асоси ҳосиятҳои муодилаҳо ба муодилаи аввала баробарқувва

буда, ҳалли бешумор дорад. Пас муодилаи $4(x - 5) - x = 3x - 20$ низ ҳалли бешумор дорад. ►

166. Кадоме аз баробариҳо муодилаи хаттии якномаълума мебошад:

- а) $2x = 4$; б) $-x + 9 = 0$; в) $(x - 3) : 5 = 0$;
г) $x^2 + 1 = 0$; ғ) $1 - 2x^2 = 0$; д) $1 - x = |x|$?

167. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $4x = 24$; б) $-x + 5 = 0$; в) $-1,5x = -6$.

168. Муодилаи хаттиро ҳал кунед:

- а) $3x = 12$; б) $-8x = 24$; в) $-2,5x = -10$;
г) $-1,2x + 1,44 = 0$; ғ) $1,65x - 3,3 = 0$; д) $3 - x = 5 - x$.

169. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $3x - 8 = x - 2$; б) $7a - 10 = 4 - 5a$; в) $8b - 6 = b - 34$.

170. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $\frac{y}{2} - \frac{1}{2} = y$; б) $\frac{z}{4} - \frac{2}{3} = z - \frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{3} - t = \frac{1}{2}$.

171. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $8x - 41 = 23$; б) $-x + 74 = 82$;
в) $2,63x + 2 = 0,63$; г) $7,5 = 60 - 0,5x$.

172. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $(y - 3) - (y - 1) = y$; б) $2x - 5 - (x - 1) = -4$;
в) $5x - (4x + 7) = 43$; г) $16x = 23 - (4x - 17)$.

173. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $3x - 1 - (x + 3) = 1$; б) $6y - (7y - 12) = 101$;
в) $z + 5 - (z + 1) = 6z$; г) $7,5x = 64 - 0,5x$.

174. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(3x + 4)6 = -3(x + 4)$; б) $-5(4x - 1) = 4(5x - 4)$.

175. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $3(5x + 1,5) = 7x - 43,5$; б) $2(x + 3,6) = x - 1,4$.

176. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(10x - 4) - (7 + 6x) = -x$;
б) $15 - (14y - 18) = (36 - 4y) - (1 - 6y)$;
в) $48z - (3z - 16) = 2 + 7z$;
г) $1,6 - (t - 2,8) = (0,2t + 1,5) - 0,7$.

177. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи

- а) $7a - 4$ ба 24 ; б) $-6a + 13$ ба -11 ; в) $2n - 6$ ба 16 баробар аст?

178. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи:

- а) $40 - 15n$ аз қимати ифодаи $15 - 4n$ ду воҳид калон аст;
б) $10 - 4k$ аз қимати ифодаи $k + 6$ дувоздаҳ воҳид хурд аст;
в) $3m - 2$ аз қимати ифодаи $8m - 12$ шаш маротиба калон аст;
г) $-x + 12$ аз қимати ифодаи $-6x - 1$ се маротиба хурд аст?

179. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $(13x - 16) - (7 + 6x) = 19$;
б) $-(4y - 3) = 18 - 3y - (y + 1)$;
в) $0,16 - b - (1 - b) = 2b - 32$;
г) $(0,5c + 1,2) - (3,6 - 4,5c) = 4,8 - 0,3c$.

180. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $6x + (2x + 5) = 6x + 5$; б) $3x - (5x - 2) = 2x + 1$;
в) $-5x - (1 - 3x) = 2x + 3$; г) $(x - 5) - (2x - 3) = 13 - 2x$.

Машқҳо барои такрор

181. Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

- а) $11,6 + 6 - 1,6a - 12 + 2a$; б) $15,1b - 34,3b + 4,2b + 7,6b$;
в) $-3,6c + 2,4 - 0,4c - 4,8$; г) $7,4 - 9,6p - 3,6p + 12 + 2,6p$.

182. Ҳисоб кунед:

- а) $19,6 \cdot 2\frac{1}{5} + (5,25 \cdot 1\frac{1}{5}) - 4,5 \cdot \frac{4}{5}$; б) $(2\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}) : 2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{3} \cdot 2,4$.

183. Ифодаро сода намуда, қиматашро ёбед:

$5,4a - (4,8a + 2,4)$, агар $a = 5$ бошад.

184. Муодилае тартиб диҳед, ки решааш: а) 6; б) -12 бошад.

185. Оё муодила реша дорад? Агар дошта бошад, чандто:

- а) $|x| = 8$; б) $|x| = -6$; в) $|2x| = 0$; г) $|x| = 2,5$?

3.3. Модели математикӣ ва ҳалли он

Тасаввур кунед, ки дар мактаби шумо ҳамагӣ чор синфи 7 вучуд дорад. Дар синфи 7^а 15 писару 13 духтар, дар синфи 7^б 13 писару 13 духтар, дар синфи 7^в 8 писару 16 духтар ва дар синфи 7^г 20 писару 10 духтар ба таҳсил фаро гирифта шудаанд. Агар пурсанд, ки ҳар яке аз синфҳои 7 чанд нафарӣ хонанда дорад, лозим меояд, ки мо чор маротиба ҷавоб гардонем:

дар синфи 7 ^а	$15 + 13 = 28$ нафар;
дар синфи 7 ^б	$13 + 13 = 26$ нафар;
дар синфи 7 ^в	$8 + 16 = 24$ нафар;
дар синфи 7 ^г	$20 + 10 = 30$ нафар.

Бо истифода аз забони математикӣ ин чор ҳолатро бо як ҷумла ифода кардан мумкин аст: дар синф a писару b духтар таҳсил доранд, яъне шумораи умумии хонандагони синф $a + b$ нафар мебошад. Навишти $a + b$ – ро *модели математикӣ* ҳолати воқеии додашуда меноманд.

Фанни алгебра ҳолатҳои воқеии гуногунро ба забони математикӣ дар шакли модели математикӣ ифода мекунад ва

минбаъд на бо ҳолатҳои воқеӣ, балки бо ҳамин моделҳо сари қор мегирад. Сипас моделҳоро минбаъд дар асоси қоидаҳо, ҳосиятҳо, қонунҳои дар илми алгебра қабулшуда таҳқиқ мекунад.

Дар ҷадвали зерин ҳолатҳои воқеӣ ва моделҳои математикии ба онҳо мувофиқ оварда шудаанд. Дар он дар ҳама ҳолатҳо a – шумораи писарҳо ва b – шумораи духтарҳои ҳамин синфҳои ифода мекунанд.

№	Ҳолати воқеӣ	Дар забони математикии (модел)
1	Дар синф шумораи писарону духтарон баробаранд(7 ^б)	$a = b$
2	Шумораи писарон аз шумораи духтарон 2 -то зиёд аст(7 ^а)	$a - b = 2,$ $a - 2 = b$ ё $a = b + 2$
3	Шумораи духтарон назар ба шумораи писарон 8 -то зиёд аст (синфи 7 ^в)	$b - a = 8,$ $b - 8 = a,$ $b = a + 8$
4	Шумораи писарон назар ба шумораи духтарон 2 маротиба зиёд аст (синфи 7 ^г)	$a = 2b$
5	Шумораи писарон назар ба шумораи духтарон 2 маротиба хурд аст (синфи 7 ^в)	$a = b/2$ ё $b = 2a$
6	Агар ба синф боз 1 писар ва 3 духтар қабул шаванд, шумораи писарону шумораи духтарони ин синф баробар мешавад (синфи 7 ^а)	$a + 1 = b + 3$
7	Агар аз синф 8 духтар ба дигар синф гузарад, шумораи писарон назар ба шумораи духтарон 3 маротиба зиёд мешавад (синфи 7 ^а)	$a = 3(b - 8)$

Ҳангоми тартиб додани ҷадвали боло мо аз ҳолати воқеӣ ба модели математикии ин ҳолат гузаштем. Вале ҳолати чаппа низ чой дорад. Масалан, модели $a - 5 = b + 5$ маънои онро дорад, ки агар аз синф 5 писар ба синфи дигар гузараду ба ҷояшон 5 духтар ба ҳамин синф қабул шаванд, шумораи писарону духтарони синф баробар хоҳад шуд (синфи 7^г).

Саволе ба миён меояд, ки модели математикии ҳолати воқеӣ барои чӣ лозим аст, вай ба мо чӣ медиҳад? Барои ба чунин саволҳо ҷавоб додан ба мисолҳо муроҷиат мекунем.

Масъалаи 1. Дар синф шумораи духтарон назар ба шумораи писарон 2 маротиба зиёд аст. Агар аз синф 3 писар ба дигар синф

мегузашту ба ин синф 4 нафар духтар қабул мешуд, шумораи духтарони синф аз шумораи писарон 17 нафар зиёд мебуд. Ин синф чанд нафар хонанда дорад?

◀ Агар шумораи писарони синфро бо x ишора кунем, шумораи духтарони синф $2x$ мебошад. Агар 3 писар аз синф равад, дар синф $x - 3$ нафар писар боқӣ мемонад. Агар ба синф 4 нафар духтар илова гардад, шумораи духтарон ба $2x+4$ баробар мешавад. Мувофиқи шартӣ масъала фарқи

$$(2x+4) - (x-3) \text{ ба } 17 \text{ баробар аст:}$$

$$(2x+4) - (x-3) = 17.$$

Ин муодила модели математикии масъаларо ифода мекунад. Дар он қавсхор о кушода, номаълумҳоро ба як тарафи баробарӣ ва ададҳои додашударо ба тарафи дигари он гузаронида, аъзои монандро ислоҳ мекунем ва муодиларо ҳал мекунем:

$$2x+4 - x+3=17$$

$$x + 7 = 17$$

$$x = 17 - 7$$

$$x = 10. \blacktriangleright$$

Ҳамин тавр ин синф 10 писару $2 \cdot 10 = 20$ духтар дорад.

Ҷавоб: 30 нафар.

Аз ҳалли ин масъала дарк кардан мумкин аст, ки хангоми ҳал мо се зинаро тай кардем.

Дар зинаи аввал тағйирёбандаи x -ро ворид сохта, матни масъаларо ба забони математикӣ навиштем ва модели онро сохтем, ки шакли муодилаи зеринро дорад:

$$(2x + 4) - (x - 3) = 17.$$

Дар зинаи дуюм бо донишҳои доштамон ин муодиларо ҳал карда, онро то ҳолати одитарин овардем ($x = 10$).

Бо вучуди ин мо на дар бораи писарон андеша рондему на дар бораи духтарон. Танҳо бо модели ҳосилшуда кор кардему халос.

Ҳамин тавр, сохтани модели математикии ҳар гуна масъала аз се зина иборат аст:

Зинаи якум. Сохтани модели математикӣ.

Зинаи дуюм. Кор бо модели математикӣ.

Зинаи сеюм. Ҷавоб ба ҳалли масъала.

Масъалаи 2. Роҳи байни ду шаҳрро мототсиклон дар 2 соат ва велосипедрон дар 5 соат тай карданд. Суръати ҳаракати велосипед аз суръати ҳаракати мототсикл 18 км/соат камтар буд. Суръати ҳаракати велосипедрон, суръати ҳаракати мототсиклон, инчунин, дарозии роҳи байни ин ду шаҳрро меёбем.

◀ Бигузур дарозии роҳи байни шаҳрҳо S км бошад. Азбаски онро мототсиклон дар 2 соат тай кард, пас мотосикл бо сурати

$S/2$ км/соат ҳаракат кардааст. Велосипедрон ҳамин роҳро дар 5 соат тай кардааст. Аз ин $r\bar{u}$, сурати ҳаракати велосипед $S/5$ км/соат будааст. Мувофиқи шарт фарқи ин суръатҳо бояд ба 18 км/соат баробар бошад. Аз ин $r\bar{u}$, мо модели математикии масъаларо дар шакли муодилаи

$$\frac{S}{2} - \frac{S}{5} = 18$$

ҳосил кардем (зинаи якум). Минбаъд онро ҳал мекунем:

Касрҳои тарафи чапи муодиларо ба махраҷи ягонаи 10 оварда, муодиларо ин тавр менависем: $\frac{(5S-2S)}{10} = 18$ ё ки $3S = 18 \cdot 10$. Аз ин баробарӣ муайян мекунем, ки $S = 180:3 = 60$ аст (зинаи дуюм).

Ҳамин тавр дарозии роҳ 60 км буда, онро мототсиклрон бо суръати $\frac{S}{2} = \frac{60}{2} = 30$ км/соат ва велосипедрон бо суръати $\frac{S}{5} = \frac{60}{5} = 12$ км/соат тай кардаанд. ►

Зинаи сеюми ҳалли модел аз зерин иборат аст:

Ҷавоб: 12 км/соат; 30 км/соат; 60 км.

186. Омӯзгор дар тахтаи синф ҳарфи x - ро навишт.

Абдулло онро 7 воҳид зиёд карду Ёсуман онро 5 воҳид кам кард. Натиҷаи Абдулло аз натиҷаи Ёсуман ду маротиба калонтар шуд. Омӯзгор кадом ададро дар назар дошт?

187. Падар бори аввал аз ададе 3 -ро тарҳ карда, натиҷаи ҳосилкардаашро бо 6 зарб зад. \bar{U} бори дуюм ба ҳамин адад 2 – ро чамъ карду натиҷаи ҳосилшударо ба 5 зарб зад. Натиҷаҳои дар ин ду маврид ҳосилшуда баробар шуданд. Падар кадом ададро интихоб карда буд?

188. Яке аз тарафҳои секунҷа аз тарафи дуюмаш 1 см кӯтоҳ буда, аз тарафи сеюм 2 см дароз аст. Агар периметри секунҷа 38 см бошад, тарафи кӯтоҳтарини секунҷа чанд см аст?

189. Яке аз хонаҳои баландошёна назар ба хонаи дуюм 82 хучра камтар дорад. Агар шумораи умумии хучраҳои харду хона 722-то бошанд, ҳар як хона чандто хучра дорад?

190. Дар ду толор ҳамагӣ 540 чойи нишаст мавҷуд аст. Агар шумораи чойҳои нишастии зали калон аз шумораи чойҳои нишастии зали хурд 3 маротиба зиёд бошад, зали калон чандто чойи нишаст дорад?

191. Дар се раф 84 китоб гузошта шудааст. Шумораи китобҳои рафи дуюм аз шумораи китобҳои рафи якум ду баробар зиёд буда, аз шумораи китобҳои рафи сеюм 4 дона камтар аст. Ҳар як раф чандто китоб дорад?

192. Суммаи солҳои падар, модар ва писар 71 аст. Суммаи солҳои модару писар аз синни падар 1 сол хурд аст. Падар чанд сол дорад?

193. Мактаб 1750 нафар хонанда дорад. Шумораи хонандагонӣ синфҳои ибтидоӣ аз шумораи хонандагони синфҳои болоӣ 3 маротиба зиёдтар буда, аз шумораи хонандагони синфҳои мобайнӣ 2 маротиба камтар аст. Дар синфҳои мобайнӣ чанд нафар таҳсил дорад?

194. Мувофиқи ривоят, ба саволи он ки дар синфатон чанд нафар хонанда доред, математики Юнони Қадим Пифагор чунин посух дод: «Нисфи онҳо ба омӯзиши математика, чорякшон ба омӯзиши табиат машғул буда, аз ҳафт як ҳиссашон оромона фикр карда истодаанд. Қисми боқимондари се зан ташкил додаанд». Пифагор дар синф чанд нафар шогирд дошт?

195. Мувофиқи шарти пешакӣ бояд барои ҳар як рӯзи корӣ ба мардикор 48 дирам диҳанд, аммо барои ҳар як рӯзи корношоямӣ аз ӯ 12 дирам ҷарима ситонанд. Баъд аз 30 рӯз маълум шуд, ки мардикор ягон дирам намегирад. ӯ дар асл чанд рӯз кор кард?

196. Агар зарфро аз равшан пур кунем, массааш ба 5 кг баробар мешавад. Агар онро то нисфаш равшан резем, массааш ба 3 кг 250 г баробар мешавад. Зарфи мазкур чанд литр равшан ғунҷонида метавонад?

197. Суммаи се адади тоқи пай дар пай 75 аст. Ин ададҳоро ёбед.

3.4. Ҳалли масъала бо ёрии модели математикӣ

Масъалаи 1. Шумораи себҳои халтаи якум аз шумораи себҳои халтаи дуюм 3 маротиба зиёд буд. Баъди аз халтаи якум 48 дона себ гирифта ба халтаи дуюм андохтан, шумораи себҳои ҳарду халта баробар шуд. Дар аввал ҳар як халта чандтоғӣ себ дошт?

◀ Агар шумораи себҳои халтаи дуюмро бо x ишора намоем, дар халтаи якум 3 маротиба зиёд, яъне $3x$ дона себ будааст. Баъди аз халтаи якум ба халтаи дуюм андохтани 48 дона себ дар халтаи якум $3x - 48$ дона себ боқӣ монд ва шумораи себҳои халтаи дуюм ба $x + 48$ дона баробар шуд. Мувофиқи шарти масъала, баъди ин амал шумораи себҳои ҳарду халта баробар гардид:

$$3x - 48 = x + 48.$$

Муодилаи ҳосилшударо ҳал мекунем:

$$3x - 48 = x + 48,$$

$$2x = 96,$$

$$x = 48.$$

Маълум шуд, ки дар халтаи дуюм 48 дона ва дар халтаи якум $3x = 3 \cdot 48 = 144$ дона себ будааст.

Дар муодилаи ҳосилшуда ба ҷойи x адади 48-ро гузошта, баробарии дурусти $3 \cdot 48 - 48 = 48 + 48 \text{ ё } 96 = 96$ -ро ҳосил мекунем.

Санчиш нишон медиҳад, ки адади 48, дар ҳақиқат, ҳалли муодилаи $3x - 48 = x + 48$ аст. ►

Масъалаи 2. Фондарё аз Ғунд 272 км кӯтоҳ буда, аз 37 се ҳиссаи онро ташкил медиҳад.

◀ Дарозии ин ду дарёро меёбем. Дарозии Фондарёро ба ҳисоби км бо x ишора менамоем. Он гоҳ дарозии Ғунд ба $(x + 272)$ км баробар мешавад. Дарозии Фондарё $\frac{3}{37}$ ҳиссаи дарозии Ғундро ташкил медиҳад. Инро ба эътибор гирифта, муодилаи зеринро ҳосил менамоем:

$$\frac{3}{37} \cdot (x + 272) = x$$

Барои ҳал намудани муодилаи ҳосилшуда ҳар ду қисми онро ба 37 зарб зада, натиҷаи зеринро ҳосил мекунем:

$$3(x + 272) = 37 \cdot x$$

$$3x + 816 = 37x$$

$$37x - 3x = 816$$

$$34x = 816$$

$$x = 816 : 34$$

Ҷавоб: 24 км ва 296 км. ►

Масъалаи 3. Дар се анбор 53 тонна картошка буд. Дар анбори якум назар ба анбори дуюм 8 тонна зиёд, дар анбори сеюм аз анбори дуюм 15 тонна кам. Анбори дуюм чанд тонна картошка дошт?

◀ Миқдори картошкаи анбори дуюмро бо x ишора намуда, аз рӯи шарти масъала муодилаи зеринро тартиб медиҳем:

$$(x + 8) + x + (x - 15) = 53.$$

Аз он меёбем: $3x - 7 = 53$

$$3x = 60$$

$$x = 60 : 3$$

Ҷавоб: 20 т. ►

Масъалаи 4. Суммаи ду адад 179 аст. Агар адади якумро ба дуомаш тақсим кунем, ҳосили тақсим ба 13 баробар мешаваду 11 бақия менамояд. Ин ададро муайян менамоем.

◀ Аз синфи 6 маълум аст, ки (ниг. ба китоби дарсии «Математика»-и синфи 6, п. 1.1) тақсимшаванда ба ҳосили зарби тақсимкунанда ва натиҷаи тақсим, ҳам бақия баробар аст. Бигзор тақсимшаванда u бошад. Он гоҳ тақсимкунанда ба $179 - u$ баробар мешавад. Инро ба эътибор гирифта, баробарии зеринро ҳосил менамоем: $u = (179 - u) \cdot 13 + 11$.

Онро ҳал намуда, меёбем: $u = 167$. Маълум мешавад, ки тақсимшаванда 167 ва тақсимкунанда $179 - 167 = 12$ будаанд. ►

198. Суммаи ду адад 25 аст. Агар яке аз онҳо аз дигараш 4 маротиба калон бошад, ин ададҳоро маълум кунед.

199. Фарқи ду адад ба 6,21 баробар буда, онҳо ҳамчун 2 : 3 нисбат доранд. Ин ададҳоро ёбед.

200. Адади якум ба 140 %-и адади дуум баробар буда, фарқи байнашон 37-ро ташкил медиҳад. Ин ададҳоро ёбед.

201. Периметри секунҷа 30 см аст. Агар дарозиҳои се тарафи секунҷа ба се адади пай дар пайи натуралӣ баробар бошанд, онҳоро ёбед.

202. Дар се сабад 66 дона себ буд. Шумораи себҳои сабади якум аз шумораи себҳои сабади дуум 16-то зиёд, вале шумораи себҳои сабади сеюм аз шумораи себҳои сабади дуум 10-то кам. Шумораи себҳои ҳар як сабад ёфта шавад.

203. Китобхонаи якум аз китобхонаи дуум 3000-то зиёдтар китоб дорад. Агар шумораи китобҳои китобхонаи дуум 40 %-и шумораи китобҳои китобхонаи якумро ташкил диҳад, онҳо чандтогӣ китоб доранд?

204. Дарозии дарёи Кофарниҳон аз дарозии дарёи Хингоб ду баробар зиёд аст. Агар дарозии умумии онҳо ба 588 км баробар бошад, дарозии дарёи Хингоб ба чанд км баробар аст?

205. Дарёи Бартанг аз дарёи Вахш 4 км дарозтар аст. Агар дарозии умумии онҳо аз дарозии дарёи Панҷ 131 км зиёд ва дарозии дарёи Вахш аз дарозии дарёи Панҷ 397 км кӯтоҳ бошад, дарозии ҳар яке аз ин дарёҳоро ёбед.

206. Дар майдони якум назар ба майдони дуум 4 маротиба бештар ниҳоли тут буд. Баъди аз майдони якум ба майдони дуум кӯчонидани 480 адад ниҳоли тут, шумораи ниҳолҳои тути ҳар ду майдон баробар шуд. Дар аввал дар ин майдонҳо чандтогӣ ниҳоли тут мавҷуд буд?

207. Супориш аз тайёр кардани 10380 дона хишт иборат буд. Онро дар се рӯз иҷро намуданд. Рӯзи аввал назар ба рӯзи дуум 42 дона ва рӯзи сеюм назар ба рӯзи дуум 156 дона камтар хишт тайёр намуданд. Ҳар рӯз чандтогӣ хишт тайёр карда шуд?

208. Дар се қуттӣ 41 кг себ буд. Назар ба қуттии дуум дар қуттии якум 3 кг ва дар қуттии сеюм 16 кг камтар себ буд. Дар қуттии дуум чӣ қадар себ буд?

209. Суммаи кунҷҳои дохилии секунҷа ба 180° баробар аст. Агар кунҷи дуум аз кунҷи якум ду маротиба ва кунҷи сеюм аз кунҷи дуум 30° калон бошад, бузургии ҳар як кунҷи секунҷа ёфта шавад.

210. Суммаи кунҷҳои дохилии чоркунҷа ба 360° баробар аст. Агар бузургии кунҷи якум аз бузургии кунҷи дуюм 3 баробар, бузургии кунҷи сеюм аз бузургии кунҷи дуюм 8 баробар ва бузургии кунҷи чорум аз бузургии кунҷи якум 2 баробар калон бошанд, бузургии кунҷҳоро ёбед.

211. Ду автомобил бо суръатҳои баробар ҳаракат доранд. Агар автомобили якум суръати ҳаракаташро 10 км зиёд намуда, автомобили дуюм суръати ҳаракаташро 10 км кам намояд, масофаи дар 2 соат тайкардаи автомобили якум ба масофаи дар 3 соат тайкардаи автомобили дуюм баробар мешавад. Ҳоло автомобилҳо бо кадом суръатҳо ҳаракат доранд?

212. Роҳи аз деҳа то шаҳрро дучархарон дар 3 соат тай намуд. Агар y суръати ҳаракаташро соате 2 км зиёд мекард, ҳамин роҳро дар 2 соату 30 дақиқа тай мекард. Суръати ҳаракати дучархарон ва масофаи байни шаҳру деҳа ёфта шавад.

213. Дар ду халта 70 килограмми биринҷ буд. Баъди аз як халта назар ба халтаи дигар 3 маротиба зиёд биринҷ гирифтанд, дар халтаи якум назар ба халтаи дуюм 2 маротиба камтар биринҷ монд. Аз ҳар халта чӣ қадарӣ биринҷ гирифта шуд?

Машқҳо барои такрор

214. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x + 0,939 = 2,571$; б) $9,26 \cdot x = 10,321$; в) $16,7097 : x = 32,7$.

215. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаҳо баробаранд:

а) $1 - x$ ва $x - 13$; б) $1 + 2x$ ва $x - 6$; в) $-x - 3$ ва $x + 7$?

216. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда:

суммаи ифодаҳои $\frac{2-x}{5}$ ва $\frac{x-1}{2}$ ба нул баробар аст?

217. Барои кадом қимати тағйирёбанда:

а) қимати ифодаи $\frac{3x+5}{2}$ аз қимати ифодаи $\frac{x-3}{2}$ 4 маротиба калон аст? б) қимати ифодаи $\frac{-1+x}{3}$ аз қимати ифодаи $\frac{x-6}{2}$ 6 маротиба хурд аст?

Т Е С Т И 3

1. Решаи муодиларо ёбед:

$$3 \cdot (x - 1) - 2(3 - 7x) = 2 \cdot (x - 2).$$

А) $2\frac{1}{2}$; В) 0,45; С) $\frac{1}{3}$.

2. Ифодаҳо барои кадом қимати тағйирёбандаи x қиматҳои баробар қабул мекунанд: $\frac{2-x}{6}$ ва $\frac{x+7}{15}$?

А) – 4; В) 16; С) –3,2.

3. Ду муодила баробарқувва номида мешавад:

а) агар решаи муодилаи якум решаи муодилаи дуюм бошад;

б) агар шумори решаҳои муодилаҳо баробар бошанд;

в) агар решаҳои муодилаи якум решаҳои муодилаи дуюм бошанд ва баръакс, решаҳои муодилаи дуюм решаҳои муодилаи якум бошанд?

А) а); В) б); С) в).

4. Муодиларо ҳал кунед: $\frac{8x-3}{7} - \frac{8x+1}{3} = 2$.

А) 4; В) $19\frac{1}{3}$; С) $-2\frac{4}{5}$.

5. Синни модар якҷоя бо синни духтараш 30 солро ташкил медиҳад. Духтар назар ба модараш 24 сол ҷавонтар аст. Духтар чанд сол дорад?

А) 4 сол; В) 3 сол; С) 5 сол.

6. Периметри секунҷаи ABC 44 см аст. Тарафи АВ назар ба тарафи ВС ду маротиба кӯтоҳ буда, аз тарафи АС 4 см кӯтоҳ аст. Тарафи дарозтарини секунҷа чанд см аст?

А) 14 см; В) 12 см; С) 15 см.

7. Муодилаи $|x| + 1 = 0$ чандто реша дорад?

А) 0-то; В) 1-то; С) 2-то.

8. Ҳал кардани муодила маънои:

а) ёфтани ҳамаи решаҳои муодиларо дорад; б) реша доштани муодиларо дорад; в) ёфтани решаҳои муодила ё исбот кардани он ки муодила реша надорад.

А) а); В) б); С) в).

9. Кадоме аз ададҳои 3; –2; 2 решаи муодилаи $9x - 23 = 5x - 11$ аст?

А) –3; В) –2; С) 2.

10. Ҳалли муодиларо ёбед:

$$2(x + 3) - 3(x + 2) = 5 - 4(x + 1).$$

А) 1,5; В) 0,42; С).

§ 4. ТАВСИФҲОИ ОМОРИ

4.1. Миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва мода

Масъалаи 1. Дар синфи 7^a 13 писару 12 духтар таҳсил дорад. Барои муоинаи тиббӣ вазни ҳар кадоми онҳоро дар тарозу чен карда, натиҷаҳои зеринро бо килограммҳо ҳосил карданд:

Писарон: 27, 24, 25, 17, 19, 27, 19, 20, 35, 41, 43, 27, 27.

Духтарон: 23, 22, 18, 28, 25, 19, 20, 31, 20, 27, 30, 37.

◀ Агар вазнҳои писаронро чамъ карда, суммаи ҳосилкардаамонро ба шумораи умумии онҳо (13) тақсим кунем мефаҳмем, ки вазни миёнаи писарони синф чанд кг аст.

Маълум мешавад, ки вазни миёнаи писарони синф

$$(27+24+25+17+19+27+19+20+35+41+43+27+27):13=27 \text{ кг}$$

ва вазни миёнаи духтарони синф

$$(23+22+18+28+25+19+20+31+20+27+30+37):12 = 25 \text{ кг аст.}$$

Агар хоҳем донем, ки вазни миёнаи хонандагони синфи 7^a чанд аст, натиҷаи гурӯҳи писаронро бо натиҷаи гурӯҳи духтарон чамъ карда, суммаи ҳосишударо ба шумораи умумии гурӯҳҳо тақсим мекунем:

$$(27+25):2 = 26 \text{ (кг).}$$

Таърифи 1. Миёнаи арифметикии якчанд адад гуфта, нисбати суммаи ин ададҳоро ба шумораи умумии онҳо меноманд.

Дар мисоли овардашуда вазни миёнаи писарони синфи 7^a ба 27 кг, вазни миёнаи духтарони ҳамин синф ба 25 кг ва вазни миёнаи умумии хонандагони синф ба 26 кг баробар аст. ►

Агар ба қатори вазнҳои писарон диққат диҳем пай мебарем, ки дар ин қатор адади 43 аз ҳама калону адади 17 аз ҳама хурд мебошад. Фарқи $43 - 17 = 26$ *фарохӣ ё фарозии ин қаторро* тавсиф медиҳад.

Дар байни натиҷаҳои вазнҳои духтарон адади 37 аз ҳама калон буда, адади 18 аз ҳама хурд мебошад. Аз ин рӯ, фарозии қатор ба $37 - 18 = 19$ баробар аст.

Донистани фарозии қатор имкон медиҳад, ки то кадом андоза аз ҳам дур ё пароканда ҷойгир шудани натиҷаҳои санчишҳоро муайян кунем.

Масъалаи 2. Бигузур дар давоми шабонарӯз ҳарорати ҳаворо дар минтақаи зистамон чен карда бошем. Барои ҳосил кардани маълумоти дақиқ донистани на танҳо қимати миёнаи арифметикии тағйирёбии ҳарорат дар давоми шабонарӯз аҳаммият дорад, балки донистани тавсифи зиёду кам шудани ҳарорат низ муҳим аст.

◀ Барои тавсифи додаҳои оморӣ донистани он ки кадом адад дар қатори додашуда бештар дучор меояд, қолиби диққат аст.

Дар қатори вазнҳои писарон адади 27 аз ҳама бештар (4 маротиба) дучор меояд. Дар ин маврид мегӯянд, ки адади 27 *модаи қатори* додашуда (дар мавриди мо вазнҳои писарон) мебошад. Барои қатори вазнҳои духтарон адади 25 модаро ташкил медиҳад. ►

Таърифи 2. Модои қатори ададӣ гуфта, ададеро меноманд, ки дар ин қатор аз ҳама бештар дучор меояд.

Қатори ададӣ метавонад беш аз якто мода дошта бошад, метавонад ягон мода надошта бошад.

Масалан, қатори 12, 15, 16, 24, 12, 31, 16, 12, 31, 18, 31, 16, 24 ду мода дорад (12 ва 16), чунки ҳар яки онҳо дар қатори мазкур се маротиба дучор ояд, ададҳои боқимонда аз се маротиба камтар дучор меоянд. Ҳамин тавр дар қатори

45, 32, 19, 36, 67, 84, 90, 26, 47, 54, 77, 88, 11, 13

мода вучуд надорад.

Ёфтани модаи додаҳо, аслан барои он лозим аст, ки ягон нишондиҳандаи умумиро ин додаҳо ҳосил кунанд. Масалан, ҳангоми додаҳо доир ба андозаҳои куртаҳои мардона, ки дар давоми рӯз дар мағоза ба савдо рафтаанд доништан, аз нишондиҳандаи мода истифода мебаранд. Муайян мекунад, ки кадом навъи курта аз тарафи мизочон серхаридортарин аст. Миёнаи арифметикӣ дар ин маврид маълумоти кофӣ намедихад. Мода бошад, муайян мекунад, ки кадом намуди маҳсулот сарталаб ва бозоргузар аст.

Миёнаи арифметикии қатори ададҳо метавонад бо ҳеҷ кадоме аз ададҳои қатор баробар набошад. Мода бошад, агар мавҷуд бошад, метавонад бо ду ва зиёда ададҳои қатор баробар шавад. Ба ғайр аз ин мафҳуми мода метавонад на фақат ба қатори ададӣ хос бошад. Масалан, агар дар байни хонандагон пурсиш гузаронида аз онҳо хоҳиш намоем, ки ба кадом намуди варзиш шуғл доштанишонро изҳор намоянд, метавонем муайян кунем, ки кадом намуди варзиш барои онҳо мода (мӯд) мебошад. Дар тарзи либоспӯшии одамон низ ин мафҳум хело паҳн шудааст ва онро ҷавонон аз ҳама бештар дастгирӣ мекунад.

218. Миёнаи арифметикӣ ва фарозии қатори ададиҳо ёбед:

а) 22, 26, 20, 32, 40, 48; б) 31, 33, 41, 57, 63, 77;

в) 20, 5, 23, 5, 24, 28, 5; г) 30, 25, 40, 25, 50, 25.

219. Миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва модаи қатори ададиҳо ёбед:

а) 42, 16, 18, 36, 15, 17, 26; б) 23, 15,5, 23,3, 25,5, 18,9, 10;

в) 72,4, 48,6, 56,8, 70,4, 68,2; г) 0,9, 0,4, 0,8, 0,7, 0,5, 1,1, 6.

220. Миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва модаи қатори ададиҳо ёбед:

а) 14, 20, 14, 11, 13, 22, 17; б) -19, -31, -33, -17, -18, -20;

в) 41, 44, 44, 63, 41, 51, 50; г) -3, -6, -4, 0, 6, 8, -16, 0.

221. Фарозӣ ва модаи қатори ададӣ чӣ гуна тағйир меёбанд, агар:

а) ба қатори ададӣ адади аз ҳама аъзойш калонтар илова карда шавад; б) аз он адади аз ҳама хурдтаринаш хат зада шавад; в) агар ба он адади ба узви калонтаринаш баробар илова карда шавад?

222. Дар чадвал масрафи яксолаи қувваи барқ барои як оила оварда шудааст:

Рақами моҳ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Масрафи барқ (кВт-с)	83	80	78	54	82	64	72	72	66	96	94	90

Сарфи миёнаи мохонаи қувваи барқи ин оиларо ёбед.

223. Дар чадвал доир ба фурӯши картошка ба мағоза овардашуда (кг) дар давоми ҳафта маълумот дода шудааст:

Рӯзи ҳафта	Д	С	Ч	П	Ҷ	Ш	Я
Микдор	450	296	250	324	315	560	780

Бо ҳисоби миёна дар давоми ин ҳафта чӣ қадар картошка фурӯхта шудааст?

224. Миёнаи арифметикий қатори аз шаш адад иборат ба 13 баробар аст. Ба ин қатор адади 27-ро илова карданд. Миёнаи арифметикий қатори нави ҳосилшуда чанд аст?

225. Миёнаи арифметикий қатори аз 7 адад иборатбуда ба 15 баробар буд. Ба ин қатор адади 25-ро чамъ карданд. Миёнаи арифметикий қатори нави ҳосилшуда чанд аст?

226. Синни миёнаи 11 нафар футболбозони дастаи «Помир» ба 28 сол баробар буд. Дар рафти бозӣ довар яке аз онҳоро бо сабаби қоидаи бозиро дағалона вайрон карданаш аз майдон ронд. Дар натиҷа синни миёнаи бозингарони дар майдон боқимонда ба 27 сол баробар шуд. Бозингари рондашуда чанд сол дошт?

227. Миёнаи арифметикий қатори аз нух адад иборатбуда ба 17 баробар буд. Аз ин қатор адади 13-ро хат заданд. Миёнаи арифметикий қатори нав ба чанд баробар шуд?

228. Миёнаи арифметикий қатори 3, 9, 14, x , 24, 26, 10 ба 14 ба 14 баробар аст. Адади x ба чанд баробар аст?

229. Дар қатори 3, 8, 15, 30, $?$, 24 як адад хат зада шудааст. Ин адади номаълумро ёбед, агар:

а) миёнаи арифметикий қатор 18 бошад,

б) фарозии қатор ба 40 баробар бошад.

230. Дар чадвал вазни пахтаи чамъовардаи 12 нафар аъзои хочагӣ нишон дода шудааст:

№№	Ному насаб	Массаи пахта(кг)	№№	Ному насаб	Массаи пахта(кг)
1.	Сафар	74	7.	Ноёб	82
2.	Комил	48	8.	Шариф	74
3.	Саид	64	9.	Тоҳир	64

4.	Зарафшон	74	10.	Шокир	56
5.	Дилбар	52	11.	Зокир	45
6.	Илҳом	84	12.	Раҳим	48

Барои чадвали пешниҳодшуда миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва модаро муайян кунед. Маънои ҳар кадоме аз ин нишондиҳандаҳоро фаҳмонед.

231. Дар аттестати се нафар аз хатмкардагони мактаб баҳоҳои зерин мушоҳида карда шуданд:

Рустам: 4, 4, 5, 5, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 4, 4;

Зокир: 3, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 4;

Солех: 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4.

Бо кадом балли миёна ҳар яке аз ин ҳамсинфони мактаби миёнаро хатм кард? Баҳои ҳар яке аз ин ҳамсинфони тавсиф диҳед. Кадоме аз онҳо аълоҳон буду кадоме миёнаҳон ва кадоме сустхон?

232. Дар хоҷагии деҳқонии «Баракат» барои кишти ғалла се минтақа чудо карда шудааст, ки масоҳатҳояшон 6 га, 8 га ва 12 га мебошанд. Ҳосилнокии миёна аз минтақаи якум аз ҳар 1 га 18 сентнер, аз минтақаи дуюм – аз ҳар 1 га 16 сентнер ва аз минтақаи сеюм аз ҳар 1 га 20 сентнерро ташкил дод. Ҳосилнокии миёнаи гандум дар ин хоҷагӣ чанд аст? Оё ҳосилнокии миёнаи хоҷагиро бо тарзи ёфтани миёнаи арифметикии ададҳои 12, 8 ва 16 ҳосил кардан мумкин аст?

233. Дар даҳаи аввали моҳи ноябр ҳарорати хаворо ҳар нисфирӯзӣ чен карда чадвали зеринро тартиб доданд:

Санаи моҳ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ҳарорат °С	-2	-1	-3	0	1	2	2	3	4	4

Ҳарорати миёнаи нисфирӯзии даҳаи моҳро муайян кунед.

234. Шумораи тухмҳои пастсифати Фирмаи парандапарварии «Файзобод»-ро дар ҳар яке аз 15 қуттии барои тафтиш интиҳобшуда санҷида қатори зеринро ҳосил карданд:

1, 2, 2, 3, 1, 0, 2, 1, 3, 2, 2, 4, 4, 4, 0.

Барои ин қатор миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва модаро муайян кунед. Фаҳмонед, ки ҳар яке аз ин нишондиҳандаҳо чиро ифода менамояд.

235. (Масъалаи таҳқиқотӣ). Синни миёнаи 12 нафар коргари бригадаи ҳарротон 30,5 солро ташкил меод. Пас аз он ки Раҳими 12 сола аз кор рафт ва ба ҷойи ӯ Бахтиёрро ба кор қабул карданд, синни миёнаи коргарони бригада ба 31 сол баробар шуд. Бахтиёр чандсола буд?

1. Доир ба синни Раҳим чӣ эрод доред.

2. Суммаи синну солҳои коргарони бригадаро муайян кунед.

3. Синни Бахтиёрро бо x (сол) ишорат карда, модели математикии масъаларо тартиб диҳед ва онро ҳал кунед.
4. Оё баъди ҳал кардани модел шумо синни Раҳимро аниқ кардед?

4.2. Медиана ҳамчун тавсифгари оморӣ

Мисоли 1. Дар чадвал масрафи қувваи барқ дар моҳи декабр барои сокинони 9 хона оварда шудааст:

Рақами хона	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Масрафи барқ (кВт соат)	87	61	70	65	93	98	63	49	84

◀ Додаҳои чадвали овардашударо ботартиб ҷойгир намуда, қатори зеринро ҳосил мекунем:

49, 61, 63, 65, 70, 84, 87, 93, 98.

Ин қатор, ки бо тартиби зиёдшавӣ навишта шудааст, нух аъзо дорад. Тавре мебинем дар миёнаҷойи ин қатор адади 70 ҷой гирифта, пеш аз он чор адад ва пас аз он чор адад навишта шудаанд.

Мегӯянд, ки адади 70 адади мобайнӣ ё ки медианаи қатори додашуда мебошад. Истилоҳи мазкур аз калимаи латинии *mediāna* гирифта шуда, маънояш «мобайнӣ» ё «миёна» мебошад. Ин адад ҳамчунин медианаи қатори додашуда низ мебошад. ►

Мисоли 2. Бигузур ҳангоми ҳисоби масрафи қувваи барқ боз хонаи даҳумро низ ҳамроҳ карданд. Дар натиҷа чадвали зерин ҳосил шуд:

Рақами хона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Масрафи барқ(кВт-с)	87	61	70	65	93	98	63	49	84	72

◀ Ҳамчун дар мисоли 1 додаҳоро дар шакли ботартиб навишта, қатори ададии зеринро ҳосил мекунем:

49, 61, 63, 65, 70, 72, 84, 87, 93, 98.

Ин қатор аз шумораи ҷуфти ададҳо иборат аст. Аз ин рӯ, дар миёнаҷойи қатор ду адад ҷойгиранд: 70 ва 72. Миёнаи арифметикии ин ададҳоро меёбем: $(70 + 72) : 2 = 71$. Адади 71 ягон узви қаторро ифода намекунад, балки аъзои қаторро ба ду қисми баробар ҷудо мекунад. ►

Дар ин маврид мегӯянд, ки медианаи қатори ботартиб овардашуда ва қатори ибтидоии додаҳои чадвал ба 71 баробар аст.

Таъриф. Медианаи қатори ботартиб гирифташудаи шумораи узвҳояш тоқ ба адади мобайнии қатор баробар буда, медианаи қатори ботартиб гирифташудаи шумораи узвҳояш чуфт ба миёнаи арифметикии ду адади мобайнии қатор баробар аст. Медианаи қатори дилҳох ба медианаи қатори ботартиб овардашуда баробар аст.

Ҳамин тавр, агар қатори ботартиб овардашуда $2n-1$ узв дошта бошад, узви рақами тартибиаш n медианаи ин қатор мебошад, чунки $n-1$ узви қатор то узви n -ум ҷойгир буда, $n-1$ узви боқимонда пас аз узви n -ум ҷой гирифтаанд. Агар қатори ботартиб овардашуда $2n$ узв дошта бошад, медианаи қатор ба миёнаи арифметикии узвҳои n -ум ва $n+1$ -ум баробар аст.

Дар ҳар кадоме аз мавридҳои мисолҳои 1 ва 2 мо рақами квартираҳоро нишон дода метавонем, ки дар онҳо қувваи барқ назар ба меъёри миёна (медиана) зиёд масраф шудааст.

Мисоли 3. Маълум шуд, ки 18 нафар корманди шуъба саҳмияҳои ҷамъияти саҳомиро харидорӣ карданд. Маълумот оид ба шумораи аксияҳои харидоришуда аз ҷониби кормандон дар шакли қатори зерин оварда шудааст:

2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 50.

Медианаи ин қаторро меёбем. Азбаски шумораи аъзои ин қатор адади чуфт аст, медианаи он ба миёнаи арифметикии аъзои рақами тартибиашон 9 ва 10 баробар аст.

$$(3+4):2 = 3,5.$$

Миёнаи арифметикии ин қаторро ҳисоб карда, $\approx 6,17$ -ро ҳосил мекунем. Ин маънои онро дорад, ки ба ҳисоби миёна кормандони шуъба тақрибан 6-тоғӣ саҳмия харидорӣ кардаанд. Тавре дидем, дар ин маврид медиана ҳолати воқеиро хубтар инъикос мекунад, чунки нисфи шумораи коргаронро онҳое ташкил додаанд, ки на беш аз 3 саҳмия харидорӣ кардаанд. ►

Чунин характеристикаҳо аз қабili миёнаи арифметикӣ, мода ва медиана додаҳои дар натиҷаи озмоишҳо ҳосилшударо ба тарзи худ тавсиф медиҳанд. Бинобар ин дар амалия, ҳангоми таҳлили додаҳо дар мавриди мушаххас лозим меояд, ки ё аз яқтои ин тавсифҳо ё аз дутоашон ва ё ҳатто аз ҳар сеяшон истифода барем.

236. Медианаи қатори ададиҳо ёбед:

- а) 20, 31, 45, 61, 24, 46, 52, 34, 73; б) 101, 103, 204, 206, 226, 444;
в) 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56; г) 2,2, 3,6, 6,6, 7,4, 8,6, 8,8,9,4.

237. Миёнаи арифметикӣ ва медианаи қатори ададиҳо ёбед:

- а) 2,4, 1,8, 7,2, 6,8, 8,0, 9,4; б) 32,6, 44,4, 37,3, 16,8, 12,24.

238. Маълум аст, ки қатори додаҳо ададҳои натуралӣ ташкил додаанд. Оё барои ин қатор:

а) миёнаи арифметикӣ; б) мода; в) фарозӣ; г) медиана ба адади касрӣ баробар мешавад?

239. Дар ҷадвал рӯйхати даъватшавандагон ба сафи Қувваҳои мусаллаҳ, инчунин, вазнҳояшон оварда шудаанд:

№№	Насаб	Вазн	№№	Насаб	Вазн
1	Ҳалимов А.	48	6	Валиев А.	55
2	Саидов Д.	52	7	Зокиров Т.	53
3	Каримов П.	46	8	Раҳмонов Б.	60
4	Шодиев З.	55	9	Эмомов К.	63
5	Шарифов С.	58	10	Авазов О.	54

Барои қатори ададҳои дар ҷадвал овардашуда миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва модаро муайян кунед. Маънии ҳар яке аз ин нишондиҳандаҳо фаҳмонед.

240. Дар ҷадвал нишон дода шудааст, ки саҳмияҳои нархашон якхелаи фирмаеро кормандони шуъба харидорӣ кардаанд:

№№	Насаб	Шумораи саҳмияҳо	№№	Насаб	Шумораи саҳмияҳо
1	Оев	7	7	Амиров	16
2	Тоҳиров	6	8	Шифоев	18
3	Касиров	12	9	Солеҳов	12
4	Лоиқов	5	10	Қараев	10
5	Билолов	4	11	Ибодов	8
6	Саидов	14	12	Шамсов	10

Медианаи қатори ададҳои дар ҷадвал овардашударо ёбед. Шумораи саҳмияҳои кадоме аз кормандони шуъба аз медиана зиёд аст?

241. Шумораи тухмҳои пастсифати Фирмаи парандпарварии «Хайр»-ро дар ҳар яке аз 13 қуттии барои тафтиш интихобшуда санҷида қатори зеринро ҳосил карданд:

2, 2, 2, 3, 1, 2, 1, 3, 2, 2, 4, 3, 4.

Барои ин қатор миёнаи арифметикӣ, фарозӣ ва модаро муайян кунед. Фаҳмонед, ки ҳар яке аз ин нишондиҳандаҳо чиро ифода менамояд.

242. Дар лаборатория 15 қуттии тухмҳо барои кишт тафтиш карда дар ҳар яки онҳо шумораи тухмҳои барои кишт ноборо чудо карданд. Дар натиҷа қатори

1, 1, 1, 2, 4, 4, 4, 3, 3, 5, 6, 7, 8, 1, 25 -ро ҳосил карданд.

Барои ин қатор миёнаи арифметикӣ ва медианаро муайян кунед. Ин нишондиҳандаҳо чиро ифода мекунад?

243. Дар ҷадвал миқдори боришот дар даҳ моҳ моҳҳои январ-декабр дар ноҳияи Сангвор оварда шудааст:

Моҳ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Миқдори боришот (мм)	16	24	24	130	126	18	24	24	76	30	42	64

Медиана, мода ва фарозии миқдори боришотро дар ин минтақаи кӯҳсори Ҷумҳурии Тоҷикистон муайян кунед.

244. Дар синфҳои 5, 6 ва 7 натиҷаи кори контролии маъмуриро ҷамъбаст карда, дар асоси он ҷадвал сохтанд:

Синф	«5»	«4»	«3»	«2»	Балли миёна	Сифати таълим	Шумораи хонандагон
5	8	10	5	1			24
6	7	12	5	2			26
7	6	15	6	1			28

Дар асоси маълумоти овардашуда ҷадвалро пур кунед.

Эзоҳ: Сифати таълим, ҳамчун нисбати суммаи баҳоҳои мусбат ба шумораи умумии хонандагони синф, бо фоиз ифода карда мешавад.

245. Писарони синфи 7 дар мусобикаи давидан ба масофаи 60 метр натиҷаҳои зеринро соҳиб шуданд (бо сон.):

11,2; 12,35; 10,41; 14,24; 14,56; 15,20; 13,53; 14,0; 15,50; 12,36.

Барои қатори ҳосилшуда миёнаи арифметикӣ ва медианаро ёбед. Ин нишондиҳандаҳо чиро ифода менамоянд?

246. Миёнаи арифметикӣ, мода ва медианаи қаторро ёбед:

-10, -8, -6, -4, -2, 0, 10, 8, 6, 10, 4, 6, 2.

247. Вақти барои тайёр кардани ҳар як асбоб (бо дақиқаҳо) сарфшударо аз ҷониби бригада дар журнали он қайд карда, қатори зеринро ҳосил карданд:

45; 37; 43; 71; 62; 58; 34; 44; 26; 30; 36; 42.

Барои қатори ададии ҳосилшуда миёнаи арифметикӣ, фарозӣ, мода ва медианаро ҳисоб кунед.

4.3. Формулаҳо

Таъриф. Баробариеро, ки алоқаи тағйирёбандаҳоро ифода менамояд, формула меноманд.

Мисоли 1. Масоҳати росткунҷаи дарозии тарафҳояш x см ва y см бо формулаи

$$S = x \cdot y \text{ (см)}^2$$

ҳисоб карда мешавад.

◀ Дар ин формула ба ҷойи x ва y қиматҳои мушаххас гузошта, қиматҳои мувофиқи S -ро ҳосил менамоем:

Агар $x = 4$ ва $y = 5$ бошад, пас $S = x \cdot y = 4 \cdot 5 = 20$ мешавад.

Агар $x = 0,5$ ва $y = 0,8$ бошад, пас $S = x \cdot y = 0,5 \cdot 0,8 = 0,4$ мешавад ва ғайра.

Агар тағйирёбандаҳои x ва y қиматҳои баробарро қабул намоянд, ($x = y$) формулаи масоҳати квадрат ҳосил мешавад:

$$S = x^2 \text{ (см)}^2$$

Дар ин навишт x дарозии тарафи квадратро ифода мекунад. ▶

Мисоли 2. Периметри росткунҷаи дарозии тарафҳояш, мувофиқан x ва y см бо формулаи $P = 2(x + y)$ (см) ҳисоб карда мешавад.

◀ Агар дар ин формула $x = y$ шавад, формулаи периметри квадрати дарозии тарафаш x см ҳосил мешавад:

$$P = 4x \text{ (см)}. \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Формулаи умумии ададҳои ҷуфт чунин аст:

$$m = 2k.$$

◀ Дар ин баробарӣ ба ҷойи тағйирёбандаи k ададҳои бутуни мусбатро бо навбат гузошта, пайдарпайии ададҳои ҷуфтро ҳосил намудан мумкин аст:

ҳангоми $k = +1$ будан, адади $m = 2 \cdot 1 = 2$,

ҳангоми $k = 2$ будан, адади $m = 2 \cdot 2 = 4$,

ҳангоми $k = 3$ будан, адади $m = 2 \cdot 3 = 6$ ҳосил мешавад.

Агар $k = 0$ бошад, $m = 2 \cdot 0$ аст. Ҳамин тавр, мо адади 0-ро низ ҷуфт меҳисобем. ▶

Мисоли 4. Формулаи умумии ададҳои тоқ чунин аст:

$$p = 2k - 1.$$

◀ Дар ин баробарӣ ба ҷойи тағйирёбандаи k ададҳои бутуни мусбатро ба навбат гузошта, пайдарпайии ададҳои тоқро ҳосил намудан мумкин аст:

ҳангоми $k = +1$ будан, адади $p = 2 \cdot (+1) - 1 = 1$,

ҳангоми $k = 2$ будан, адади $p = 2 \cdot 2 - 1 = 3$,

ҳангоми $k = 3$ будан, адади $p = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ ҳосил мешавад. ▶

Мисоли 5. Агар ҷисм бо суръати доимии v м/сония ҳаракат намояд, дар муддати t сония масофаи ба $v \cdot t$ метр баробарро тай мекунад.

◀ Агар масофаи тайшударо бо ҳарфи S ишора кунем, вобастагии байни тағйирёбандаҳои $t \cdot v$ ва S км-ро бо формулаи

$$S = v \cdot t$$

ифода намудан мумкин аст.

Аз баробарии овардашуда v -ро ба воситаи t ва S , инчунин t -ро ба воситаи v ва S ифода намудан мумкин аст:

$$v = \frac{S}{t} \text{ км/соат}; \quad t = \frac{S}{v} \text{ соат. } \blacktriangleright$$

Мисоли 6. Миёнаи арифметикӣ (М.а.) – и n адад (a_1, a_2, \dots, a_n) дар асоси формулаи зерин муайян карда мешавад:

$$\text{М.а.} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Масалан, миёнаи арифметикии ҳамаи ададҳои бутуни $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ба 0 баробар аст:

$$\frac{-6 + (-5) + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{13} = 0.$$

248. Масоҳатҳои росткунҷаро ҳисоб кунед, агар тарафҳои онҳо:

- а) 16 см ва 4 см; б) 8 дм ва 6 дм; в) 48 см ва 4 дм;
г) 1,5 см ва 4 м; ғ) 0,5 дм ва 0,05 м; д) 1,4 см ва 10 мм

бошанд.

249. Масоҳати росткунҷаро ҳисоб кунед, агар тарафҳои онҳо:

- а) 0,4 м ва 2,5 м; б) 400 м ва 0,25 км;
в) 2,75 м ва 0,2 дм бошанд.

250. Масоҳати квадратро ҳисоб кунед, агар тарафҳои онҳо:

- а) 6 см; б) 12 см;
в) 0,5 дм; г) 0,05 м бошанд.

251. Периметри квадратро ёбед, агар дарозии тарафҳои онҳо:

- а) 2 см; б) 16 см;
в) 0,22 м; г) 1,5 дм бошад.

252. Дарозии росткунҷа p см, бараш q см аст. Ифодаи зерин чиро мефаҳмонад:

- а) $p \cdot q$; б) $2p + 2q$; в) $p + q$; г) $2p$?

253. Нархи як дона дафтар a дирам, нархи як дона китоб b сомонӣ аст. Ифодаи зерин чиро мефаҳмонад?

- а) $a + b$; б) $5a + b$; в) $a - b$; г) $3a + 5b$?

254. Периметри росткунҷаро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафҳои онҳо маълум бошанд:

- а) 2,3 м ва 3,2 м; б) 20 см ва 4 дм;
в) 10 дм ва 1,2 м; г) 0,18 м ва 72 см.

255. Формулаҳои каратихои: а) 14; б) 21; в) 40-ро нависед.

256. Мошин аз Душанбе то маркази ноҳияи Ғарм се соат бо суръати 62 км дар ҳар соат ҳаракат кард. Масофа аз Душанбе то Ғарм ёфта шавад.

257. Аз формулаи квадрати ададҳо $N = n^2$ истифода бурда, квадратҳои ҳафт адади аввалини натуралиро ёбед.

258. Аз ду деҳаи дар масофаи 42 км аз ҳам дур ҷойгирифта дар як вақт ба пешвози ҳамдигар ду пиёдагард ба роҳ баромад. Суръати ҳаракати яке аз онҳо ба 6 км/соат, суръати ҳаракати дигаре ба 8 км/соат баробар буд. Онҳо дар кадом масофа аз деҳаи якум бо ҳам вохӯрданд?

259. Агар дарозӣ, бар ва баландии параллелепипеди росткунҷа мувофиқан ба a (см), b (см) ва c (см) баробар бошад, ҳаҷми он V (см³) бо формулаи

$$V = a \cdot b \cdot c \text{ (см}^3\text{)}$$

ҳисоб карда мешавад. Ҳар кадоме аз бузургиҳои a , V , b ва c -ро ба воситаи сеои дигараш ифода кунед. Агар дар формулаи мазкур $a = b = c$ гузорем, формулаи ҳаҷми кадом ҷисми геометрӣ ҳосил мешавад? Онро нависед.

260. Формулаи периметри секунҷаи дарозии ҳар як тарафаш ба u см баробарро нависед. Қимати ин формуларо, ҳангоми $u = 3$ будан, ёбед.

261*. Аз ҷадвали дар мисоли №34 омада истифода бурда, нишон диҳед, ки адади дилхоҳи содаро (ба ғайр аз 2 ва 3) дар намуди $6p - 1$ ё ки $6p + 1$ навиштан мумкин аст. Оё баръакс, ҳар гуна адади намуди $6p + 1$ ё $6p - 1$ (дар он p адади натуралӣ) адади сода аст? Инро шарҳ диҳед.

Машқҳо барои тақрор

262. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x + 0,935 = 1$; б) $1 - x = 2,51$; в) $3,05 - x = -4,95$.

263. Ҳисоб кунед:

а) $0,861 \cdot 0,251 + 0,861 \cdot 0,749$; б) $39,4 \cdot 2,86 + 7,14 \cdot 39,4$;
в) $96,3 + 3,7 \cdot 96,3$.

264. Сайёҳ рӯзи аввал 35% -и тамоми роҳ, рӯзи дуюм 75% -и роҳи дар рӯзи аввал тайкардааш ва рӯзи сеюм тамоми роҳи боқимондари тай намуд. Агар u рӯзи сеюм аз рӯзи дуюм 10 км бештар роҳ рафта бошад, дар ҳар рӯз чанд км роҳро тай кардааст?

СУПОРИШҶОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ I

Ба параграфи 1

265. Ҳисоб кунед:

а) $57,5 : (-0,5)$; б) $(-49,59) : (17,1)$; в) $\frac{31}{36} \cdot (-108)$.

266. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(-2,5) : (-0,75) : \left(3,25 \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right)\right)$; б) $((-1,2) : 1\frac{1}{9}) : ((-5,5) : (-3))$.

267. Ҳисоб кунед:

а) $61\frac{1}{2} : (-10) \cdot \frac{2}{123}$; б) $7\frac{1}{11} : \left(-19\frac{1}{2}\right) \cdot (-1)$;

в) $\left(-11\frac{1}{3}\right) : 4,25 \cdot (-0,1)$.

268. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\left(3 - 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \left(1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}\right)$; б) $12 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right)$.

269. Ададҳо ёбед, ки ба: а) суммаи ададҳои

$-2\frac{2}{3}$ ва $3\frac{3}{4}$; б) фарқи ададҳои $3,5$ ва $-2\frac{1}{5}$ чаппа бошад.

270. Ададҳо ёбед, ки ба: а) суммаи ададҳои $3,5$ ва $-2,5$; б) фарқи ададҳои $0,8$ ва $0,6$; в) ҳосили зарби ададҳои $-5,5$ ва $1,6$; г) ҳосили тақсими ададҳои 46 ва $-7\frac{2}{3}$ муқобил бошад.

271. Суммаи ҳамаи ададҳои бутуни дар байни -80 ва 100 ҷойгирбударо ёбед.

272. Ҳосили зарби ҳамаи ададҳои бутуни дар байни -8 ва 2 ҷойгирбударо ёбед.

273. Қимати ифодаи $\frac{m-1}{m+1}$ -ро, ҳангоми $m = \frac{1}{2}$ будан, ёбед.

274. Аз рӯйи матн ифода тартиб диҳед:

а) ҳосили ҷамъи нимсуммаи ададҳои a ва b бо адади c ; б) ҳосили зарби суммаи x ва y бо фарқи a ва b ; в) ҳосили ҷамъи дучандаи ҳосили зарби a ва b бо адади c ;

г) ҳосили тақсими фарқи n ва m бо суммаи n ва m .

275. Оё ифода маъно дорад:

а) $\frac{36}{(0,5-2,4:0,6)\cdot 2}$; б) $\frac{24}{(36-3\cdot 12)\cdot 6}$?

276. Барои кадом қимати a ифода маъно надорад:

а) $\frac{a-3}{5-a}$; б) $\frac{a+3}{a-3}$; в) $\frac{2a-3}{2a+4}$; г) $\frac{4a+1}{5a}$?

277. Барои кадом қимати x ифода маъно надорад:

а) $\frac{x-1}{x-2}$; б) $\frac{2x+3}{x+2}$; в) $\frac{3}{x}$; г) $1 - \frac{1}{x}$?

278. Формулаи масоҳати росткунҷаро нависед, агар як тарафаш аз тарафи дигараш: а) 5 воҳид калон; б) 4 маротиба калон; в) 3 воҳид хурд; г) 6 маротиба хурд бошад.

279*. Аз ду шахре, ки аз ҳамдигар дар дурии S км ҷойгиранд, дар як вақт ба истиқболи ҳам ду автомобил равон шуд. Агар суръати ҳаракати автомобили якум V_1 км/соат ва суръати ҳаракати автомобили дуюм V_2 км/соат бошад, онҳо баъд аз чанд вақт бо ҳам вохӯранд?

280*. Масофаи байни ду шахр 80 км аст. Соати 8-и саҳар аз шахри якум ба самти шахри дуюм дучархасавор ба роҳ баромада бо суръати доимии V_1 км/соат ҳаракат кард. Баъд аз як соат аз дунболи \bar{y} бо суръати доимии V_2 км/соат мототсиклон равона шуд. Баъд аз чанд вақт мототсиклон ба дучархасавор мерасад?

281. Суръати ҳаракати заврақ дар оби ором V км/соат ва суръати ҷараёни оби дарё x км/соат аст. Заврақ масофаи ба S км баробарро бо равиши ҷараёни об тай намуда, боз ба ҷойи аввалааш баргашт. Барои ҳисоб намудани вақти сарфкардаи заврақ формула тартиб диҳед. Қимати формулаи ҳосилшударо ҳангоми $V = 18$; $x = 3$ ва $S = 50$ будан ёбед.

282. Муқоиса кунед:

а) $-2,63 + 4,54$ ва $2,34 - 4,63$; б) $6,48 \cdot \frac{1}{8} + 60,8$ ва $4,59 : \frac{1}{9} - 0,3$.

283. Ифодаҳоро муқоиса кунед:

а) $3a - c$ ва $1 - a + b$, ҳангоми $a = -3$, $b = 1$, $c = 0$ будан;

б) $1 - a^2$ ва $1 - a$, ҳангоми $a = -2$, -1 , 0 будан.

284. Нобаробариро хонед:

а) $4,6 < 5 < 5,4$; б) $0,5 < 0,55 < 0,6$; в) $46 < 50 < 55$.

285. Нобаробариро хонед:

а) $a \geq 18,3$; б) $b \leq 0,01$; в) $3,24 \leq c$;

г) $-2,84 \geq d$; ё) $p - q \geq 4$; д) $p + x \leq y$.

286. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

а) $n \leq 15$, ҳангоми $n = 8$; 15 ; 18 будан;

б) $t \geq -3$, ҳангоми $t = -2$; -3 ; -4 будан?

287. Бо ёрии ишораҳои нобаробарӣ нависед:

а) a калон ё баробари $1,2$; б) b хурд ё баробари -3 ;

в) $4,7$ калон ё баробари x ; г) $9,3$ хурд ё баробари y .

288. Ҳамчун нобаробарии дучанда нависед:

а) a аз 78 хурд аз 68 калон;

б) b калон ё баробари $-6,8$ ва хурд аз 4 ;

в) p калон ё баробари -103 ва хурд ё баробари 93 ;

г) q калон аз 5 ва хурд ё баробари $5,1$.

289. Аз nobаробариҳо истифода

бурда, nobаробарии дучанда тартиб диҳед:

- а) $x < 4$ ва $x > -4$; б) $a > -8$ ва $a < 0$;
в) $a + n < 2$ ва $a + n > -2$; г) $pq > 0$ ва $pq < 4$.

290. Маълум аст, ки $a < b$ мебошад. Бо ёрии nobаробарии дучанда нависед, ки адади $\frac{a+b}{2}$ дар байни ададҳои a ва b чойгир аст.

291. Маълум, ки адади a аз -3 калон ва хурд ё баробари 4 аст. Адади a кадом қиматҳои бутунро қабул карда метавонад?

292. Ифодаҳоро барои қиматҳои тағйирёбандаҳо муқоиса кунед:

- а) $\frac{4}{3}a - 2$ ва $\frac{a}{2}$, ҳангоми $a = 2; 2\frac{1}{3}; 12$ будан.

293. Ифодаҳоро барои қиматҳои тағйирёбандаҳо муқоиса кунед:

- а) $2,5x - 3$ ва $3,7x + 5$, ҳангоми $x = 0,5; 1,5$ будан;
б) $-4,54y - 1$ ва $-(1 - 1,5y)$, ҳангоми $y = 2; 2,5$ будан.

Ба параграфи 2

294. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $1,5 \cdot 1,61 + 2,14 \cdot 1,5 - 1,5 \cdot 0,25$;
б) $4,3 \cdot 7,36 - 4,18 \cdot 4,3 + 4,3 \cdot 6,82$;
в) $6,31 \cdot 2,5 - 2,52 \cdot 2,5 + 2,5 \cdot 3,79$;
г) $4,48 \cdot 6,3 + 3,36 \cdot 6,3 - 2,16 \cdot 6,3$.

295. Ҳисоб кунед:

- а) $(1,25 \cdot 1,7 \cdot 0,8 - 1,7) \cdot 3,45$;
б) $3,942 : (3,6 \cdot 2 - 3,6 \cdot 4) \cdot 0,25$.

296. Қавсҳоро кушода, ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

- а) $6,3 - 5,3x + (4 - 3,6x) - 5,1$; б) $8,4z - 7,3 - (2,6 - 3,6z)$;
в) $7,2y + (4 - 3,6y) - 5,1$; г) $-(2,6 - 5,2)p + 7,6p - 3,6$.

297. Ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ кунед:

- а) $-1,8a + 2,6 + 0,8 - 3,4a$; б) $4,2b - 1,6a + 2a - 2,2b$;
в) $-6,7m - 3n + 0,7m - n$; г) $1,2x + 3,4 - 5(2,1x - 3)$.

298. Дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз рӯи ҷамъ сода кунед:

- а) $0,8 \cdot (6a + 3b) - 5(1,3a + 1)$;
б) $(20 - (12a - 4b) \cdot 2) + 24(a - 1)$;
в) $-5(0,5m - 0,2n) + 10m - n$;
г) $-(-2,2p + 1,5)(-6) + 3,2p$.

299. Қавсҳоро кушод:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } -(-a) + (-b); & \text{б) } -(-a) - (-b); \\ \text{в) } a + (-(-(+a))); & \text{г) } a - (-(-(-a))). \end{array}$$

300. Исбот кунед, ки:

а) $(a + 6)x + (a - b)x - 2ax = 0;$

б) $(a - b)y - (b - a)y + 2(b - a)y = 0.$

301. Исбот кунед, ки қимати ифода аз тағйирёбандаи он вобаста нест:

а) $a - (13a - (12a - 6)) + 0,5;$ б) $b + (3b - (4b - 5)) - 6.$

302. Нишон диҳед, ки ифодаҳо айниятан баробаранд:

$$3(7y - x - 2) \text{ ва } 7\left(3y - \frac{3y}{7} - \frac{6}{7}\right).$$

303. Нишон диҳед, ки фарқи ифодаҳо айниятан ба нул баробар аст: $16 - 4y + 4y^2$ ва $4(4 - y + y^2).$

304*. Айниятро исбот кунед:

а) $ab - b(a - 1) - (b - c) \equiv c;$ б) $13(a - b) + 13(b - a) + p \equiv p.$

305. Айниятро исбот кунед:

$$\frac{a}{2}(a - 1) - a(a - 2) + \frac{a}{2}(a - 3) = 0.$$

306. Исбот кунед, ки: а) агар яке аз ададҳо ба 5 ва дигараш ба 12 каратӣ бошад, ҳосили зарби онҳо ба 60 каратӣ мешавад; б) ҳосили зарби ду адади чуфт ба 4 каратӣ аст.

307. Суммаро ҳисоб намуда, айниятро исбот кунед:

$$\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4} + \frac{a}{5} = 1\frac{17}{60}a.$$

Ба параграфи 3

308. Кадоме аз ин баробариҳо муодилаи хаттӣ аст:

а) $2x + 3 = 4;$ б) $x + y = 0;$ в) $3x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2};$ г) $\frac{5}{x} = 3?$

309. Оё адади: а) 0; б) 6; в) 0,4; г) $2\frac{1}{2}$ решаи муодилаи $(x + 1)(x - 1,5) = 0$ мебошад?

310. Оё муодила реша дорад?

а) $6x + 7 = (9 + 5x) + x;$ б) $2y - 7 = 2(y - 11) + (y - 11).$

311*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $|x| = 8;$ б) $2|x| = -16;$ в) $3|x| = 0;$ г) $|x| - 13 = 0.$

312. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2,6 - (8 - 1,3x) = 5,6 + 1,3x;$ б) $1 - (0,6x + 2) = x + 3,4;$

в) $6,3y - (y + 2) = 3(y - 4);$ г) $10 - 4,6y = 5,4y + 30.$

313*. Решаи муодиларо ёбед:

а) $(x - 1)(x - 3) = 0;$ б) $(x + 2)(x - 15) = 0;$

в) $x(x - 3)(x - 8) = 0;$ г) $(x + 1)x(x - 1) = 0.$

314. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи $(2x - 3) : 6$ ба қимати ифодаи $(6x - 10) : 15$ баробар аст?

315. Суммаи ду адад ба 150, вале фарқашон ба 90 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

316. Сайёҳ дар ду рӯз 29 км роҳ рафт. Ҷ рӯзи дуюм назар ба рӯзи якум 7 км камтар роҳ гашт. Сайёҳ ҳар рӯз кадом масофаро тай кардааст?

317. Ду дучархасавор дар як вақт аз ду деҳаи масофаи байнашон 75 км ба истиқболи ҳам равон шуданд. Агар суръати яке аз онҳо 12 км/соат ва суръати дучархаи дигар 13 км/соат бошад, онҳо баъд аз чанд соат бо ҳам вохӯранд?

318*. Бузургии ҳар се кунҷи секунҷа ёфта шавад, агар маълум бошад, ки яке аз онҳо аз дигараш 6° хурд буда, аз кунҷи сеюм 15° калон аст.

319. Дар як ғалтак 178 м ва дар ғалтаки дигар 49 м ресмон буд. Аз ғалтаки якум чанд метр ресмонро буридан лозим, то дар он назар ба ғалтаки дуюм 3 баробар дарозтар ресмон боқӣ монад?

320. Дастгоҳи хиштрезӣ дар ҳар соат аз меъери муқарраршуда 6-тоғӣ бештар хишт рехта, супоришро дар 7 соат иҷро намуд. Агар барои иҷрои супориш ҳамагӣ 336 адад хишт рехтан лозим бошад, вай ҳар соат бояд чандтоғӣ хишт резад?

321. Дар як ферма 800 сар мурғу харгӯш нигоҳ дошта мешуд. Шумораи дасту пойи ин ҷонварон ба 1920 баробар буд. Дар ферма чанд мурғу чанд харгӯш буд?

322. Сарвиноз ба адади фикркардааш 5-ро илова намуда, натиҷаи ҳосилкардаашро ба 3 зарб зад. Баъд, аз натиҷаи ҳосилшуда 31-ро тарҳ намуда, адади дар аввал фикркардаашро ҳосил намуд. Сарвиноз кадом ададро дар фикраш гирифта буд?

323. Дарозии як тарафи секунҷа аз дарозии тарафи дигараш 5 см зиёд буда, аз дарозии тарафи сеюм 7 см хурд аст. Агар периметри секунҷа 131 см бошад, дарозии ҳар як тарафи онро ёбед.

324. Се бинои баландошёна 540 тиреза дорад. Шумораи тирезаҳои бинои дуюм аз шумораи тирезаҳои бинои якум 2 маротиба зиёд аст. Бинои сеюм назар ба бинои дуюм 40 тиреза бештар дорад. Ҳар як бино чанд тиреза дорад?

325*. Дар ферма шумораи мурғобиҳо аз шумораи мурғҳо 2 баробар зиёд буд. Баъд аз чанде шумораи мурғобиҳо 20 % ва шумораи мурғҳо 30 % афзуд. Агар шумораи мурғу мурғобиҳо ҳамагӣ 4865 адад зиёд шуда бошад, ҳоло дар ферма чанд мурғ асту чанд мурғобӣ?

326. Муодилаи $3(2x + 1) = 11$ -ро ҳал накарда исбот кунед, ки решаи он адади бутун намебошад.

327. Ҳамаи қиматҳои бутуни адади a -ро нишон диҳед, ки барояшон ҳалли муодилаи $ax = 14$ адади бутун бошад.

Дар супоришҳои 342-351 модели математикии масъаларо тартиб дода, онро ҳал кунед:

328. Суммаи се адади пай дар пайи натуралӣ ба 87 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

329. Суммаи се адади тоқи пай дар пай ба 189 баробар аст. Ин ададҳоро маълум кунед.

330. Суммаи се адади чуфти пай дар пай ба 156 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

331. Писар аз падар ва падар аз бобо 16 соли ҷавон мебошанд. Агар суммаи синну соли онҳо ба 96 баробар бошад, писар, падар ва бобо чандсола шудаанд?

332. Парвиз ададери дар хаёлаш гирифта, онро ба 15 зарб зад ва натиҷаи ҳосилкардаашро аз 80 тарҳ кард. Дар натиҷа адади 20-ро соҳиб шуд. Парвиз кадом ададро дар хаёлаш гирифта буд?

333. Баки якум назар ба баки дуум 2 маротиба зиёд бензин дошт. Аз баки якум 7 литр бензинро гирифтанд ва ба баки дуум 3 литр бензинро рехтанд. Дар натиҷа миқдори бензини ҳарду ба баробар шуд. Баки дуум чанд литр бензин дошт?

334. Шумораи кӯдакони боғчаи якум назар ба шумораи кӯдакони боғчаи дуум 3 маротиба зиёд буд. Баъди он ки аз боғчаи якум 30 нафар кӯдакро ба боғчаи дуум гузарониданд, шумораи кӯдакони боғчаи дуум аз шумораи кӯдакони боғчаи якум 2 маротиба кам шуд. Боғчаи якум чанд нафар кӯдак дошт?

335. Автобус ба истгоҳ наздик омад. Дар истгоҳ аз он 13 нафар берун омаду 7 нафар ба он ворид шуд. Дар истгоҳи дуум аз он 6 нафар берун шуду 10 нафар даромад. Дар натиҷа шумораи мусофирон ба 25 баробар шуд. То истгоҳи якум автобус чанд нафар мусофир дошт?

336. Савораи дучарха ва пиёдагард дар як лаҳза аз ду маҳал ба истикболи ҳам равона шуданд. Агар барои тай кардани роҳи байни ду маҳал савораи дучарха 16 дақиқа ва пиёдагард 48 дақиқа сарф карда бошанд, онҳо пас аз чанд вақт бо ҳам вохӯрданд?

337. Китоб 245 саҳифа дорад. Донишвар онро дар 3 рӯз пурра мутолиа кард. \bar{U} рӯзи дуум назар ба рӯзи якум 20% бештар ва рӯзи сеюм назар ба рӯзи дуум 24 саҳифа бештар мутолиа кард. Рӯзи сеюм Донишвар чанд саҳифаи ин китобро мутолиа кард?

Т Е С Т И 4

1. Миёнаи арифметикийи ададхоро ёбед:

а) 1; 2; 5; 12. б) 159; 2011; 883, в) $2\frac{3}{5}$; - 0,45; 6,4; 54.

2. Миёнаи арифметикийи се адад ба 4 баробар аст. Суммаи ин ададҳо ба чанд баробар аст:

А) 8; В) 10; С) 12.

3. Миёнаи арифметикийи чор адади чуфти пай дар пай 5 аст. Ин ададхоро муайян кунед:

А) 2,4,6,8; В) 0,2,4,6; С) 4,6,8,10.

4. Синни миёнаи 11 нафар аъзои дастаи футбол ба 21 сол баробар буд. Дар вақти бозӣ яке аз онҳо лат хӯрда, аз бозӣ берун шуд. Синни миёнаи бозингарони дар майдон боқимонда ба $20\frac{4}{5}$ сол баробар шуд. Бозингари латхӯрда чанд сол дошт?

А) 21; В) 23; С) 25.

5. Шогирдон аз устодашон суол карданд:

- Шумо чанд солаед?

- Агар миёнаи арифметикийи хамаи 22 нафар хонандаи синфатонро ҳисоб кунем, 12 сол ҳосил мешавад. Агар ҳангоми ҳисобҳо синни маро низ чамъ кунед, 14 солро ҳосил мекунед. Омӯзгори математика чанд сол дорад?

А) 48 сола; В) 34 сола; С) 58 сола.

6. Медиана ва фарозии қатори ададиҳо муайян кунед:

18; 24; 6; 45; 19; 40; 45; 36; 64; 14; 45; 19; 72.

А) 36 ва 6; В) 72 ва 36; С) 36 ва 66.

7. Мода ва медианаи қатори ададиҳо муайян кунед:

16; 8; 22; 31; 22; 43; 56; 20; 31; 22.

А) 31 ва 8; В) 22 ва 22; С) 31 ва 20.

8. Масрафи қувваи барқро барои оила дар ним сол дар шакли ҷадвал тартиб доданд:

Моҳҳо	1	2	3	4	5	6
Масраф (кВт.с)	85	62	78	80	92	85

Масрафи миёнаи қувваи барқ, мода ва медианаро барои ин қатори ададҳо муайян кунед.

9. Дарозии давраи радиусаш R бо кадом формула ёфта мешавад?

А) $S = 3 \cdot R^2$; В) $S = \pi \cdot R^2$; С) $C = 2\pi R$.

10. Аз формулаи $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ тағйирёбандаи b – ро бо воситаи S ифода кунед.

А) $b = \frac{S}{h} - a$; В) $b = \frac{2S}{h} - a$; С) $b = \frac{S}{h} + a$.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Алгебра ҳамчун қисми таркибии илми ҳисоб (Арифметика) муддати тӯлонӣ бо вай якҷоя инкишоф ёфт. Ҳанӯз 4000 сол пеш дар доираи илми ҳисоб бобулиҳо, мисриҳо, баъдтар юнониҳо, хитоиҳо ва ҳиндуҳои қадим ишораҳои алоҳидаро истифода бурда, масъалаҳои гуногунро ҳал мекарданд.

Махсусан, дар Осиёи Миёна ва Ҳиндустони асримённагӣ (асрҳои IX–XI) ин фанни қадима хеле пеш рафт ва бо кашфиётҳои навин ғанӣ гашт.

Дар нимаи аввали асри IX донишманди бузурги Шарқ Муҳаммади Хоразмӣ (780–850) асаре бо номи «Ҳисоб ал-ҷабр в-ал-муқобала» иншо намуд, ки дар он илми алгебра ҳамчун фанни мустақил омӯхта шуд. Истилоҳи «алгебра» дар натиҷаи ба забони лотинӣ ба ҳамин шакл тарҷума шудани асари номбурда ба миён омад. Худи Хоразмӣ нахустин шахсе буд, ки ба фанни алгебра асос гузоштааст.

Алгебраи Хоразмӣ дар давоми асрҳои XII–XVI дар тарҷумаи лотиниаш мавриди омӯзиши васеи аврупоиён қарор гирифта, барои дар ғарб инкишоф ёфтани ин фанни бостонӣ замина гузошт.

То асри XV ҳамаи бузургиҳо, амалҳо бо онҳо, ҳаллову ҷавобҳои масъалаҳо танҳо бо ибораҳо ифода меёфтанд. Бинобар ҳамин математикаи то он давра мавҷударо *математикаи суханӣ* ё *ибораӣ* меноманд.

Ифодаҳои ададӣ, ифодаҳои ҳарфӣ ва аломатҳову ишораҳои математикӣ на яку якбора, балки дар тӯли даҳсолаҳо пайдо шуда, оҳиста-оҳиста дар илм ҷойи устуворро соҳиб шуданд.

Дар нимаи дуюми асри XV дар Италия, Олмон ва мамлакатҳои дигари Аврупо баъзе символҳои алгебраӣ қабул шуданд, ки бо истифода аз ҳарфҳо асос гузошта буданд. Масалан, дар охири асри XV олими фаронсаӣ Франсуа Виет (1540–1603) на танҳо барои ифодаи номалум, балки барои навишти адади дилхоҳ низ ҳарфҳои алифбои лотиниро истифода бурда, ба кашфи ифодаҳову формулаҳо асос гузошт. Рафта-рафта дар асри XIII дар математика аллақай бузургиҳои гуногунро бо ҳарфҳои гуногун ифода мекардагӣ шуданд. Минбаъд, бо ҳарфҳо низ ҳамаи ҳамон амалҳои ҳисоб иҷро мешуданд, ки барои ададҳо ҷой доштанд.

Ба сифати аломати зарб истифода шудани нуқта низ аз ҳамин давра оғоз гардидааст. Барои ифодаи амали тақсим, асосан, дар Осиёи Марказӣ аломати « \div » истифода мешуд. Ҳам аломати зарбу ҳам аломати тақсим (дар шакли ду нуқта) дар охири асри XVII аз тарафи математикаи олмонӣ Г. Лейбнитс (1646–1716) қабул шудаанд.

Дар ибтидои асри XVII аломатҳои баробарӣ ва қавсҳо дохил гардиданд: қавсҳои нимдаваро математикаи итолиёӣ Н. Таргалия, қавсҳои квадратиро ҳамватани ӯ Р. Бомбелли ва қавсҳои фигуравиро Ф. Виет пешниҳод намуданд. Аз соли 1637 сар карда, аз тарафи математикаи олмонӣ Р. Декарт (1596–1662) номалум бо яке аз ҳарфҳои охири алифбои лотинӣ ва ададҳои додашуда бо яке аз ҳарфҳои аввали ҳамин алифбо ишора шудан гирифтаанд. Ҳамин тавр, Декарт аввалин шуда ба рамзҳои алгебраӣ шакли муосирро додааст.

Аломатҳои $>$ («калон») ва $<$ («хурд») соли 1631 аз тарафи Т. Гарриот, аломати баробарӣ бори нахуст аз ҷониби Р. Рекорд (соли 1557) қабул шуданд. Ишорати амали тарҳ низ дар охири асри XV аз тарафи математикҳои олмонӣ пешниҳод шудааст.

БОБИ II. ФУНКСИЯҶО ВА ГРАФИКҶО

§ 5. ФУНКСИЯҶО

5.1. Вобастагии байни тағйирёбандаҳо. Функция

Дар ҳаёт бо бузургиҳои дучор меоем, ки аз ҳамдигар вобастаанд. Масалан, масоҳати квадрат вобаста аз каму зиёд шудани дарозии тарафаш тағйир меёбад. Вақти ҳаракат аз масофаи тайкарда ва суръати ҳаракати ҷисм вобаста аст. Ҳаҷми параллелепипеди росткунҷа аз се бузургӣ - дарозӣ, бар ва баландиаш вобастагӣ дорад.

Минбаъд, мо танҳо вобастагии байни ду бузургиро меомӯзем.

Мисоли 1. Бигзор дарозии яке аз тарафҳои росткунҷа ба 3 см ва дарозии тарафи дигараш ба x см баробар бошад.

◀ Тавре медонем, масоҳати росткунҷа ба ҳосили зарби дарозии тарафҳояш баробар аст. Агар масоҳати росткунҷаро бо S ишорат кунем, пас $S = 3x$ мешавад. Агар дарозии тарафи росткунҷа x -ро каму зиёд намоем, масоҳати он низ каму зиёд мешавад. Дар ин ҳолат масоҳати росткунҷа S аз дарозии тарафаш вобаста аст. Барои ҳар як қимати тағйирёбандаи x қимати мувофиқи тағйирёбандаи S -ро ёфтани мумкин аст.

Масалан, агар $x = 3$ бошад, $S = 3 \cdot 3 = 9$ мешавад; агар $x = 8$ бошад, $S = 3 \cdot 8 = 24$ мешавад; агар $x = 15$ бошад, $S = 3 \cdot 15 = 45$ мешавад. ▶

Тағйирёбандаи x , ки дар ин маврид қиматҳои дилхоҳ қабул мекунад, *тағйирёбандаи новобаста* ва тағйирёбандаи S , ки вобаста аз x қиматҳо қабул мекунад, *тағйирёбандаи вобаста* номида мешаванд.

Мисоли 2. Шахсе бо y дирам x дона пуфаки нархи ҳар якаш 25 дирамӣ харид.

◀ Дар ин маврид дар байни шумораи пуфакҳои харидашуда ва нархи умумии онҳо вобастагии $y = 25x$ ҷой дорад. Шумораи пуфакҳо x қиматҳои новобаста қабул мекунад, вале қиматҳои y (нархи умумии пуфакҳо) вобаста аз x тағйир меёбад. ▶

Масъала. Масофа аз шаҳри Душанбе то шаҳраки Панҷ 204 км аст. Автобус аз автовокзали Душанбе ба самти шаҳраки Панҷ равона шуд. Агар суръати миёнаи ҳаракати он ба 51 км/соат баробар бошад, меёбем, ки дар лаҳзаи t вай аз шаҳраки Панҷ дар кадом масофа воқеъ аст.

◀ Автобус дар муддати вақти t масофаи ба $51 \cdot t$ км баробарро тай мекунад. Аз ин ҷост, ки вай дар муддати t аз шаҳри Душанбе дар дурии $51t$ ва аз шаҳраки Панҷ дар масофаи $204 - 51t$ км воқеъ

мегардад. Бо гузашти вақт (афзоиши t) масофа кӯтоҳ шудан мегирад. Пас масофаи тайшуда S аз вақт (t) вобаста мебошад. Ин вобастагиро чунин навиштан мумкин аст.

$$S(t) = 204 - 51 \cdot t.$$

Аз мазмуни масъала маълум аст, ки S қиматҳои мусбат қабул мекунад: $S(t) > 0$. Ҳар гуна қимати t -ро, ки дар байни 0 ва 4 ҷойгир аст, ба ифодаи $204 - 51 \cdot t$ гузошта, бовар намудан мумкин аст, ки барои онҳо ифодаи мазкур қиматҳои мусбат қабул мекунад.

Масалан, агар $t = 2$ бошад, $S(2) = 204 - 51 \cdot 2 = 102$, агар $t = 2,5$ бошад, $S(2,5) = 204 - 51 \cdot 2,5 = 76,5$ ва агар $t = 3$ бошад, $S(3) = 204 - 51 \cdot 3 = 51$ мешавад. Ҳамин тавр, ҳангоми $t = 4$ будан (лаҳзаи ба шаҳраки Панҷ расидани автобус) $S(4) = 0$ мешавад ►

Дар ин мисол ҳам ба ҳар як тағйирёбандаи t як қимати тағйирёбандаи S мувофиқ омад. Чунин вобастагии байни ду тағйирёбандаро вобастагии функционалӣ ё функция меноманд.

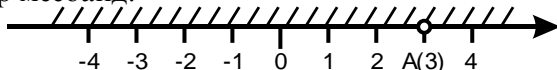
Таъриф. Агар ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x ягон қимати тағйирёбандаи y мувофиқ ояд мегӯянд, ки y функция аз x аст. Тағйирёбандаи новобастаро аргумент ва тағйирёбандаи вобастаро функция меноманд.

Баробарии $y = y(x)$ ҳамчун «игрек баробари игрек аз икс» хонда мешавад. Дар мисоли 1 дарозии тарафи росткунҷа ҳамчун аргумент ва масоҳати росткунҷа ҳамчун функция аз он фаҳмида мешаванд: $S = 3x$.

Агар қиматҳои тағйирёбандаи новобастаро ба ифодаи функция гузоре муамалҳои дар он нишондодашударо иҷро кунем, ададҳо ҳосил менамоем, ки онро қимати функция меноманд.

Ҳамаи қиматҳои аргумент қабул мекунад, соҳаи муайянии функция ва ҳамаи қиматҳои аргумент, ки вобаста аз онҳо функция қабул мекунад, маҷмуи тағйирёбии функция меноманд. Соҳаи муайянии функция метавонад аз ададҳои алоҳида, порчаи алоҳидаи тири координатӣ (абсиссаҳо) ё тамоми тири ададӣ иборат бошад.

Дар мисоли 1 соҳаи муайянии функцияи $y = 3x$ танҳо аз ададҳои мусбат иборат буд: $x > 0$. Қиматҳои функция низ ададҳои мусбат буданд: $y > 0$. Дар мисоли 2 ҳам соҳаи муайяни ва ҳам маҷмуи қиматҳои функция аз ададҳои натуралӣ иборат буданд. Дар масъалаи 1 соҳаи муайянии функцияи фосилаи тири ададиро аз 0 то 4 дар бар мегирифт: $0 < t < 4$. Ҳангоми дар ҳудудҳои аз 0 то 4 тағйир ёфтани t қиматҳои мувофиқи функция дар ҳудудҳои аз 204 то 0 тағйир меёбанд.



Расми 1.

Мисоли 3. Соҳаи муайянии функсияи $y = \frac{3}{2x-6}$ -ро меёбем.

◀ Касри $y = \frac{3}{2x-6}$ танҳо дар мавриди аз нул фарқ кардани махраҷаш маъно дорад. Аз ин рӯ аз соҳаи муайянии функсия ҳамон қиматҳои аргументро хориҷ намудан лозим аст, ки барояшон $2x - 6 = 0$ аст. Аз баробарии $2x - 6 = 0$ меёбем, ки $2x = 6$ ё $x = 3$ аст. Пас агар нуқтаи $A(3)$ -ро аз тири координатӣ истисно намоем, функсияи додашуда дар ҳамаи дигар нуқтаҳо муайян аст (расми 1) ►

338. Кадом бузургӣ аз дигараш вобаста аст: а) масофа; б) ҳаҷми куб; в) масоҳати квадрат; г) периметри росткунҷа; ғ) периметри секунҷаи баробартараф; д) тегаи куб; е) вақт; ё) тарафи квадрат; ж) дарозии тарафи секунҷаи баробартараф.

339. Периметри росткунҷаи дарозии як тарафаш ба 5 см баробарро бо кадом формула ифода намудан мумкин аст? Қимати ин формуларо ҳангоми ба 2; 2,5; 10 баробар будани тағйирёбандааш ёбед.

340. Қатора дар t соат S км роҳ рафт. Формулаи вобастагии байни масофаи тайкардаи қатора S -ро аз суръати ҳаракати он V нависед. Дар ин вобастагӣ тағйирёбандаҳои вобаста ва новобастаро нишон диҳед. Қимати формуларо ҳангоми $V = 2$; 5 будан ёбед.

341. Дарозии росткунҷа аз бараш: а) 6 воҳид; б) 6 маротиба калон аст. Вобастагии байни масоҳату тарафҳои росткунҷаро бо формула ифода кунед. Барои ду қимати тағйирёбандаи новобаста ду қимати мувофиқи тағйирёбандаи вобастаро муайян кунед.

342. Нархи як дафтар 50 дирам ва нархи як китоб 2,5 сомонӣ аст. Рухшона a дона дафтари b дона китоб харида, 50 сомонӣ сарф кард. Тағйирёбандаи b -ро ҳамчун функсияи тағйирёбандаи a ифода намуда, соҳаи муайянии онро ёбед.

343. Автобус масофаи S километрро бо суръати доимии 60 км/соат тай намуд. Вобастагии байни вақти ҳаракат t ва масофаи дар муддати вақти t тайшударо бо формула ифода кунед. Соҳаи муайянии функсияро нишон диҳед.

344. Функсия бо формулаи $y = -2x$ дода шудааст. Соҳаи муайяни ва соҳаи тағйирёбии функсияро нишон диҳед.

345. Вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y бо формулаи $y = \frac{5}{x-3}$ дода шудааст. Соҳаи муайянии функсияро нишон диҳед.

346*. Ба ҳар як адади натуралии аз 10 калон бақияи ҳосили тақсими он ба 10 мувофиқ гузошта шудааст. Соҳаи муайяни ва тағйирёбии функцияро нишон диҳед.

347. Аз баробарии $3x + 7y = 21$ тағйирёбандаи y -ро ҳамчун функцияи тағйирёбандаи x ифода кунед. Баъд, x -ро бо воситаи y ифода кунед.

348. Соҳаи муайянии функцияро нишон диҳед:

а) $y = x + 4$; б) $y = 2x - 3$; в) $y = 3x - \frac{1}{2}$; г) $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{4}$.

349*. Соҳаи муайянии функцияро нишон диҳед:

а) $y = \frac{1}{x}$; б) $y = \frac{4}{x(x-1)}$.

Машқҳо барои такрор

350 . Муодиларо ҳал кунед:

а) $9(3x + 7) = 4(10x - 33)$; б) $6(12 - y) = 5(y - 1)$;

в) $\frac{4x-3}{2} = \frac{x-2}{3}$; г) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1$.

351. Дар ҳавз 240 л об мавҷуд аст. Дар ҳар соат бо воситаи кубури якум ба он 60 л об ворид шуда, бо воситаи кубури дуум аз он 80 л об хориҷ мешавад. Баъд аз чанд соат ҳавз аз об холи мешавад?

352. Ҳавзи якум 1640 л ва ҳавзи дуум 880 л об доранд. Дар ҳар соат аз ҳавзи якум 45 л об хориҷ шуда, дар ҳамин муддат ба ҳавзи дуум 50 л об ворид мешавад. Баъд аз чанд вақт миқдори оби ҳар ду ҳавз баробар мешавад?

5.2. Ҳисоб кардани қимати функция

Формулаи функция имкон медиҳад, ки ба тағйирёбандаи новобаста қиматҳои мушаххас дода, аз рӯи онҳо қиматҳои мувофиқи функцияро ёбем.

Мисоли 1. Функция бо формулаи $y = \frac{3x-2}{2}$, ки $-4 \leq x \leq 5$ аст, дода шудааст. Якчанд қимати y -ро меёбем, ки ба қиматҳои бутуни x мувофиқанд.

◀ Ҳангоми $x = -4$ будан, $y = \frac{3(-4)-2}{2} = -7$ мешавад, ҳангоми $x = -3$ будан, $y = \frac{3(-3)-2}{2} = -5,5$ мешавад ва ғ.

Натиҷаҳои ҳисобкуниро дар шакли ҷадвал навиштан мувофиқ мебошад. Дар он дар сатри аввал қиматҳои аргумент ва дар сатри дуум қиматҳои мувофиқи функция навишта шудаанд:

x	-4	-2	-1	0	1	3	5
y	-7	-5,5	-4	-1	0,5	3,5	6,5

Дар ин мисол соҳаи муайянии функция дода шудааст. Барои ҳар як қимати x қимати мувофиқи функция дар катаки поён навишта шудааст.

Агар функция ба воситаи формула дода шуда бошад соҳаи муайяниаш дода нашуда бошад, маънои онро дорад, ки функцияи мазкур барои ҳамаи қиматҳои имконпазири x ки ҳамин формула маъно дорад, муайян аст. Масалан, соҳаи муайянии функцияи $y = x \cdot (x + 1)$ аз ҳамаи қиматҳои x , вале соҳаи муайянии функцияи $y = \frac{1}{x-2}$ аз қиматҳои аз 2 фарқкунандаи x иборат аст. ►

Бо ёрии формулаи функция низ ҳамон қиматҳои аргументро ёфтан мумкин аст, ки ба қимати додашудаи функция мувофиқанд.

Мисоли 2. Функция бо формулаи $y = 8x - 4,5$ муайян карда шудааст. Барои кадом қимати x қимати функция ба 1,5 баробар аст?

◀ Дар формулаи функция $y = 8x - 4,5$ ба ҷойи y адади 1,5-ро гузошта, муодилаи хаттии аз тағйирёбанда x вобастаро ҳосил менамоем: $1,5 = 8x - 4,5$.

Аз ин ҷо: $8x = 1,5 + 4,5 = 6$. $x = \frac{3}{4}$. Пас маълум шуд, ки функция қимати 1,5-ро, ҳангоми $x = \frac{3}{4}$ будан, қабул мекунад. ►

Аз баробарии $2x - 3y - 1 = 5$ тағйирёбанда y -ро ҳамчун функцияи тағйирёбанда x ифода менамоем. Ҳамон қимати x -ро меёбем, ки барояш қимати функция ба $-2,4$ баробар аст.

Чамъшавандаи $2x$ ва -1 -ро аз қисми чапи баробарӣ ба қисми ростии он мегузаронем.

Дар натиҷа баробарии $-3y = 5 - 2x + 1$ ё ки $3y = 6 - 2x$ -ро ҳосил мекунем. Дар охир, ҳар ду тарафи баробарии охиринро ба -3 тақсим намуда меёбем: $y = -2 + \frac{2}{3}x$. Дар баробарии ҳосилшуда ба ҷойи y қимати $-2,4$ -ро мегузорем: $-7,2 = -6 + 2x$; $2x = -1,2$. Аз ин ҷо меёбем, ки $x = -0,6$ аст. Ҳамин тавр, $y(-0,6) = -2,4$.

353. Функция бо формулаи $y = 2x + 3$ дода шудааст. Соҳаи муайянии онро нишон дода, барои ду қимати дилхоҳи аргумент ду қимати мувофиқи функцияро ҳисоб кунед.

354. Функция бо формулаи $y = 0,2x + 5$ дода шудааст. Ҳамон қиматҳои функцияро ёбед, ки ба қиматҳои зерини аргумент мувофиқанд: -1 ; 0 ; 5 .

355. Функция бо формулаи $y = \frac{x}{12}$ дода шудааст. Дар ҷадвал қиматҳои аргумент нишон дода шудаанд. Қиматҳои мувофиқи функцияро ёфта, ҷадвалро пур кунед:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y								

356. Функция бо формулаи $y = \frac{24}{x}$ дода шудааст. Аз рӯйи қиматҳои овардашудаи аргумент ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	1	2	6
y						

357. Функция бо формулаи $y = x^2 - 1$ дода шудааст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	2	4
y						

358. Ҷадвали қиматҳои функсияи $y = 2(x - 2,4)$ -ро барои қиматҳои аргумент, ки нобаробарии $0 < x < 8$ -ро қонеъ мегардонад, тартиб диҳед.

359. Соҳаи муайяни функсияро нишон диҳед:

а) $y = x^2 + 3$; б) $y = \frac{1}{x-8}$; в) $y = \frac{1}{x+8}$; г) $y = \frac{4x-3}{12x}$.

360. Функция бо формулаи $y = 1,2x - 8$ муайян карда шудааст. Барои кадом қиматҳои аргумент қимати функсия ба 4; 10; 60 баробар аст?

361. Функция бо формулаи $y = -3x$ дода шудааст. Катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

x	-0,4	-0,4			5,2	8
y			-3	0		

362. Функция бо формулаи $y = 1,2x - 8$ дода шудааст. Ҳамон қиматҳои аргументро ёбед, ки барояшон қимати функсия ба -8; -4; 12 баробар аст.

363. Формулаи вобастагии байни шумораи аҳолии маҳал ва масоҳати онро нависед, агар зичии аҳолии маҳал ба ҳисоби миёна дар 1 км^2 42 нафар бошад. Аз рӯйи формулаи мазкур: а) шумораи аҳолии маҳаллери ҳисоб кунед, ки масоҳати 80 км^2 -ро ишғол кардааст; б) масоҳати маҳаллери ҳисоб кунед, ки 10 080 нафар аҳоли дорад.

364. Кӯҳнавард 8 соат бо суръати доимии V км/соат ҳаракат намуда, масофаи ба S км баробарро тай намуд. Формулаи вобастагии S -ро аз V тартиб диҳед. Бо ёрии ин формула: а) қимати S -ро ҳангоми $V = 6$ км/соат будан ёбед; б) қимати V -ро муайян кунед, агар $S = 64$ км бошад.

365. Гуландом бо 2,4 сомонӣ a дона дафтари ҳар кадомаш 48 дирамӣ харид. Бо y пулҳои боқимондаи Гуландомро ишора намуда, формулаи вобастагии байни y ва a -ро нависед.

Машқҳо барои тақрир

366. Дар ҳамвории координатӣ нуқтаҳои $A(0; -2)$ ва $B(4; 2)$ -ро қайд намуда, онҳоро ба воситаи порчаи хати рост пайвандед. Координатаҳои нуқтаи буриши порчаро бо тири абсиссаҳо ёбед.

367. Дар ҳамвории координатӣ нуқтаҳои $A(-4; 8)$ ва $B(4; -8)$ -ро қайд намуда, порчаи AB -ро ҳосил мекунем. Миёнаҷойи порчаи AB бо кадом нуқта мувофиқ меояд?

368. Бо воситаи ду ҷумак ба таштак (ванна) 210 л об ворид шуд. Агар бо воситаи ҷумаки якум назар ба ҷумаки дуюм 10% бештар об ворид шуда бошад, бо воситаи ҳар як ҷумак чӣ қадарӣ об ворид шудааст?

5.3. Вобастагии мутаносиби роста

Дар синфи 6 (ниг., ба китоби дарсии «Математика»-и синфи 6, п.4.4) мо бо бузургӣҳои шинос шудем, ки таносуби ростаро ташкил медиҳанд. Ин ҷо бо мисолҳои дигари вобастагии мутаносиби роста шинос мешавем.

Мисоли 1. Ҳангоми доимӣ будани суръати ҳаракат, роҳи тайшуда S ва вақти барои тай кардани ин роҳ сарфшуда t таносуби ростаро ташкил медиҳанд.

◀ Бигзор суръати ҳаракати ҷисм ба 7 км/соат баробар бошад. Дар байни тағйирёбандаҳои S ва t вобастагии $S = 7 \cdot t$ ҷой дорад. Аз ин формула маълум аст, ки бо баробари тағйир ёфтани t қиматҳои S низ тағйир меёбанд, вале нисбати ин ду бузургӣ ҳамеша ба ҳамон як адад баробар менамояд: $S : t = 7$. ▶

Мисоли 2. Бигзор нархи ягон маҳсулот доимӣ бошад. Он гоҳ миқдори маҳсулоти ҳамон намуд (x) ва маблағи умумии барои хариди ин маҳсулот сарфшуда p таносуби ростаро ташкил медиҳанд.

◀ Масалан, агар нархи як китоб 5 сомонӣ бошад, он гоҳ дар байни p ва x вобастагии $p = 5x$ ҷой дорад. Баробари тағйир ёфтани x қиматҳои p низ тағйир меёбад, вале нисбати доимӣ менамояд: $p : x = 5$. ▶

Мисоли 3. Ҳангоми якҷанд маротиба афзудани дарозии тарафи квадрат a периметри он p низ ба маротиба афзоиш меёбад.

◀ Дар ҳақиқат, периметри квадрат ба $4a$ баробар аст. Ҳангоми якҷанд маротиба афзудани зарбшавандаи мусбати a ҳосили зарби $4a$ низ ҳамон қадар меафзояд. Агар $a = 2$ бошад, $4a = 4 \cdot 2 = 8$, агар $a = 6$ бошад, $4a = 4 \cdot 6 = 24$, дар ҳолати $a = 2k$ будан $4a = 4 \cdot 2k = 8k$ мешавад.

Дар ин маврид ҳам, бо баробари тағйир ёфтани a , қиматҳои ифодаи $4a$ низ тағйир меёбанд, вале нисбати $p:a$ доимӣ мемонад.

Таъриф. Агар вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y бо формулаи $y = kx$, ($k \neq 0$) ифода шавад, онҳо таносуби ростаро ташкил медиҳанд ё дар мутаносиби роста қарор доранд.

Адади k коэффитсиенти мутаносибӣ ном дорад. Дар мисоли 1 $k = 7$, дар мисоли 2 $k = 5$ ва дар мисоли 3 $k = 4$ аст.

Дар мисолҳои овардашуда тағйирёбандаҳо қиматҳои мусбат қабул карданд. Аз таъриф маълум мешавад, ки ҳам тағйирёбандаҳо қиматҳои манфӣ қабул карда метавонанд ҳам коэффитсиенти k . Минбаъд, мо ҳамин мулоҳизаро ба инобат мегирем.

Бигзор коэффитсиенти мутаносиби байни тағйирёбандаҳои x ва y бошад. Дар ин маврид баробарии $y = kx$ -ро ҳосил менамоем. Ба x қиматҳои гуногун дода, қиматҳои мувофиқи y -ро ёфтан мумкин аст. Масалан, ҳангоми $x = 3$ будан, $y = 6 \cdot 3 = 18$, ҳангоми $x = -5$ будан, $y = 6 \cdot (-5) = -30$ мешавад. Ҳамин тавр, аз формулаи ҳосилшуда тағйирёбандаи x -ро ба воситаи тағйирёбандаи y ифода намуда, формулаи $x = \frac{y}{k}$ - ро ҳосил менамоем. Вале мувофиқ ба анъанаи таърихӣ (ҳамеша аргументро бо x ва функцияро бо y ишорат мекунам) амал намуда, ҷойҳои x ва y -ро иваз менамоем. Дар натиҷа формулаи зеринро ҳосил мекунем: $y = \frac{x}{\frac{1}{k}}$. Тавре мебинем, агар коэффитсиенти мутаносиби байни тағйирёбандаҳои x ва y ба k баробар бошад, он гоҳ коэффитсиенти мутаносиби байни y ва x ба $\frac{1}{k}$ баробар мешавад.

Аз формулаи $y = kx$ ($k \neq 0$) баробарии $\frac{y}{x} = k$ ($k \neq 0$) ҳосил мешавад. Бинобар ҳамин нисбати ду бузургии бо ҳам мутаносиб ҳамеша адади ғайринули аст. Дар ҳамин асос хосияти муҳимро ҳосил мекунем.

Бигзор x_1 ва y_1 , инчунин x_2 ва y_2 ду ҷуфти қиматҳои ба ҳам мувофиқи тағйирёбандаҳои мутаносиби x ва y бошанд. Тавре медонем, нисбати y барои ҷуфти қиматҳои мувофиқи x ва y доимист. Аз ин рӯ, таносуби $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ - ро ҳосил мекунем. Ин маънои онро дорад, ки нисбати ду қимати дилхоҳи яке аз тағйирёбандаҳои бо ҳам мутаносиб ба нисбати қиматҳои мувофиқи тағйирёбандаи дигар баробар аст. Ҳамин тавр, ҳангоми якчанд маротиба зиёд (кам) шудани қиматҳои яке аз бузургиҳо, қиматҳои мувофиқи бузургии дигар низ ҳамон маротиба зиёд (кам) мешаванд.

Масъала. Дастгоҳи худкор дар 30 соат 5 асбоб тайёр мекунад. Бо ҳамин суръат вай дар кадом муддати вақт 8 асбоб тайёр мекунад?

◀ Бо ҳарфи t (соат) вақт ва бо ҳарфи N шумораи асбобҳои тайёркардаи дастгоҳро ишорат менамоем. Ҳаҷми кори иҷрошуда дар вақти барои ин кор сарфшуда бузургҳои бо ҳам мутаносиб мебошанд. Нисбати ду қимати дилхоҳи тағйирёбандаи t ба нисбати ду қимати тағйирёбандаи N баробар мебошад, аз ин рӯ, $\frac{8}{5} = \frac{N}{30}$. Дар асоси хосияти таносуб меёбем, ки $N = \frac{8 \cdot 30}{5} = 48$ будааст. ▶

Мисоли 4. Адади 162,5-ро ба чунин се ҳисса ҷудо мекунем, ки нисбати ҳиссаи якум ба ҳиссаи дуюм ҳамчун 5 : 6 ва нисбати ҳиссаи дуюм ба ҳиссаи сеюм ҳамчун 8 : 7 бошад.

◀ Бигзор, ҳиссаҳои номаълуми адади 162,5 x_1 , x_2 ва x_3 бошад. Аз шарти мисол таносубҳои $\frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{6}$ ва $\frac{x_2}{x_3} = \frac{8}{7}$ -ро ҳосил мекунем. Онҳоро бо таври дигар менависем: $\frac{x_1}{5} = \frac{x_2}{6}$ ва $\frac{x_2}{8} = \frac{x_3}{7}$.

Маълум, ки КУХ (6; 8) = 24 аст. Аъзои қисми рости таносуби якумро ба 4 ва аъзои қисми чапи таносуби дуюмро ба 3 зарб зада, аъзои x_2 -дори онҳоро бо ҳам баробар месозем. Дар натиҷа баробариҳои $\frac{x_1}{20} = \frac{x_2}{24}$, $\frac{x_2}{24} = \frac{x_3}{21}$ ва аз ин ҷо баробариҳои $\frac{x_1}{20} = \frac{x_2}{24} = \frac{x_3}{21} = k$ -ро ҳосил мекунем. Ҳамин тавр, мо масъалаи тақсими адади 162,5 ба се ҳиссаи баробарро ба ёфтани ҳиссаҳои бо ададҳои 20; 24 ва 21 мутаносиб овардем. Аз таносуби охириин меёбем: $x_1 = 20k$; $x_2 = 24k$ ва $x_3 = 21k$. Азбаски $x_1 + x_2 + x_3 = 162,5$ аст, пас мебинем, ки $20k + 24k + 21k = 162,5$ ё $65k = 162,5$. Аз ин ҷо қимати $k = 2,5$ -ро соҳиб мешавем. Маълум мешавад, ки ҳиссаҳои номаълум $x_1 = 50$; $x_2 = 60$ ва $x_3 = 52,5$ буданд. ▶

369. Оё бузургҳои мутаносибии роостаанд:

а) масоҳати квадрату дарозии тарафаш;

б) масоҳати квадрату периметраш;

в) ҳаҷми кубу дарозии теғааш; г) масоҳати доираву радиусаш?

370. Нархи як воҳиди маҳсулот 70 сомонӣ аст. Формулае тартиб диҳед, ки он вобастагии байни миқдори маҳсулоти харидашуда x ва нархи умумии маҳсулот y -ро ифода намояд. Оё x бо y мутаносибии роста аст?

371. Тағйирёбандаи x бо тағйирёбандаи y мутаносибии роста аст. Аз ҳамин истифода бурда формулаи ин вобастагиро нависед ва ҷадвалро пур кунед:

x		-3	-2	-1	0	1	2	3
y								

372. Ба воситаи ду қубур ба ҳавз об ворид мешавад. Миқдори литрҳои оби дар ҳар дақиқа воридшударо ҳисоб намуда, ҷадвал тартиб доданд:

Вақт(дақ.)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Миқдори об (л)	6	12	18	24	30	36	42	48	54

а) нисбати миқдори литрҳои оби дар 6 дақ. воридшударо ба миқдори литрҳои оби дар 3 дақ. воридшуда ёбед; б) барои p -миқдори оби дар лаҳзаи t ба ҳавз воридшуда формула тартиб диҳед.

373. Ҳарорати оби чойник ба 0°C баробар буд. Онро оҳиста-оҳиста гарм кардан гирифтанд. Ҳарорати об T вобаста аз вақт t чунин афзуд:

Вақт(дақ.)	0	5	10	15	20	25
Миқдори об (л)	0	10	20	30	40	50

а) Нисбати ду қимати дилхоҳи t -ро бо нисбати қиматҳои ба онҳо мувофиқи T муқоиса кунед; б) аз рӯйи қиматҳои дар ҷадвал овардашуда се таносуб тартиб диҳед; в) формулаи вобастагии тағйирёбандаи T -ро аз тағйирёбандаи t нависед; г) ҳарорати обро ҳангоми $t = 5; 10; 15$ дақ. будан ёбед.

374. Тағйирёбандаҳои y ва x бо ҳам мутаносиби ростаанд. Коэффитсиенти ин мутаносибӣ 3 аст. Катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

x			-3	-2,5	-2	-1	-1,5	5
y								

375. Тағйирёбандаҳои y ва x бо ҳам мутаносиби ростаанд. Коэффитсиенти ин мутаносибӣ $8k = \frac{1}{3}$ аст. Катакҳои холии ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2,4	-2,1	-1,5	-1,2
y					

376. Ҳосили ҷамъи солҳои падару писар 54 аст. Синни падар бо синни писар ҳамчун 7:2 нисбат дорад. Падару писар чандсолаанд?

377. Модару духтар якҷоя 33 сол доранд. Синни модар ба синни духтар ҳамчун $9 : 2$ нисбат дорад. Модару духтар чандсолаанд?

378. Боғи бобои Валӣ 516 адад дарахти себ, нок ва олу дорад. Шумораи дарахтони себ ба шумораи дарахтони олу ҳамчун $5:4$, вале шумораи дарахтони нок ба шумораи дарахтони олу ҳамчун $4:3$ нисбат доранд. Дар боғ чандтоғи дарахти себ, нок ва олу мавҷуд аст?

379. 3 нафар коргар супоришero иҷро намуданд. Шумораи рӯзҳои кории коргари якум ба шумораи рӯзҳои кории коргари дуум ҳамчун $3 : 5$ ва шумораи рӯзҳои кории коргари дуум ба шумораи рӯзҳои кории коргари сеум ҳамчун $5 : 4$ нисбат дорад. Агар онҳо ҳамагӣ 36 рӯзи корӣ дошта бошанд, ҳар кадоме чанд рӯз кор кардааст?

380. Майдони масоҳаташ 600 га ба чор ҳиссаи бо ададҳои 2, 3, 7 ва 8 мутаносиб ҷудо шудааст. Масоҳати ҳар як ҳисса ёфта шавад.

381. Омехтаи филизот аз мис, руҳ ва никел иборат аст. Массайи онҳо бо ададҳои 13; 4 ва 3 мутаносибанд. Агар дар таркиби ин омехта мис аз никел 2,4 кг зиёд бошад, массайи омехта чанд киллограмм аст?

382. Барои ранг кардани фарши хонаи нави масоҳаташ

16 м^2 4,8 кг ранг лозим аст. Барои ранг кардани фарши дарозиаи 12 метру бараш 6 метр чӣ қадар аз ҳамин ранг лозим мешавад?

383. Винт 25 маротиба тоб хӯра, ба андозаи 32,5 мм пеш меравад. Вай бояд чанд бор тоб хӯрад то ба андозаи 49,4 мм пеш равад?

Машқҳо барои такрор

384. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2,4x - 2 = -2x + 3$;

б) $-1,5x + 1,3 = x - 6,2$;

в) $-11 - 4x = 3 - 28x$.

385. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

а) $2\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3} + \frac{1}{5} > 0$;

б) $3,225 : (11,8 + 0,2) + 1,2 < 15$?

386. Ҳисоб кунед:

а) $(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52$;

б) $(\frac{9}{22} + 1\frac{12}{33}) \cdot 1,32 - \frac{8}{13} \cdot 0,1625$.

387. Қимати ифодаро ёбед:

а) $7 : 2\frac{1}{3} + 4 : 1\frac{1}{3}$;

б) $8\frac{1}{7} - 4\frac{1}{7} : 3\frac{3}{5}$;

в) $(12\frac{2}{5} - 6\frac{1}{5}) : 7\frac{3}{4}$.

5.4. Вобастагии хатгии тағйирёбандаҳо

Баъзан лозим меояд, ки қиматҳои тағйирёбандаи новобаста бо ягон адад зарб зада бо ададе ҳам (тарҳ) карда шаванд. Ба мисолҳои мушаххас мурочиат менамоем.

Мисоли 1. Дар чалаки азиме 32 л равшан ҳаст. Баъд аз кушодани чумак дар ҳар дақиқа ба чалак 4 л равшан ворид мешавад. Вобастагии байни миқдори равшани чалакро аз вақт, дар лаҳзаи дилхоҳ ифода менамоем.

◀ Миқдори равшани дар лаҳзаи t ба чалак воридшударо бо Q ишора менамоем. Дар аввал чалак 32 л равшан дошт. Дар ҳар дақиқа ба он 4 л равшан ворид мешавад, пас дар t дақиқа $4 \cdot t$ л равшан дохил мешавад. Агар 32 л равшани мавҷударо ба назар гирем, пас вобастагии мазкурро ин тавр навиштан мумкин аст: $Q = 4 \cdot t + 32$. ▶

Мисоли 2. Чалаки азим холӣ буд. Баъди кушодани чумак ба он ҳар дақиқа 4 л равшан ворид мешавад. Формулаи вобастагии миқдори равшан дар чалак дар лаҳзаи t мавҷударо тартиб медиҳем. Илова менамоем, ки пас аз 10 дақиқа аз чалак 32 л равшан гирифта шудааст.

◀ Миқдори равшани дар лаҳзаи t ба чалак воридшударо бо Q ишорат менамоем. Дар як дақиқа ба чалак 4 л, дар t дақиқа $4 \cdot t$ л равшан ворид мешавад. Аз дигар тараф, дар чалак дар 10 дақ. $4 \cdot 10 = 40$ л равшан ғун мешавад. Аз ин рӯ метавонем пас аз 10 дақиқа аз чалак 32 л равшан гирем.

Ҳамин тавр, вобастагии байни миқдори равшани ғуншударо аз вақт ин тавр навиштан мумкин аст:

$$Q = 4 \cdot t - 32. \quad \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Сайёҳ аз шаҳри Душанбе баромада, аз рӯйи нақшаи муайян равон шуд. ӯ соате 6 км роҳ меравад. Агар сайёҳ ҳоло аз шаҳри Душанбе дар масофаи 18 км равона бошад, формулае тартиб медиҳем, ки вобастагии байни масофаи тайкардаи ӯро дар лаҳзаи t ифода менамоем.

◀ Сайёҳ дар t соат $6 \cdot t$ км роҳ меравад. Ҳоло \bar{y} аз шаҳри Душанбе дар масофаи 18 км равона аст. Аз ин ҷо баъд аз t соат масофаи байни сайёҳу шаҳри Душанбе ба $(6t + 18)$ км баробар мешавад: $S(t) = 6t + 18$.

Формулаҳои дар мисолҳои 1–3 овардашуда гарчанде вобастагии байни ду тағйирёбандаро ифода намоянд ҳам, вале ин бузургҳои байни ҳам мутаносиби роста намебошанд. Инро дар мисоли 3 месанҷем.

Аз рӯйи якчанд қимати t ва қиматҳои мувофиқи S ҷадвал месозем:

t (вақт)	0	1	2	3	4	5	6	7
S (км)	18	24	30	36	42	48	54	60

Аз он дида мешавад, ки дар сутунҳои гуногун нисбати қиматҳои вақт ба қиматҳои мувофиқи масофа ба як адад, яъне коэффитсиенти мутаносибӣ баробар набуда, балки гуногун аст: $\frac{0}{18} \neq \frac{1}{24} \neq \frac{5}{48}$ ва ғайра.

Тавре аён гашт, аз қиматҳои мувофиқи чунин вобастагӣ таносуб тартиб додан мумкин нест. Ҳамин тавр, мо бо намуди дигари вобастагии байни тағйирёбандаҳо дучор омадем. ►

Таъриф. Агар вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y бо формулаи $y = kx + b$ (k - коэффитсиенти вобастагӣ ва b ададҳои доимӣ) ифода шавад, онро вобастагии хаттӣ меноманд.

Ҳангоми $b = 0$ будан, формулаи $y = kx + b$ ба формулаи $y = kx$ табдил меёбад. Ҳамин тавр, вобастагии мутаносибии роста ҳолати ҷузъии вобастагии хаттӣ мебошад.

◄ **Мисоли 4.** Вобастагиҳои зерин аз ҷумлаи вобастагиҳои хаттианд: а) $y = x + 1$; б) $y = x - 1$; в) $y = 2x - 4$; г) $y = 3x + 2,5$.

Азбаски аз рӯйи формулаи $y = kx + b$ ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x қимати муайяни тағйирёбандаи y мувофиқ меояд, пас соҳаи муайянии вобастагии хаттӣ ё функсияи хаттӣ тамоми тири ададӣ мебошад.

Барои қимати додашудаи тағйирёбандаи y низ аз рӯйи формулаи $y = kx + b$ қимати мувофиқи тағйирёбандаи x -ро ёфтан мумкин аст, агар $k \neq 0$ бошад. Пас қиматҳои функсияи хаттӣ низ тамоми тири адади ро мекунанд. ►

Аз формулаи $y = kx + b$, ҳангоми $k = 0$ будан, баробарии $y = 0 \cdot x + b = b$ -ро ҳосил мекунем. Функсияе, ки бо формулаи $y = b$ дода шудааст, *функсияи доимӣ ё константа* номида мешавад. Дар он барои қимати дилхоҳи тағйирёбандаи x тағйирёбандаи y ҳамон як қимати b -ро қабул мекунанд.

388. Оё функсияи зерин хаттӣ аст:

- а) $y = 5x$; б) $y = 7x - \frac{1}{3}$; в) $y = \frac{5x-3}{15}$;
 г) $y = \frac{x^2}{4}$; д) $y = 4$; е) $y = \frac{3}{x}$?

389. Коэффитсиенти вобастагии хаттиро муайян кунед:

- а) $y = x + 3$; б) $y = 8x + 3$; в) $y = x + \frac{3}{4}$;

г) $y = \frac{1}{3}x + 6$; ф) $y = -1/2$; д) $y = 2$.

390. Аз формулаи вобастагӣ қиматҳои k ва b -ро муайян кунед:

а) $y + x = 1$; б) $2x + 1 = 2y$; в) $-x + \frac{y}{3} = 2$.

391. Дар баробарӣ ба ҷойи тағйирёбандаи x адади -2 -ро гузошта, қимати мувофиқи тағйирёбандаи y -ро ёбед:

а) $x - y = 3$; б) $-\frac{2}{5}x + y = 4$ в) $-2x + 6y = 5$.

392. Ҳамон қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки барояшон $y = 0$ аст:

а) $-2x + 6y = 6$; б) $-6x + 5y = 30$; в) $1 - y = 29x + 1$.

393. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x}{2} + 1 = x - 1$; б) $-\frac{x}{4} - 3 = -\frac{x}{3}$; в) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1$.

394. Барои кадом қимати тағйирёбандаи x қимати функсияи $y = -\frac{1}{2}x - 2$ ба: а) 6; б) -6 баробар аст?

395. Дар вобастагии а) $y = 6x - 1$; б) $y = x$ ҳамон қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки ба қиматҳои зерини тағйирёбандаи y мувофиқ аст: $y = 4; 8; 0$.

396. Функсия бо формулаи $y = -\frac{x}{4} + 5$ дода шудааст. Ҷадвали қиматҳои функсияро тартиб дода, онро пур кунед.

397. Функсияи хаттӣ бо формулаи $y = \frac{x-3}{12}$ дода шудааст. Қимати k -ро ёфта ҷадвали зеринро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

398. Дар ҳар сония ба ҳавз $0,3 \text{ м}^3$ об ворид мешавад. Агар ҳоло дар он 150 м^3 об ҷамъ шуда бошад, пас аз t соат миқдори об чанд метри кубиро ташкил медиҳад? Формулаи вобастагии байни V (ҳаҷми оби ҳавз) - ро аз вақт (t) тартиб диҳед. Оё ин вобастагӣ хаттӣ аст?

399. Соати 6^{00} ҳарорати ҳаво $-2 \text{ }^\circ\text{C}$ буд. То соати 14 ҳарорат ҳар соат ба андозаи $0,5$ дараҷа афзудан гирифт. Аз ҳамин истифода бурда: а) формулаи вобастагии тағйироти ҳарорат T (бо градусҳо)-ро аз тағйирёбии вақт t (бо соатҳо) ифода кунед, б) коэффитсиенти ин вобастагиро нишон диҳед.

400. Муҳаммад $14,5$ сомонӣ дошт. Бо ин пул ӯ якчанд дафтари 80-дирамӣ ва якто китобчаи 75-сомонӣ харид. Арзиши харид аз шумораи дафтар вобаста аст. Оё ин вобастагӣ хаттӣ аст?

401. Нуқтаи обшавии ях дар шкалаи Селсия ($^{\circ}\text{C}$) ба 0°C ва дар шкалаи Фаренгейт ($^{\circ}\text{F}$) ба 32°F баробар аст. Нуқтаи ҷӯшиши об дар шкалаи Селсия ба 100°C ва дар шкалаи Фаренгейт ба 212°F баробар аст. Ҳамин тавр, порчаи байни ду нуқта дар шкалаи Селсия ба 100 ҳисса ва дар шкалаи Фаренгейт ба 180 ҳисса ҷудо шудааст. Аз ин рӯ ба нуқтаи 1°C нуқтаи $1,8^{\circ}\text{F}$ мувофиқ меояд.

Бо x ҳарорати ҳаворо дар шкалаи Селсия ва бо y ҳарорати ҳаворо дар шкалаи Фаренгейт ишорат намуда, вобастагии байни ин ду нишондоди ҳароратро бо формула ифода кунед. Қимати y (2)-ро ёбед.

402. Аз формулаи дар мисоли 401 ҳосилшуда истифода бурда, ҷадвали қиматҳои мувофиқи шкалаҳои Селсия ва Фаренгейтро пур кунед:

$^{\circ}\text{C}$	160	100	80	37		-10	-100
$^{\circ}\text{F}$			176		32		

Машқҳо барои такрор

403. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(0,3x - 1) - (0,1x - 5) = -2$; б) $7 - (3,1 - 0,1x) = 3 - 0,2x$.

404. Барои кадом қиматҳои n :

а) $\frac{n+3}{6}$ - касри дуруст аст; б) $\frac{n}{n-2}$ - касри нодуруст аст?

405. Функсияи хаттӣ бо формулаи $y = 3(x - 1)$ дода шудааст. Барои кадом қимати x қимати он ба -4 ; 0 ; 6 баробар аст?

406. Оё қимати функсияи $y = -\frac{2x}{5}$ ба: а) -6 ; б) 1 баробар мешавад?

407. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $0,2 - 0,13 : (0,44 + \frac{1}{6})$; б) $(0,48 - \frac{7}{15}) \cdot 2,5$.

Т Е С Т И 5

1. Қимати функсияи $y = \frac{x^2}{(-x)^2} - x$ - ро, ҳангоми $x = -1$ будан, ёбед.

А) 1; В) -1 ; С) 2.

2. Роҳи тайкардаи автомобил (S) бо суръати 50 км/соат аз вақти барои тай кардани ин роҳ сарфшуда (t) вобаста аст.

Қимати S - ро, ҳангоми $t = 2\frac{4}{5}$ соат будан, ёбед.

А) 120 км; В) 135 км; С) 140 км.

3. Вобастагии мутаносиби роста бо формулаи $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 0$ дода шудааст. Коэффитсиенти кунҷии ин хатти ростро ёбед.

A) $\frac{4}{5}$; B) $-\frac{4}{5}$; C) $-\frac{5}{4}$.

4. Синни якҷояи модару духтар 33 сол аст. Синни модар ба синни духтар ҳамчун 9 : 2 нисбат дорад. Модар чандсола аст?

A) 36 сола; B) 25 сола; C) 27 сола.

5. Қимати функцияи $y = x^2 - y^2$ -ро ёбед, агар $x = -3$, $y = -2$ бошанд.

A) -1; B) 5; C) 2.

6. Коэффитсиенти кунҷии вобастагии хаттии $2x - 3y = 6$ -ро ёбед.

A) 2; B) $\frac{2}{3}$; C) $\frac{3}{2}$.

7. Графики функцияи $y = kx + b$ ($b \neq 0$) барои қиматҳои мусбати k дар кадом қисми ҳамвории координатӣ ҷойгир аст: а) аз ибтидои координатаҳо мегузарад; б) дар чорякҳои якуму сеюм ҷойгир аст; в) дар чоряки якуму дуум ҷойгир аст?

A) а); B) в); C) б).

8. Абсиссаи нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

$y = 3x - 1$ ва $y = 2x + 3$.

A) 4; B) -1; C) -13.

9. Ординатаи нуқтаи буриши графики функцияро бо тире ОУ муайян кунед: $2x - 3y = 12$.

A) 3; B) -3; C) -4.

10. Агар ба адади номаълум 7-ро чамъ карда, суммаи ҳосилшударо ба 3 зарб занем ва аз натиҷа 47-ро тарҳ кунем, ҳамон адади номаълумро ҳосил мекунем. Адади номаълум чанд аст?

A) 8; B) 13; C) 15.

§ 6. ГРАФИКИ ФУНКСИЯҲО

6.1. Графики функцияи чист

Дар синфи 6-ум (ниг. ба китоби дарсии «Математика»-и синфи 6, § 10) шумо дар баробари шиносӣ бо системаи координатаҳои росткунҷа бо сохтану хондани графикҳо низ ошно шудед.

Мисоли 1. Обухавосанҷ дар минтақаи Кӯли Сарез пас аз ҳар ду соат ҳарорати ҳаворо санҷида, чунин ҷадвал тартиб дод:

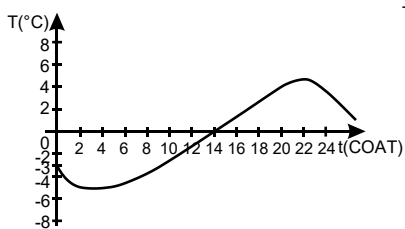
Вақт (дақ.)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Ҳарорат (°C)	-3	-3,8	-3,5	3	-2,5	-2	-1	0	1	1,5	2,5

◀ Қимати вақт (t)-ро дар тире абсиссаҳо ва қиматҳои мувофиқи ҳарорат T -ро дар тире ординатаҳо қайд намуда, дар ҳамвории коор-

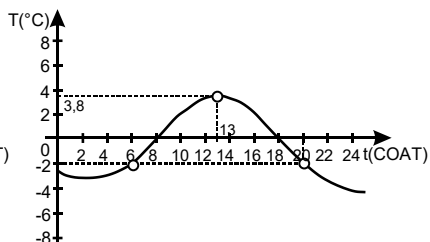
динатӣ нуқтаҳоро ҳосил менамоем. Абсиссаҳои онҳо аз қиматҳои t ва ординатаҳои онҳо аз қиматҳои мувофиқи T иборатанд. Нуқтаҳоро бо порчаҳо пайваस्त намуда, хатти овардашударо ҳосил менамоем. Агар обухавосанҷ ҳарорати ҳаворо пас аз ҳар як соат чен мекард, порчаҳои хатти шикаста хурдтар мешуданд ва он ба аслаш *хатти тағйироти ҳарорат* монанд мегашт. Ҳар қадаре қиматҳои t бо ҳам наздиктари t (бо ҳисоби дақиқаҳо, ҳатто сонияҳо) гирифта шаванд, хатти шикаста ҳамон қадар ба хатти суфта монанд мегардад (расми 2). ►

Таъриф. **Графики функсия гуфта, он нуқтаҳои ҳамвории координатиро меноманд, ки абсиссаҳои онҳо ба қиматҳои аргументу ординатаҳои онҳо ба қиматҳои мувофиқи функсия баробаранд.**

Агар хатти графики функсия маълум бошад, формулаи функсия дода нашуда бошад, мегӯянд, ки функсия бо тарзи графӣ дода шудааст.



Расми 2.



Расми 3.

Дар ин маврид ба бисёр саволҳо ҷавоб ёфтани мумкин аст. Аз ҷумла: **1.** Меҳоҳем донем, ки дар соати 13 ҳарорати ҳаво чанд дараҷа аст. Барои ин аз тири абсиссаҳо қимати 13-ро ёфта, бо хаткашак аз болои адади 13 хатти рости ба тири ординатаҳо параллел мегузаронем. Нуқтаи буриши ин хат бо графикро қайд мекунем (расми 3). Аз болои нуқтаи (нуқтаҳои) қайдшуда хатти рости ба тири абсиссаҳо параллел мегузаронем. Ин хатти рости тири ординатаҳоро дар нуқтаи ординатааш 3,8 мебурад. Пас маълум мешавад, ки дар соати 13 ҳарорати ҳаво 3,8 градус будааст.

2. Меҳоҳем донем, ки дар қадом соатҳо ҳарорати ҳаво, масалан, ба $-2\text{ }^\circ\text{C}$ баробар буд. Барои ин аз тири ординатаҳо қимати -2 -ро интихоб намуда, аз он хатти рости ба тири абсиссаҳо параллел мегузаронем (расми 3). Нуқтаи (нуқтаҳои) буриши онро бо график қайд мекунем. Аз нуқтаҳои қайдшуда хатти рости ба тири ординатаҳо параллел мегузаронем. Нуқтаҳои буриши онҳо бо тири абсиссаҳо ба ҳамон соатҳоест рост меоянд (дар мисоли мо ба ва 20), ки дар онҳо дараҷаи сардӣ ба $-2\text{ }^\circ\text{C}$ баробар буд.

Аз рӯйи график, инчунин ёфтан мумкин аст, ки аз соати 3 то 13 ҳарорати ҳаво баланд шуда, аз соати 0 то 13, инчунин аз соати 13 то соати 24 ҳарорат паст шудааст. Ҳарорати баландтарин ба соати 13 рост меояд.

Агар функция бо тарзи аналитикӣ (бо формула) дода шуда бошад ҳам, барои сохтани графики он сохтани ҷадвали қиматҳояш муҳим аст.

Мисоли 2. Графики функцияи $y = x \cdot (x - 2)$ -ро барои қиматҳои x дар фосилаи аз -2 то 4 , яъне $-2 \leq x \leq 4$ месозем.

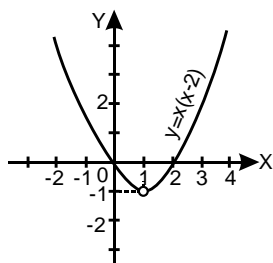
◀ Якчанд қимати интихобии аргументро гирифта, қиматҳои ба он мувофиқи функцияҳоро меёбем:

$$\begin{aligned} y(-2) &= -2(-2 - 2) = 8; & y(-1,5) &= -1,5(-1,5 - 2) = 5,25; \\ y(-1) &= -1(-1 - 2) = 3; & y(-0,5) &= -0,5(-0,5 - 2) = 1,25; \\ y(0) &= 0(0 - 2) = 0; & y(2,5) &= 2,5(2,5 - 2) = 1,25 \text{ ва ғ.} \end{aligned}$$

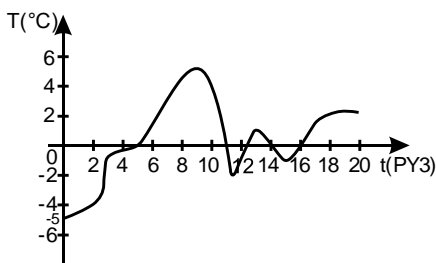
Натиҷаҳоро истифода бурда, ҷадвали қиматҳои функцияро месозем:

x	-2	$-1,5$	$-0,5$	0	$0,5$	$2,5$	4
y	$+8$	$+5,25$	$1,25$	0	$-0,75$	$1,25$	8

Нуқтаҳои (x, y) -ро аз ҷадвал дар ҳамвории координатавӣ тасвир намуда, онҳоро бо хатти қачи суфта мепайвандем. Дар натиҷа графики функцияи $y = x(x - 2)$ барои $-2 \leq x \leq 4$ ҳосил мешавад (расми 4). ▶



Расми 4.



Расми 5.

408. Дар расми 5 графики тағйирёбии ҳарорат дар давоми як шабонарӯз тасвир ёфтааст. Аз рӯйи он муайян кунед, ки: а) дар кадом фосилаҳои вақт ҳарорат мусбат (манфӣ) мебошад; б) дар кадом лаҳзаҳои вақт ҳарорат ба -2° ; 0° ; 3° баробар мешавад;

в) Дар асоси график ҷадвали зеринро пур кунед:

Вақт (дақ.)	2	4	6	8	10	12	14
Ҳарорат ($^\circ\text{C}$)							

409. Дар давоми як ҳафтаи моҳи июл ҳарорати обу ҳаворо ҳар нисфирузӣ дар пирияхи Гармо чен карда, ҷадвали зеринро ҳосил намуданд:

t (рӯз)	0	1	2	3	4	6	7
T (°C)	5	-4	-3	-1	-0,5	-0,5	1

Аз рӯйи он: а) графики тағйироти ҳароратро тасвир кунед; б) қиматҳои калонтарину хурдтарини ҳароратро ёбед; в) дар кадом вақт қимати ҳарорат нул аст?

410. Вазни кӯдак аз лаҳзаи таваллуд то синни 10-солагӣ ба ҳисоби миёна ин тавр тағйир меёбад:

Солҳо	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вазн (кг)	3,3	9,2	11,9	12,7	14,3	15,4	16,8	18,4	20,5	22,5	24,6

а) вобастагии вазни кӯдакро аз вақт дар шакли график тасвир кунед;

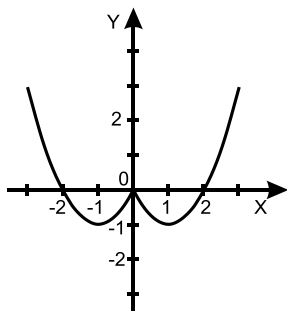
б) аз рӯйи график вазни кӯдаки 3,5-соларо ёбед;

в) синни кӯдакero ёбед, ки он 18 кг вазн дорад.

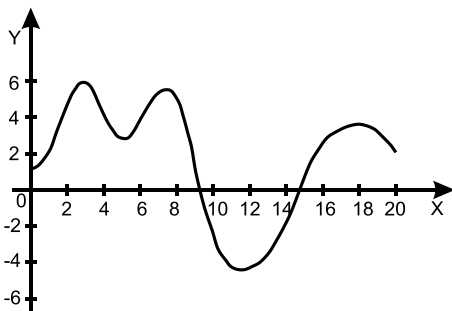
411. Дар расми 6 графики функсияе тасвир ёфтааст. Аз рӯйи он: а) абсиссаи ду нуқтаero нишон диҳед, ки ординатаҳои баробар доранд; б) маълум кунед, ки барои кадом қиматҳои аргумент қимати функсия ба нул баробар аст? в) ёбед, ки барои кадом қиматҳои аргумент қимати функсия мусбат аст?

412. Графики функсияи $y = 4 - x^2$ -ро барои қиматҳои $-3 \leq x \leq 3$ соzed.

413. Графики функсияи $y = x(x - 5)$ -ро, ҳангоми $-3 \leq x \leq 3$ будан, соzed.



Расми 6.



Расми 7.

414. Хатти қачи дар расми 7 тасвирёфта графики ягон функцияро ифода мекунад. Аз ин истифода бурда ёбед: а) қимати y -ро ҳангоми $x = -4; +3; 9$ будан, б) қиматҳои x -ро, ки ба қиматҳои $y = -2; 0; 2$ мувофиқанд.

415. Функция бо формулаи $y = x^2 - 1$ дода шудааст. Оё нуқтаҳои $(0; -1), (2; 5)$ ба графики функция тааллуқ доранд? Координатаҳои ду нуқтаеро нависед, ки яке ба график тааллуқ дошта бошаду дигараш не.

416*. Ҳар гуна адади рационалии x -ро ҳамчун $x = y + a$ навиштан мумкин аст, ки дар ин ҷо a -адади ғайриманфии аз 1 хурд буда, y адади бутун аст. Маълум, ки ба ҳар як қимати x як қимати y мувофиқ меояд. Аз ин рӯ, y функцияи x аст. Соҳаи муайянии функция тамоми тири ададӣ аст. Ин функция «ҳиссаи бутуни x » ном дорад. Онро ин тавр ишорат менамоем: $y = [x]$. Масалан, $[2,5] = 2; [5,47] = 5; [0,3] = 0; [0,05] = 1; [0] = 0$. Графики функцияи «ҳиссаи бутуни x » дар (расми 24.) тасвир карда шудааст.

417*. Агар аз x «ҳиссаи бутуни x »-ро тарҳ кунем, функцияи дигареро ҳосил кардан мумкин аст, ки «ҳиссаи касрии x » номида шудааст. Онро бо $\{x\}$ ишорат менамоем: $y = x - [x] = \{x\}$. Масалан, $\{2,5\} = 0,5; \{5,47\} = 0,47; \{0,3\} = 0,3; \{-0,05\} = +0,95$.

Ҳамин тавр, $x = [x] + \{x\}$. Аз ин истифода бурда: а) графики функцияи $y = \{x\}$ -ро месозем (Расми 24 (б)). б) соҳаи муайяни ва маҷмуи қиматҳои ин функцияро нишон диҳед.

Машқҳо барои такрор

418. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(2,45 - 1\frac{17}{30}) \cdot 0,09 - 0,09 \cdot (2,34 - 0,59);$

б) $2,2 + 0,88 : (2\frac{5}{12} - 3,15).$

419. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{5x-3}{8} - \frac{3x-1}{10} = 2;$

б) $\frac{4x-9}{5} - \frac{3x+7}{8} = 2.$

420. Масоҳати Тоҷикистон ба $143,1$ ҳазор км^2 баробар аст. Агар он 11% -и масоҳати Осиёи Марказиро ташкил диҳад, масоҳати Осиёи Марказиро ёбед.

421. Оё ин нобаробариҳо дурустанд?

а) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 1 < 0;$

б) $-3\frac{2}{7} + 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{4}{5} - \frac{5}{6} > -2?$

6.2 Графики вобастагии мутаносиби роста

Боварӣ ҳосил кардем, ки вобастагии мутаносиби роста ҳолати хусусии вобастагии хаттӣ мебошад. Дар ин маврид барои қиматҳои ғайринулии k формулаи $y = k \cdot x$ ҷой дорад.

Мисоли 1. Графики функцияи $y = 4x$ -ро месозем.

Якчанд қиматҳои мусбату манфии тағйирёбандаи x -ро интихоб намуда, онҳоро дар сатри якуми ҷадвали зерин менависем. Пас аз ин ҳар як қимати x -ро ба формулаи $y = 4x$ гузошта, қимати ҳосилшудаи y -ро дар сатри дуюм дар поёни қимати x менависем. Хамин тавр, ҷадвали зеринро ҳосил мекунем:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12	-8	-4	0	4	8	12

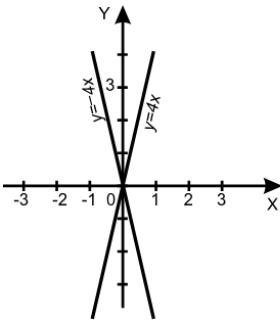
Дар ҳамвори координатӣ нуқтаҳоеро қайд мекунем, ки абсиссаҳо аз қиматҳои x -и сатри аввали ҷадвал ва ординатаҳо аз қиматҳои y аз сатри дуюм гирифта шудаанд. Хаткашакро ба болои ин нуқтаҳо гузошта боварӣ ҳосил мекунем, ки ҳамаи онҳо дар ҳамон як хатти рост ҷойгиранд. Ин хатти рост аз ибтидои координатаҳо мегузарад. Графики функцияи $y = 4x$ дар расми 8 тасвир карда шудааст. Тавре мебинем, вай пурра дар ҷоракҳои I ва III ҷойгир аст.

Мисоли 2. Графики функцияи $y = -4x$ -ро месозем.

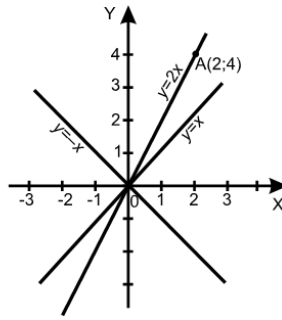
◀ Ҷадвали қиматҳои функцияро тартиб медиҳем:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	12	8	4	0	-4	-8	-12

Чун дар мисоли 1 амал карда, графики функцияи $y = -4x$ -ро тасвир менамоем (расми 8). Тавре мебинем, графики ин функция пурра дар ҷоракҳои II ва IV ҷойгир аст.



Расми 8.



Расми 9.

Хулоса. Графики функсияи $y = k \cdot x$ хатти росте мебошад, ки аз ибтидои координатаҳо мегузарад. ►

Дар расми 9 графики якчанд функсияи шакли $y = k \cdot x$ тасвир карда шудааст. Аз чумла, ҳангоми $k = -1$ будан, графики биссектрисаҳои чорякҳои II, IV, ҳангоми $k = 1$ будан, графики биссектрисаҳои чорякҳои I, III ҳосил мешаванд.

Дар мавриди $k = 0$ будан, формулаи $y = 0$ - графики тири абсиссаҳо (ОХ)-ро ифода менамояд.

То ҳоло мо графикҳоро бо тарзи тартиб додани чадвали қиматҳои функсия сохтем. Тарзи осонтари тасвир кардани хати ростро меорем.

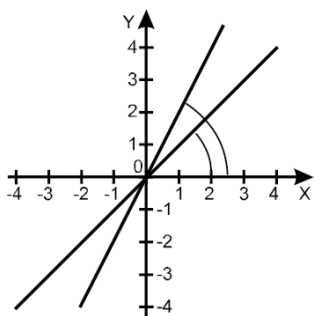
Мисоли 3. Графики функсияи $y = 2x$ -ро месозем.

◀ Медонем, ки графики ин функсия хатти росте аз ибтидои координатаҳо гузаранда аст. Барои сохтани хатти рост дар асоси аксиомаи якуми геометрия донишҷу ду нуқтаи дилхоҳи он кифоя аст. Яке аз ин нуқтаҳо ибтидои системаи координатаҳо – $O(0;0)$ мебошад. Барои ёфтани нуқтаи дуюм ба тағйирёбандаи x қимати дилхоҳ дода, қимати ба он мувофиқи функсияи $y = 2x$ -ро меёбем. Масалан, агар $x = 2$ бошад, $y = 2 \cdot 2 = 4$ мешавад.

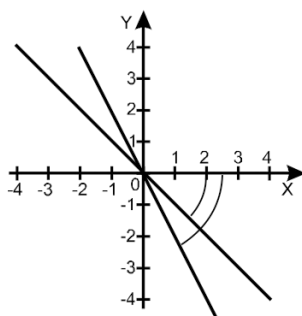
Ҳамин тавр, маълум шуд, ки нуқтаи $A(2;4)$ дар хатти росте мазкур ҷойгир аст. Дар ҳамвории координатӣ нуқтаи $A(2;4)$ -ро қайд карда, бо хаткашак аз болои он ва аз нуқтаи $O(0;0)$ хат мегузаронем. Дар натиҷа графики функсияи $y = 2x$ -ро ҳосил мекунем (расми 9). ►

Ҳангоми $x=1$ будан, аз баробарии $y = kx$ баробарии $y = k$ -ро соҳиб мешавем. Яъне графики функсияи $y = kx$ аз нуқтаи $B(1;k)$ мегузарад. Фаҳмош, ки агар $k > 0$ бошад, нуқтаи $B(1;k)$ дар чоряки I ҷойгир аст. Дар ин маврид графики мазкур дар чорякҳои I ва III ҷой мегирад. Ибтидои координатаҳо ин хатти ростро ба ду нимхати рост ҷудо мекунад. Ҳамон қисми хатти рост, ки дар чоряки I ҷойгир аст, бо тири ОХ ягон кунҷро ташкил медиҳад. Тағйирёбии ин кунҷ аз тағйир ёфтани k вобаста аст: ҳар қадаре, ки қимати k калон бошад, бузургии кунҷ ҳамон қадар калон мешавад (расми 10).

Агар $k < 0$ бошад, нуқтаи $B(1;k)$ дар чоряки IV ҷой мегирад. Аз ин рӯ, графики функсияи $y = kx$ пурра дар чорякҳои II ва IV ҷойгир мебошад. Кунҷи байни хатти росте $y = kx$ ва тири ОХ низ аз ҳамин k вобаста аст: ҳар қадаре, ки қимати мутлақи k калон бошад, кунҷи тез ҳамон қадар калон аст (расми 11).



Расми 10.



Расми 11.

422. Тағйирёбандаҳои x ва y мутаносиби ростаанд. Аз ин истифода бурда чадвалро пур кунед:

а)

x	-3	-2	1,5	3	5
y		2			

б)

x	3	-6	9	15	21
y			18		

423. Вобастагӣ бо формулаи $y = -\frac{1}{4}x$ дода шудааст.

а) агар $x = -8; 4; 16$ бошад, қимати мувофиқи y -ро ёбед.

б) агар $y = -4; -1; 8$ бошад, қимати x -ро ёбед.

424. Чисм бо суръати доимии 5 км/соат ҳаракат дорад: а) формулаи вобастагии роҳи тайшударо (S) аз вақти сарфшуда (t) нависед; б) чадвали қиматҳои S – ро барои қиматҳои $t = 1, 2, 3, 4$ тартиб диҳед; в) дар асоси ин қиматҳо графикаи вобастагии роҳи тайшударо аз вақт созед.

425. Графикаи функсияи $y = 5x$ -ро созед. Муайян кунед: а) ба қиматҳои $x = -4; -\frac{1}{5}$ кадом қиматҳои y мувофиқанд?;

б) ба қиматҳои $y = -5; 5$ кадом қиматҳои x мувофиқанд?

426. Графикаи функсияи $y = -\frac{x}{2}$ -ро созед. Дар асоси он муайян кунед: а) барои кадом қиматҳои x функсия қиматҳои мусбат (манфӣ) қабул мекунад; б) барои кадом қимати x қимати функсия ба 0 баробар аст. Оё чунин қимати x вучуд дорад, ки барояш $y = -60$ бошад?

427. Кадоме аз нуқтаҳои $A(-1;5), B(-10;8), C(-4;4), D(0,5;0,4)$ дар графикаи функсияи $y = -x$ ҷойгир аст?

428. Дар графикаи функсияи $y = 1\frac{1}{3}x$ нуқтаеро ёбед, ки: а) абсиссааш ба 6; б) ординатааш ба 6 баробар бошад.

429. Массай пахтаи 1 дона ғӯза 3,8 г аст. Массай x дона ғӯзаро (бо граммҳо) бо y ишора карда, вобастагии байни тағйирёбандаҳои x ва y -ро бо формула ифода намоед. Графикаи ин вобастагиро созед.

430. Графики мутаносибии роста дар кадом чорякхо чойгир аст, агар:

а) $y = 10x$; б) $y = 50x$; в) $y = -80x$; г) $y = 0,2x$ бошад.

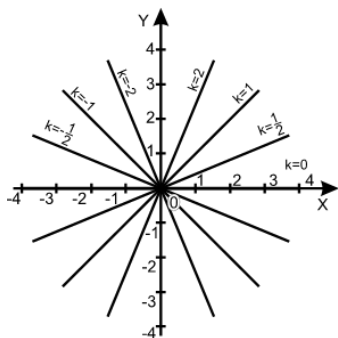
431. Дар расми 12 якчанд графики вобастагиҳои мутаносибии роста тасвир карда шудаанд. Барои ҳар як график формулаи мувофиқро нависед.

432. Суръати паҳншавии садо дар муҳити беҳаво 330 м/сония аст. Дар ҳамин гуна муҳит садо дар муддати t сония ба масофаи S км паҳн шуд. Вобастагии байни S ва t -ро бо формула ифода кунед.

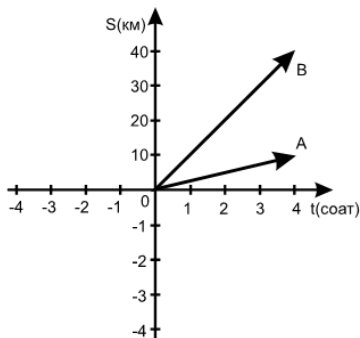
433. Дар расми 13 графикҳои ҳаракати автомобил (ОА) ва мототсикл (ОВ) тасвир карда шудаанд. Ба саволҳои зерин ҷавоб гардонед:

а) Автомобил чанд соат ҳаракат кард? Мототсикл- чӣ?

б) Автомобил кадом масофаро тай кард? Мототсикл-чӣ? в) Автомобил бо кадом суръат ҳаракат кард? Мототсикл- чӣ? г) Масофаи дар 3 соат тайкардаи мототсикл аз масофаи дар 3 соат тайкардаи автомобил чанд маротиба зиёд аст?



Расми 12.



Расми 13.

434. Графики функцияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир намоед: а) $y = +x$; б) $y = +\frac{4}{5}x$; в) $y = -x$; г) $y = -\frac{4}{5}x$.

Машқҳо барои такрор

435. Номаълумро аз таносуб ёбед:

а) $7:x = 9:225$; б) $x:84 = 3:36$; в) $12:18 = 4:x$; г) $x:4,9 = 12:13$.

436. Ҳисоб кунед:

а) $32,5 \cdot 5,8 + 32,5 \cdot 4,2$; б) $1,16 \cdot 4,8 - 1,16 \cdot 4,3$;

в) $3,45^2 + 6,55 \cdot 3,45$; г) $2,25^2 - 6,4 \cdot 2,25$.

437. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(\frac{9}{56} - (\frac{7}{15} - \frac{5}{12}) \cdot \frac{3}{14}) \cdot (-2\frac{4}{5})$; б) $(\frac{7}{12} - \frac{3}{16} - \frac{5}{24}) + (\frac{1}{4})^2$.

438. Муодиларо ҳал кунед:

а) $165,64 - (y - 12,5) = 160,54$; б) $278,74 - (6,5 - x) = 276,84$.

6.3. Графики функцияи хаттӣ.

Буриши хатти рост бо тирҳои координатӣ

Аз дарси гузашта медонем, ки функцияи хаттии $y = kx + b$, ҳангоми $k \neq 0$, вале $b = 0$ будан, ба функцияи хаттии $y = kx$ табдил меёбад. *Графики ин функция хатти рост аст.*

Мисоли 1. Графики функцияи хаттии $y = 4x + 3$ -ро месозем.

◀ Аз рӯи якчанд қимати интихобии x ва қиматҳои ба онҳо мувофиқи y аввал графики функцияи $y = 4x$ -ро месозем (расми 8). Баъд мебинем, ки ҳар як нуқтаи графики функцияи $y = 4x + 3$ аз нуқтаҳои мувофиқи графики функцияи $y = 4x$ чӣ андоза фарқ дорад. Чадвали қиматҳои функцияҳои $y = 4x$ ва $y = 4x + 3$ -ро сохта, катакҳои онро пур мекунем:

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	2
$y = 4x$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6
$y = 4x + 3$	-5	-3	-1	1	3	5	7	9

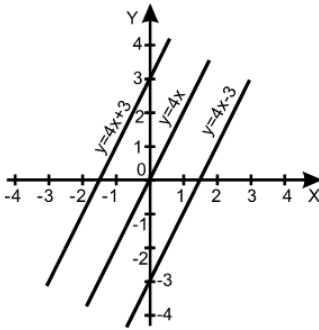
Аз чадвал аён аст, ки барои ҳар як қимати x қимати ординатаи мувофиқи графики функцияи $y = 4x + 3$ аз қимати мувофиқи ординатаи нуқтаи графики функцияи $y = 4x$ ба бузургии 3 воҳид зиёд аст. Аз ин рӯ, ҳар як нуқтаи графики функцияи $y = 4x + 3$ аз нуқтаи мувофиқи графики функцияи $y = 4x$ ба андозаи 3 воҳид болотар ҷойгир аст. Дар чунин маврид мегӯянд, ки графики функцияи $y = 4x + 3$ дар натиҷаи ба андозаи 3 воҳид ба боло кӯчонидани графики функцияи $y = 4x$ ҳосил мешавад.

Нуқтаҳои координатаҳояшон дар чадвал овардашударо дар ҳамвории координатӣ қайд намуда, боварӣ ҳосил менамоем, ки онҳо дар ҳамон як хатти рост ҷойгиранд. Ин хатти рост графики функцияи $y = 4x + 3$ мебошад. Графики функцияи $y = 4x + 3$ бо графики функцияи $y = 4x$ параллел аст (расми 14).▶

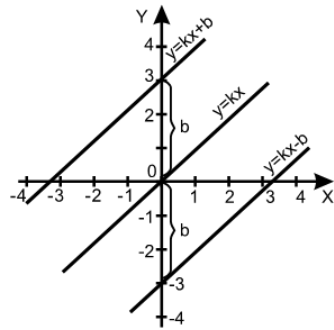
Мисоли 2. Графики функцияи $y = 4x - 3$ -ро месозем.

◀ Тавре дар мисоли 1 рафтор намудем амал карда, боварӣ ҳосил менамоем, ки графики функцияи $y = 4x - 3$ дар натиҷаи 3 воҳид ба поён кӯчонидани графики функцияи $y = 4x$ ҳосил мешавад (расми 14).▶

Дар расми 15 графикҳои се функция: $y = kx$; $y = kx - b$ ва $y = kx + b$ тасвир ёфтаанд. Адади k , ки дар п. 16 муайян намудем ва дар поён шарҳ дода мешавад, ҳамон як маънӣ дорад. Ҳангоми $b = 3$ ва $k = 4$ будан, ҳолати дар расми 14 тасвирёфтаре ҳосил мекунем.



Расми 14.



Расми 15.

Таъриф. Графики функцияи $y = kx + b$ хатти рост аст. Адади k коэффитсиенти кунҷии хатти рост ё моилли хатти рост (ба самти мусбати тирӣ ОХ), b аъзои озод ном доранд.

Минбаъд мо дар зери мафҳуми хатти рост графика ягон функцияи хаттиро дар назар хоҷем дошт.

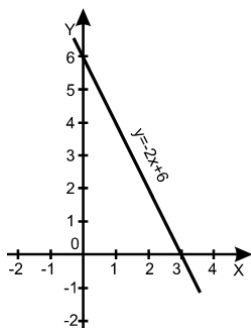
Дар амалия барои сохтани графика функцияи хатти дониستاني ду нуқтаи он кофист. Агар ин ду нуқта нуқтаҳои буриши хатти рост бо тирҳои координатӣ бошанд, ҳангоми ҳисоб заҳмати зиёде харҷ намешавад.

Барои ёфтани нуқтаи буриши хатти рости $y = kx + b$ бо тирӣ ординатаҳо (ОУ) дар формулаи он ба ҷойи x адади 0 гузошта, ҳосил мекунем: $y = k \cdot 0 + b = b$. Пас хатти рост тирӣ ОУ-ро дар нуқтаи А (0; b) мебурад. Барои ёфтани нуқтаи буриши хатти рости мазкур бо тирӣ абсиссаҳо ОХ дар формулаи он ба ҷойи y адади 0 гузошта, муодилаи хатти $kx + b = 0$ -ро ҳосил менамоем. Ҳалли ягонаи ин муодила $x = -\frac{b}{k}$ аст. Пас маълум мешавад, ки хатти рости $y = kx + b$ тирӣ ОХ-ро дар нуқтаи В ($-\frac{b}{k}$; 0) мебурад.

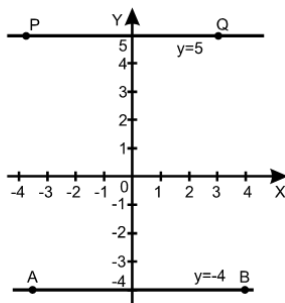
Мисоли 3. Графика функцияи $y = -2x + 6$ -ро месозем.

◀ Дар формулаи $y = -2x + 6$ қимати $x = 0$ -ро гузошта меёбем: $y = 6$. Пас нуқтаи буриши хатти рост бо тирӣ ОУ нуқтаи А (0; 6) будааст. Акнун дар формулаи $y = -2x + 6$ қимати $y = 0$ -ро гузошта меёбем: $-2x + 6 = 0$ ё аз ин ҷо $x = 3$. Инак, графика додашуда тирӣ ОХ-ро дар нуқтаи В (3; 0) мебуридааст. Акнун, аз болои нуқтаҳои А (0; 6) ва В (3; 0) бо хаткашак хатти рост мегузаронем. Ҳамин тавр, графика функцияи $y = -2x + 6$ -ро ҳосил менамоем (расми 16).





Расми 16.



Расми 17.

Мисоли 4. Графики функцияи: а) $y = -4$; б) $y = 5$ -ро месозем.

◀ а) Барои қиматҳои дилхоҳи x қимати функция y ба ҳамон адади ягонаи -4 баробар аст. Ду нуқтаи дорой ординатаҳои -4 , масалан, $A(-1; -4)$ ва $B(2; -4)$ -ро қайд мекунем. Хатти ростии аз ин ду нуқта гузаранда графикаи функцияи доимии $y = -4$ мебошад (расми 17);

б) Барои қиматҳои дилхоҳи x қимати функция ба 5 баробар аст. Ду нуқтаи ординатаҳои 5 -ро қайд мекунем. Масалан $P(-2; 5)$ ва $Q(3; 5)$. Хатти ростии PQ ки аз ин ду нуқта мегузарад, графикаи функцияи $y = 5$ аст (расми 17). ▶

439. Кадоме аз вобастагиҳо хаттианд:

- а) $y = -x + 5$; б) $y = x^2$; в) $y = \frac{2}{x}$;
 г) $y = \frac{x}{4} + 4$; д) $ax + by = c$;

440. Графики функцияҳои хаттиро дар як системаи координатӣ тасвир намуда, онҳоро бо ҳам муқоиса кунед:

- а) $y = 3x + 6$; б) $y = 3x - 6$; в) $y = -3x + 6$; г) $y = -3x - 6$.

441. Графики функцияи хаттиро созед:

- а) $y = 6x$; б) $y = 6x - 4$; в) $y = 6x + 4$.

442. Функция бо формулаи $y = 1,5x - 0,3$ дода шудааст. Ҷадвали қиматҳои онро тартиб дода, графикашро созед.

443. Оё графикаи функцияи $y = \frac{x}{5} - 5$ аз нуқтаҳои:

- $A(-1; 1)$, $B(0; 5)$, $C(-5; 5)$, $D(10; -3)$, $E(0; 1)$,
 $F(-20; -9)$, $K(5; -5)$ мегузарад?

444. Графики функцияи хаттиро созед:

- а) $y = 5x - 3$; б) $y = -5x + 3$; в) $y = 4,5$.

445. Координатаҳои нуқтаҳои нависед, ки онҳо дар хатти ростии: а) бо тири Ox параллел, вале аз он 3 воҳид болотар; б) бо

тири ОХ параллел, вале аз он 3 воҳид поёнтар; в) бо тири ОУ параллел, вале аз он 5 воҳид чаптар; г) бо тири ОУ параллел, вале аз он 5 воҳид дар тарафи рост ҷойгиранд.

446. Координатаҳои нуқтаҳоеро нависед, ки онҳо дар: а) хатти рости $y=x$; б) хатти рости $y = 2x$; в) тири ОХ; г) тири ОУ ҷойгиранд.

447. Графики функсияро тасвир кунед:

а) $y = \frac{1}{3}x + 6$; б) $y = \frac{1}{2}(x - 4)$; в) $y = \frac{3}{4}(x - \frac{1}{2})$; г) $y = -\frac{2}{5}(x - 5)$.

448. Фаҳмонед, ки графики зерин аз графики функсияи $y = 5x$ бо кадом тарз ҳосил карда мешавад:

а) $y = 5x - 2$; б) $y = 5(x + 2)$; в) $y = -5x$; г) $y = -5x + 2$.

449. Графики функсияи $y = 0,5x + b$ аз нуқтаи А (2;7) мегузарад. Қимати b -ро ёфта, графики функсияро созед.

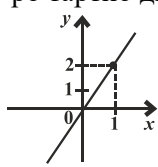
450. Графики функсияи $y = -kx + 6$ аз нуқтаи В (-2; 10) мегузарад. Қимати k -ро ёфта, графики функсияро созед.

451. Координатаҳои нуқтаҳои буриши хатти рости $5x - 4y = 20$ -ро бо тирҳои координатӣ муайян кунед.

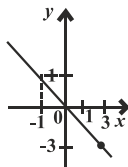
452. Координатаҳои нуқтаҳои буриши хатти рости $\frac{x}{2} + 2\frac{1}{2}y = 10$ -ро бо тирҳои координатӣ муайян кунед.

453. Аз рӯи графики функсияи хаттӣ (расми 9) ҳамон қиматҳои k -ро нишон диҳед, ки барояшон қиматҳои функсияи $y = 2x$: а) мусбат; б) манфианд.

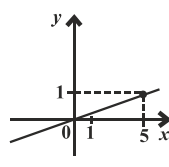
454*. Аз рӯи графикҳои овардашуда муодилаи хати рости $y = kx + b$ -ро тартиб диҳед:



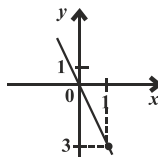
1)



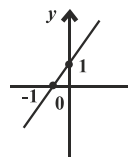
2)



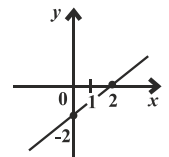
3)



4)



5)



6)

Машқҳо барои такрор

455. Ҳисоб кунед:

а) $71,4 : 131,7$;

б) $0,576 : 0,1486$;

в) $0,8 - 67 + 12,7 \cdot 43,8$;

г) $6,83 \cdot 22,3 - 0,475 : 0,5$.

456. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2(x - 3) + 4(1 - x) = 3$;

б) $6x - (2 - 4x) = 18$.

457. Агар хоҷагӣ ба ҷойи 375 тоннаи пешбинишуда 510 тонна пахта ҷамъоварӣ карда бошад, нақшаи солонро чанд фоиз барзиёд иҷро намудааст?

458. Доир ба ду ададҳои натуралӣ чӣ хулоса баровардан мумкин, агар: а) суммаи онҳо ҷуфт; б) ҳосили зарби онҳо ҷуфт; в) ҳам сумма ва ҳам ҳосили зарбашон ҷуфт; г) суммаи онҳо тоқ; ғ) ҳосили зарбашон тоқ; д) ҳам сумма ва ҳам ҳосили зарбашон тоқ бошад?

6.4. Вазъи байниҳам ҷойгиршавии хатҳои рост

Дар формулаи $y = kx + b$ тағйирёбандаҳои x ва y мувофиқан, абсисса ва ординатаи нуқтаи дилхоҳи он $M(x, y)$ -ро ифода менамоянд. Адади k бо тири OX чӣ гуна «мойил» ҷойгир шудани хатти ростро нишон медиҳад. Адади b маънои аз тири OY порчаи b воҳид ҷудо кардани ин хатти ростро дорад.

Таъриф. Ду хатти рости $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ айниятан баробар номида мешаванд, агар $k_1 = k_2$ ва $b_1 = b_2$ бошад.

Дар ҳолатҳои дигар, аз ҷумла дар мавриди $k_1 \neq k_2$, вале $b_1 = b_2$ будан ё дар мавриди $k_1 = k_2$, вале $b_1 \neq b_2$ будан, формулаҳои $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ хатҳои рости гуногунро ифода менамоянд.

Вазъи ҷойгиршавии хатҳои рости мазкур низ дар ҳамвории координатӣ аз қиматҳои k_1, k_2, b_1 ва b_2 вобаста мебошад.

Хатҳои рост дар ҳамворӣ метавонанд бо ҳам бурида шаванд, метавонанд бо ҳам параллел бошанд, метавонанд ҳатто хатти рости ягонро ташкил диҳанд. Ин ҳолатҳоро бо мисолҳо шарҳ медиҳем.

Нишон медиҳем, ки агар коэффитсиентҳои кунҷии хатҳои рост нобаробар бошанд, онҳо ҳамдигарро мебуранд.

Мисоли 1. Нишон медиҳем, ки хатҳои рости $y = 2\frac{3}{5}x - 2$ ва $y = \frac{1}{10}x + 3$ дар як нуқта ҳамдигарро мебуранд.

◀ Бо ҳам бурида шудани ду хатти рост чунин маъно дорад, ки онҳо дорои нуқтаи ягонаи умумӣ мебошанд. Яъне чунин қимати x мавҷуд аст, ки барояш қиматҳои ҳар ду функсияи хаттӣ ба як адади y баробар мешавад.

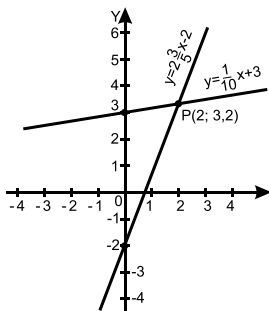
Барои ёфтани чунин қимати x қисмҳои рости формулаҳои $y = 2\frac{3}{5}x - 2$ ва $y = \frac{1}{10}x + 3$ -ро бо ҳам баробар карда, муодилаи хаттӣ $2\frac{3}{5}x - 2 = \frac{1}{10}x + 3$ -ро ҳосил мекунем. Аъзои монанди онро

ислоҳ намуда, муодилаи бо он баробарқувваи $\frac{25}{10}x = 5$ -ро соҳиб мешавем. Ҳалли ягонаи он $x = 2$ аст. Қимати $x = 2$ -ро ба яке аз формулаҳо, масалан якумаш гузошта, қимати $y = \frac{13}{5} \cdot 2 - 2 = \frac{26}{5} - 2 = 5,2 - 2 = 3,2$ -ро ҳосил мекунем. Ададҳои $k_1 = 2\frac{3}{5}$ коэффитсиенти кунҷии хатти ростии $y = 2\frac{3}{5}x - 2$ ва $k_2 = \frac{1}{10}$ коэффитсиенти кунҷии хатти ростии $y = \frac{1}{10}x + 3$ мебошанд. Азбаски, $k_1 \neq k_2$ аст, пас хатҳои рост дар нуқтаи $P(2; 3,2)$ ҳамдигарро мебуранд (расми 18). ►

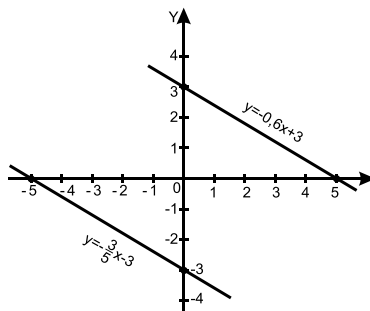
Нишон медиҳем, ки агар хатҳои рост коэффитсиенти кунҷии бо ҳам баробар дошта бошанд, онҳо ҳамдигарро намебуранд (параллел мебошанд).

Мисоли 2. Иббот мекунем, ки хатҳои ростии $y = -0,6x + 3$ ва $y = -0,6x - 3$ бо ҳам параллеланд.

◀ Аён аст, ки коэффитсиентҳои кунҷии ин ду хат бо ҳам баробаранд: $k_1 = k_2 = -0,6$. Азбаски қисмҳои чапи формулаҳо бо ҳамон як қимат баробаранд меёбем, ки барои кадом қимати x баробарии $-0,6x + 3 = -0,6x - 3$ дуруст аст.



Расми 18.

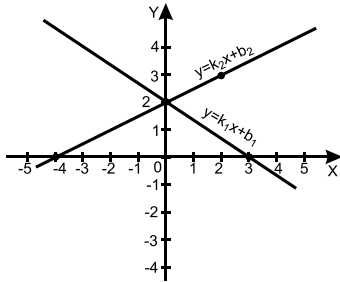


Расми 19.

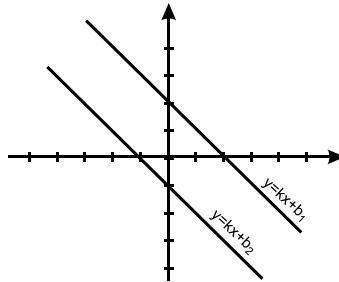
Дар баробарии охирин ҷамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда, баробарии $3 = -3$ -ро ҳосил мекунем. Азбаски баробарии ҳосилшуда нодуруст аст, хатҳои ростии додашуда нуқтаи ягонаи умумӣ надоранд, яъне бо ҳам бурида намешаванд, бо ибораи дигар параллеланд (расми 19). ►

Дар ҳолати умумӣ, бигзор $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ ду функсияи хаттӣ додашуда бошанд. Барои муайян намудани вазъи ҷойгиршавии онҳо баробарии $k_1x + b_1 = k_2x + b_2$ -ро тартиб медиҳем. Дар он номаълумҳоро ба як тарафи баробарӣ ва ададҳои

маълумро ба тарафи дигари он гузаронида, муодилаи хаттии якномаълумаро соҳиб мешавем: $k_1x - k_2x = b_2 - b_1$ ё ки $(k_1 - k_2) \cdot x = b_1 - b_2$ аст.



Расми 20 «а».



Расми 20 «б».

Агар $k_1 \neq k_2$ бошад, муодилаи мазкур ҳалли ягона дорад. Дар чунин маврид графикҳо ҳамдигарро мебуранд (расми 20 «а»), чунки нуқтаи абсиссааш $x = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$ ва ординатааш ба қимати функция дар ҳамин нуқта баробар дар графики ҳар ду функция ҷойгир аст.

Агар $k_1 = k_2$ ва $b_1 \neq b_2$ бошад, муодила реша надорад. Дар ин ҳолат графики функцияҳо бо ҳам параллеланд (расми 20 «б»).

Агар $k_1 = k_2$ ва $b_1 = b_2$ бошад, ҳарду хатти рост болои ҳам меафтад, яъне ба як хатти рост табдил меёбад.

459. Аз формула қиматҳои k ва b -ро муайян кунед:

- а) $y - 2x = 5$;
- б) $\frac{y}{3} = x - 2$;
- в) $\frac{x-1}{2} + \frac{y}{3} = 0$;
- г) $\frac{x-2}{3} - \frac{y-1}{2} = 1$.

460*. Аз панҷ қимати функцияи хаттӣ, ки дар ҷадвал оварда шудааст дутоаш хато аст. Онҳоро муайян намуда, ҷадвалро ислоҳ кунед:

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	3	1	2	3

461. Нишон диҳед, ки хатҳои рости $y = -5x + 6$ ва $y = 5x + 6$ нуқтаи ягонаи умумӣ доранд. Графики онҳоро созед.

462. Нишон диҳед, ки хатҳои рости $y = 5x + 6$ ва $y = 5x + 6$ бо ҳам параллеланд. Графики онҳоро созед.

463. Нуқтаҳои А (2; 3) ва В (a ; -3) дар як хатти рости бо тири ОУ параллел ҷойгиранд. Қимати a ба чанд баробар аст?

464. Функцияи $y = kx + 8$, ҳангоми $x = -3$ будан қимати $y = 17$ -ро қабул мекунад. Қимати k ба чанд баробар аст?

465. Функция $y = 8x + b$, ҳангоми $x = 4$ будан, қимати $y = 60$ -ро қабул мекунад. Қимати b ба чанд баробар аст?

466*. Функция $y = kx + b$, ҳангоми $x = 0$ будан ба 4 ва ҳангоми $x = 2$ будан ба 12 баробар аст. Қиматҳои k ва b ба чанд баробаранд?

467. Ду хатти рост бо ҳам параллеланд. Агар формулаи хатти якум $y = 16x - 5$ бошад, формулаи хатти рости дуюм чӣ гуна аст?

468. Ду хатти рост бо ҳам бурида мешавад. Агар яке аз онҳо бо формулаи $y = -0,8x + 8$ дода шуда бошад, коэффитсиенти кунҷии хатти рости дуюм оё ба $-0,8$ баробар мешавад?

469. Аз байни функцияҳои хаттӣ онҳоеро ҷудо кунед, ки графикҳояшон: а) бо ҳам параллеланд; б) бо ҳам бурида мешаванд; в) бо тири ОХ параллеланд; г) бо тири ОУ параллеланд; ғ) аз ибтидои координатаҳо мегузаранд; д) бо тири ОХ ё тири ОУ бурида мешаванд.

а) $y = 4$; б) $y = 6x - 3$; в) $x + 3y = 0$;
г) $x = 4$; ғ) $y = 6x$; д) $x + y = 1$.

470. Хатҳои ростро дар ҳамвории координатӣ тасвир кунед:

а) $y = ax + 2$, агар $a = -4; -3; 2$ бошад;
б) $y = -2x + b$, агар $b = -5; -1; 3$ бошад.

471. Барои кадом қимати a графики функцияи $y = kx + 5$ бо графики функцияи $y = kx + a$ параллел аст?

472*. Функцияи хаттӣ бо формулаи $y = kx + b$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои k ва b графики он:

а) бо тири ОХ параллел мешавад;
б) тири ОУ-ро мебурад?

473*. Барои кадом қимати a графики функцияи $y = 9(x - 1)$ бо графики функцияи:

а) $y = 2ax + 6$ параллел мебошад;
б) $y = x - 3a$ бурида мешавад?

474. Графикро дар системаи координатӣ тасвир кунед:

а) $y = \frac{2}{5}(2 - 5x)$; б) $y = -\frac{1}{5}\left(2 - \frac{5}{6}x\right)$.

475. Координатаҳои нуқтаи буриши графикҳоро ёбед:

а) $y = 10x - 8$ ва $y = -2x + 16$; б) $y = -4x + 5$ ва $y = -x - 1$;
в) $y = 14x$ ва $y = x + 26$; г) $y = -5x + 3$ ва $y = -x + 6$.

476. Оё графикҳои функцияҳо ҳамдигарро мебуранд:

а) $y = -x + 7$ ва $y = 2x - 7$; б) $y = -0,6x + 2$ ва $y = 2,4$?

477. Графикҳоро насохта вазъи байнихамдигарии ҷойгиршавии графикҳои функцияҳои хаттиро муайян кунед:

а) $y = 3x$ ва $y = 3x + 1$; б) $y = 4x - 6$ ва $y = 4x + 6$;
в) $y = x + 3$ ва $y = 2x - 1$; г) $y = 12x - 4$ ва $y = -x + 1$;

г) $y = 0,5x + 6$ ва $y = \frac{1}{2}x + 6$; д) $y = 4x + 2$ ва $y = \frac{6}{1,5}x - 2$.

е) $y = 6x + \frac{1}{3}$ ва $y = 5 + 6x$; ё) $y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{5}$ ва $y = \frac{5}{6}x + \frac{1}{8}$.

478. Ба ҷойи * чунин ададҳоеро нависед, ки дар натиҷа графикҳои функсияҳои хаттӣ бо ҳам параллел шаванд:

а) $y = 6x + 8$ ва $y = *x - 2$; б) $y = *x + 5$ ва $y = 12 - 7x$;

в) $y = *x - 3$ ва $y = 4 + 6x$; г) $y = 0,4x + 1$ ва $y = *x - 2$.

479. Ба ҷойи * чунин ададҳоеро нависед, ки дар натиҷа графикҳои функсияҳои хаттӣ бо ҳам бурида шаванд:

а) $y = 6x + 1$ ва $y = *x - 3$; б) $y = 7x + 8$ ва $y = *x - 4$;

в) $y = *x + 5$ ва $y = 9x - 1$; г) $y = 2x + *$ ва $y = 2x - *$;

г) $y = *x - 1$ ва $y = *x + 3$; д) $y = 6x - 3$ ва $y = *x - 7$;

е) $y = *x + 15$ ва $y = *x - 15$; ё) $y = 6 - 2x$ ва $y = *x + 6$.

480. Ба ҷойи * чунин ададҳоеро нависед, ки дар натиҷа графикҳои функсияҳои хаттӣ болоиҳам афтанд:

а) $y = *x + 3$ ва $y = x + 3$; б) $y = *x - 1$ ва $y = -*x - 1$;

в) $y = 6x - 3$ ва $y = *x - 3$; г) $y = 7x - 9$ ва $y = *x - 9$.

Машқҳо барои такрор

481. Аз таносуб номаълумро ёбед:

а) $855 : 72 = 285 : x$; б) $0,33 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}$; в) $2\frac{2}{9} : 4x = 3\frac{1}{3} : 1,2$.

482. Савора роҳи байни ду деҳаро бо суръати 10 км/соат тай намуда, ҳамон лаҳза пас гашт. Дар бозгашт \bar{y} бо суръати 15 км/соат ҳаракат намуда, барои рафту омад 9 соат вақт сарф кард. Дарозии роҳи байни ин деҳаҳо чанд км аст?

483. Аз се як ҳиссаи роҳро автобус бо суръати 32 км/соат ва қисми боқимондаи роҳро бо суръати 48 км/соат тай намуд. Агар вай дар роҳ ҳамагӣ 4 соату 40 дақ. вақт сарф карда бошад, кадом масофаро тай кардааст?

484. Ба пункти пахтақабулкунӣ дар ду рӯз 48 т пахта оварданд. Пахтаи рӯзи дуюм оварда 60 %-и пахтаи дар рӯзи якум овардаро ташкил дод. Рӯзи якум чанд тонна пахта оварданд?

6.5. Дода шудани функсия бо якчанд формула

То ҳамин дарс мо бо мисолҳои дучор омадем, ки дар онҳо функсия бо воситаи як формула дода мешуд. Ҳолатҳои низ дучор меоянд, ки дар онҳо функсия бо ёрии якчанд формула муайян карда мешавад.

Аз синфи 6 маълум аст, ки қимати мутлақи адади манфӣ ба адади муқобилаш ва қимати мутлақи адади ғайриманфӣ ба худаш баробар аст. Масалан:

$$|-3| = 3; |7| = 7; |-0,7| = 0,7; \left| -2\frac{4}{5} \right| = 2\frac{4}{5}; |0| = 0.$$

Умуман, барои қимати мутлақи адади дилхоҳи a тасдиқоти зерин ҷой дорад:

- 1) Агар a – адади мусбат бошад, $|a| = a$,
- 2) Агар a – адади манфӣ бошад, $|a| = -a$,
- 3) Агар a баробари 0 бошад, $|a| = 0$ аст.

Ин се ҳолатро ба таври мухтасар дар шакли як баробарӣ навиштан мумкин аст:

$$|a| = \begin{cases} a \text{ аст, агар } a \geq 0 \\ -a \text{ аст, агар } a < 0 \text{ бошад.} \end{cases}$$

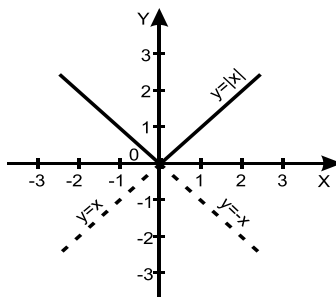
Ҳангоми сохтани графики функцияҳое, ки тағйирёбандашон дар қимати мутлақ омадааст, аз ҳамин таъриф истифода мебарем.

Мисоли 1. Графики функцияи $y = |x|$ -ро месозем.

Албатта, графики ин функцияро бевосита бо роҳи тартиб додани ҷадвали қиматҳои функция сохтан мумкин аст. Вале мо онро аз рӯи таърифи қимати мутлақи адади a месозем.

◀ 1. Барои ҳамаи қиматҳои мусбати x баробарии $|x| = x$ дуруст аст. Аз ин рӯ, ҳангоми $x \geq 0$ будан, графики функцияи $y = |x|$ бо графики функцияи $y = x$ болоиҳам меафтад (расми 21 (a)).

2. Барои қиматҳои манфии x бошад $|x| = -x$ аст. Бинобар ҳамин, ҳангоми $x < 0$ будан, графики функция бо графики функцияи $y = -x$ болоиҳам меафтад. Азбаски қимати мутлақи адад ҳамеша ғайриманфӣ аст, қисмҳои аз тири ОХ поёни графикҳоро партофта бо пунктир ишора шудаанд) графики функцияи $y = |x|$ -ро ҳосил мекунем (расми 21(a)). ▶



Расми 21 (a).

Мисоли 2. Графики функцияи $y = |x| + 1$ - ро месозем.

◀ Мақсад мегузорем, ки графики функцияи додашударо аз графики функцияи $y = x$ ҳосил намоем. Барои ба ин боварӣ ҳосил кардан чадвали қиматҳои функцияҳои: а) $y = |x|$; б) $y = |x| + 1$ - ро тартиб медиҳем.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$y = x $	3	2	1	0	1	2
$y = x + 1$	4	3	2	1	2	3

Масъала. Мутобиқи графики тасдиқшуда автобус бояд аз шаҳри Душанбе ба самти Хоруғ 3 соат ҳаракат карда, ба ҷойи таъиншуда мерасид. Вай дар 1 соату 30 дақиқа қисми аввали роҳро бо суръати 60 км/соат тай намуда, 30 дақиқа таваққуф кард. Пас аз ин боз роҳашро давом дода, қисми боқимондаи роҳро бо сурати 50 км/соат тай кард.

Графики хатсайри ҳаракати автобусро тасвир мекунем.

◀ Роҳи тайкардаи автобус S (км) ҳамчун функция аз t (соат) вобаста аст. Нишон медиҳем, ки ин функцияро бо воситаи се формула муайян кардан мумкин аст.

1) Ҳангоми аз 0 то 1,5 соат тағйир ёфтани вақт, роҳи байни автобус ва пойтахти ҷумҳуриамон ба $60 \cdot t$ км баробар аст:

$$S = 60t, \text{ агар } 0 \leq t \leq 1,5 \text{ бошад.}$$

2) Дар давраи таваққуфи автобус аз 1,5 то 2 соат масофаи байни автобус аз пойтахт тағйир наёфта, ба 90 км баробар мемонад:

$$S = 90, \text{ агар } 1,5 \leq t \leq 2 \text{ бошад.}$$

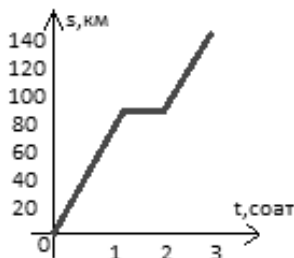
3) Ҳангоми тағйир ёфтани t аз 2 то 3 соат масофаи байни автобус ва пойтахти ҷумҳури ба $90 + 50 \cdot (t - 2)$ км баробар мешавад, яъне:

$$S = 50t - 10, \text{ агар } 2 \leq t \leq 3 \text{ бошад.}$$

Ҳар се ҳолатро дар шакли як формула навиштан мумкин:

$$S(t) = \begin{cases} 60t, & \text{агар } 0 \leq t \leq 1,5 \\ 90t, & \text{агар } 1,5 \leq t \leq 2 \\ 50t - 10, & \text{агар } 2 \leq t \leq 3 \end{cases} \text{ бошад.}$$

Дар расми 21(б) графики функцияи $S(t)$ тасвир карда шудааст. ▶



Расми 21 (б).

1. Дар асоси таърифи қимати мутлақ, агар $x \geq 0$ бошад, $|x| = x$ аст. Бинобар ин ҳангоми $x \geq 0$ будан, графики функсияи $y = |x| + 1$ дар натиҷаи ба 1 воҳид ба боло кӯчонидани графики функсияи $y = |x|$ ҳосил мешавад.

2. Агар $x < 0$ бошад, $|x| = -x$ аст. Аз ин рӯ, $y = -x + 1$ мешавад. Аз ин ҷост ки графики функсияи $y = -x + 1$ дар натиҷаи ба 1 воҳид ба боло кӯчонидани графики функсияи $y = -x$ ҳосил мешавад (расми 22).

3. Агар $x = 0$ бошад, $y = 1$ мешавад. ►

Айнан ҳамин тавр графики функсияи $y = |x| - 1$ сохта мешавад. Онро мустақилона иҷро намоед (расми 22).

Мисоли 3. Графики функсияи: а) $y = |x - 1|$; б) $y = |x + 1|$ -ро месозем.

◀ Ба x қиматҳои интихобӣ дода, қиматҳои мувофиқи функсияҳои: а) $y = |x - 1|$; ва б) $y = |x + 1|$ -ро ёфта, ҷадвали зеринро месозем:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x $	3	2	1	0	1	2	3
$y = x - 1 $	4	3	2	1	0	1	2
$y = x + 1 $	2	1	0	1	2	3	4

а) Дар асоси таърифи қимати мутлақ менависем:

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{аст, агар } x - 1 \geq 0, \\ -(x - 1) & \text{аст, агар } x - 1 < 0 \end{cases}$$

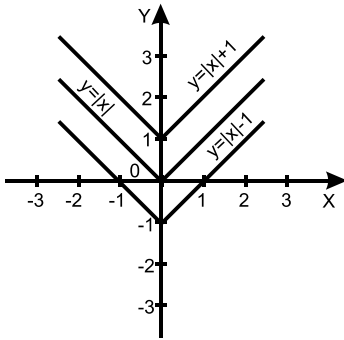
$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{аст, агар } x > 1 \\ -(x - 1) & \text{аст, агар } x < 1 \end{cases} \text{ бошад.}$$

Дар мавриди $x = 1$ будан, $|x - 1| = 0$ аст. Ҳамин тавр, барои қиматҳои $x \geq -1$ графики функсияи $y = |x - 1|$ ба графики функсияи $y = x - 1$ табдил меёбад.

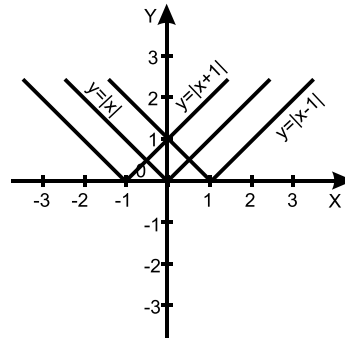
$$\text{б) } |x + 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{аст, агар } x + 1 \geq 0, \\ -(x + 1) & \text{аст, агар } x + 1 < 0 \end{cases}$$

$$|x + 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{аст, агар } x \geq -1, \\ -x + 1 & \text{аст, агар } x < -1 \end{cases} \text{ бошад.}$$

Барои қиматҳои $x \geq -1$ графики функсияи $y = |x + 1|$ ба графики функсияи $y = x + 1$ ва барои қиматҳои $x < -1$ ба графики функсияи $y = -x - 1$ табдил меёбад (расми 23). ►



Расми 22.



Расми 23.

485. Қимати мутлақи ададҳоро ёбед:

$$-3; -3,45; 6,67; -2\frac{2}{7}; 12\frac{3}{8}; -0,35; -0,005.$$

486. Графики функцияро созед:

а) $y = |x| - 2$; б) $y = |x| + 2$; в) $y = -|x| - 2$; г) $y = |x| - 2$.

487. Графики функцияро созед:

а) $y = |x - 2|$; б) $y = -|x - 2|$; в) $y = |x - 1|$; г) $y = -|x - 1|$.

488*. Графики функцияро созед:

а) $y = 3|x|$; б) $y = -3|x|$; в) $y = \frac{1}{3}|x|$; г) $y = -\frac{1}{3}|x|$.

489. Графики функцияро созед:

а) $y = 2|x - 1|$; б) $y = 2|x + 1|$; в) $y = -2|x - 1|$; г) $y = -2|x + 1|$.

490. Аз графики функцияи $y = |x|$ истифода бурда, графики функцияро созед:

а) $y = |x| + 3$; б) $y = |x + 3|$; в) $y = \frac{1}{3}|x - 1|$; г) $y = \frac{1}{2}|x + 1|$.

491. Аз графики функцияи $y = |x|$ истифода бурда, графики функцияро созед:

а) $y = |x| + 4$; б) $y = |x - 4|$; в) $y = 4|x|$; г) $y = |x| - 4$.

492*. Графики функцияро созед:

а) $y = 2|x - 1| - 1$; б) $y = -2|x - 1| + 1$; в) $y = 2|x - 2| - 2$.

493*. Аз графики функцияи $y = x$ истифода бурда, графики функцияро созед:

а) $y = |x| + x$; б) $y = |x| - x$; в) $y = x \cdot |x|$; г) $y = \frac{|x|}{x}$.

Машқҳо барои такрор

494. Ҳисоб кунед:

а) $10,08 + 0,132 : (1\frac{5}{18} - 1,4)$; б) $(1\frac{9}{28} - 1,35) \cdot 0,7 + 4,02$.

495. Дарозии роҳ аз шаҳраки Деваштич то стансияи Ховос 54 км аст. Агар вай ба 84,375 %-и масофаи байни с. Ховосу ш. Хучанд

баробар бошад, дарозии роҳ аз шаҳраки Деваштич то шаҳри Хучанд чанд км аст?

496. Аз таносуб номаълумро ёбед:

а) $12 : a = 15 : 3$;

б) $18 : 4,8 = 40 : b$;

в) $3,5 : y = 2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{4}$;

г) $\frac{7}{9} : 3,1 = x : 9,3$.

497. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(x - 1) - 2(x + 4) = 0$;

б) $-0,4x - 3(x - 4) = 2\frac{1}{2}$.

498. Ман ададеро фикр карда, ба он адади -18 -ро ҳамроҳ намудам. Дар натиҷа адади 8 ҳосил шуд. Ман кадом ададро фикр кардам?

499. Нишон диҳед, ки адади шашрақамаи рақамҳояш баробар ба 3 каратӣ аст.

500. Исбот кунед, ки квадрати ягон адад бо 2, 3, 7 ё 8 тамом намешавад.

501. Оё нуқтаҳои А (1; 2), В (-1; 0), С (0; 0), D (-5; 3), E(-10;-7), F(0;1) ба графики функсияи $y = \frac{4}{5}x + 1$ мансубанд?

А (1; 2), В (-1; 0), С (0; 0), D (-5; 3), E (-10; -7), F (0; 1)?

502. Нуқтаҳои буриши хатти ростро бо тирҳои координатӣ ёбед:

а) $2y + 3 = 6$;

б) $3x - 7y = 42$.

СУПОРИШҶОИ ИЛОВАҒӢ БА БОБИ II

Ба параграфи 5

503. Формулаи периметри росткунҷаро нависед, агар дарозии як тарафаш аз тарафи дигараш 8 см зиёд бошад.

504. Формулаи периметри росткунҷаро нависед, агар як тарафаш аз тарафи дигараш 8 маротиба дарозтар бошад.

505. Массайи ғўлаи арзизии ҳаҷмаш 35 см^3 ба $94,5 \text{ г}$ баробар аст. Ҳаҷми ғўлаи арзизии массааш 756 г -ро ёбед.

506. Агар дарозии росткунҷа 5 маротиба ва бараш 2 маротиба зиёд шавад, масоҳати он чӣ тавр тағйир меёбад?

507. Аз 20 т лаблабу 3 т шакар ҳосил карданд. Барои ҳосил намудани 120 т шакар чӣ қадар лаблабу лозим аст?

508. Ҷисм бо суръати доимии $8,5 \text{ км/дақ}$. ҳаракат дорад. Формулае тартиб диҳед, ки он роҳи тайкардаи ҷисму вақти барои тай кардани ин роҳ сарфшударо алоқаманд созад.

509. Оё аз ададҳои 91; 133; 143 ва 209 таносуб тартиб додан мумкин аст? Ҷамаи ҳолатҳои имконпазиро биёред.

510. Аз таносуб x -ро ёбед:

а) $3x : 4\frac{1}{6} = 22,5 : 13\frac{8}{9}$; б) $1\frac{1}{7} : 1,5 = \frac{6}{7} : 2x$.

511. Барои ранг молидани фарши масоҳаташ 36 м^2 12 кг ранг лозим аст. Барои ранг молидани фарши дарозиаш 24 м ва бараш 12 м аз ҳамин ранг чӣ миқдор лозим аст?

512. Барои пухтани 60 кг нон 43,5 кг орд сарф шуд. Барои пухтани 200 кг нон чӣ қадар орд лозим аст?

513. Тағйирёбандаҳои y ва x бо ҳам мутаносиби ростаро ташкил медиҳанд. Аз ин истифода бурда, ҷадвалро пур кунед:

x	-5	-3,5	-2	1	1,5	3	4
y							

514. Тағйирёбандаҳои x ва y мутаносиби ростаанд. Коэффитсиенти ин мутаносибӣ $k = 0,8$ аст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-5	-2	-1	0	2	3
y						

515. Дарозии росткунча аз бараш: а) 9 воҳид; б) 9 маротиба хурд аст. Вобастагии байни масоҳати росткунча ва барашро бо формула ифода кунед.

516. Автомобил бо суръати 60 км/соат ҳаракат дорад. Формулаи вобастагии байни масофаи тайшуда ва вақти сарфшударо ёбед. Барои ду қимати гуногуни вақт (t) қиматҳои мувофиқи масофаро (S) ёбед.

517. Функция бо формулаи $y = \frac{5}{x-3}$ дода шудааст. Соҳаи муайяни ва соҳаи қиматҳои онро нишон диҳед.

518. Ҳавз 20 л об дорад. Ҳар дақиқа ба он 30 л об дохил шуда, бо воситаи баромадгоҳи иловагӣ 18 л об хориҷ мешавад. Вобастагии байни миқдори литрҳои оби дар ҳавз буда Q -ро аз вақт t бо формула ифода кунед.

519. Муодиларо ҳал кунед:

а) $15(x + 2) = 6(2x + 7)$; б) $5(x + 2) = 8(10 - x)$;

в) $8(9 + 2x) = 5(2 - 3x)$; г) $(13x - 15) - (9 + 6x) = -3x$.

520. Функцияи хаттӣ бо формулаи $y = \frac{4x}{9} - \frac{2}{3}$ дода шудааст:

а) ҳамон қимати тағйирёбандаи y -ро ёбед, ки ба қимати тағйирёбандаи $x = -9$; 0; 3 мувофиқ меояд; б) барои кадом қимати тағйирёбандаи x қимати тағйирёбандаи $y = -4$; 0; 8 мебошад?

521. Функция бо формулаи $y = -6x + 2$ дода шудааст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y						

522. Муҳаммад ҳамагӣ 11 сомонику 15 дирам дошт. Бо ин маблағ y якчанд дафтари 70 дирамаю як қалами 35 дирама харид. Арзиши харид аз шумораи дафтарҳо вобаста аст. Оё ин вобастагӣ хаттӣ мебошад?

Ба параграфи 6

523. Ҳангоми озод афтидани ҷисм баландии афтиши он аз рӯйи формулаи $h = g \frac{t^2}{2}$, ки дар он $g = 9,81$ м/сония² буда, t вақт (бо сонияҳо) ҳисоб меёбад, ёфта мешавад. Графики тағйирёбии h -ро вобаста аз t созед.

524. Графики функсияи $y = x \cdot (x - 3)$ -ро барои қиматҳои x дар фосилаи байни ададҳои -1 ва 6 созед.

525. Графики функсияро созед:

а) $y = 8x$; б) $y = -8x$; в) $y = \frac{1}{8}x$; г) $y = -\frac{1}{8}x$.

526. Тағйирёбандаҳои x ва y мутаносиби ростаанд. Ҷадвалро пур кунед:

x	6	-3	4	-1	2
y				3	

527. Мутаносибии роста бо формулаи $\frac{1}{40}x$ дода шудааст:

- а) агар $x = -40; 20; 40$ бошад, қимати мувофиқи y -ро ёбед;
 б) агар $y = -0,1; 0; 2$ бошад, қимати мувофиқи x -ро ёбед.

528. Ҷисм бо суръати доимии 12 км/соат ҳаракат дорад:

- а) формулаи вобастагии роҳи тайшуда S -ро аз вақти сарфшуда t нависед; б) ҷадвали қиматҳои S -ро, ҳангоми $t = 2; 4; 6$ будан, тартиб диҳед.

529. Графики функсияи $y = \frac{x}{12}$ -ро сохта, муайян кунед, ки барои кадом қимати x қимати функсия:

- а) мусбат аст; б) манфӣ аст.

530. Графики функсияро созед:

а) $y = 6x$; б) $y = \frac{2}{3}x$; в) $y = \frac{3}{2}x$; г) $y = -\frac{4}{5}x$.

531. Графики функсияҳоро дар як системаи координатавӣ тасвир намуда, онҳоро бо ҳам муқоиса кунед:

а) $y = \frac{3}{5}x$; б) $y = -\frac{3}{5}x$; в) $y = 0,8x$; г) $y = -0,8x$.

532. Муайян кунед, ки графики функсия дар кадом чоряк ҷойгир аст:

а) $y = -2x$; б) $y = \frac{2}{3}x$; в) $y = 0,65x$; г) $y = -0,5x$.

533. Функцияҳои $y = 7x$ ва $y = 7x + 3$ дода шудаанд. Графикҳои онҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед.

534. Нуқтаи буриши хатти рости $x - 3y = 9$ -ро бо тирҳои координатӣ муайян кунед.

535. Вобастагии мутаносибии роста ва вобастагии хаттӣ бо формулаҳои $y = 7x$ ва $y = 7x - 35$ дода шудаанд. Графикҳои онҳоро сохта, нуқтаҳои буришашонро бо тирҳои координатӣ муайян кунед.

536. Нуқтаҳои буриши хатҳоро ёбед:

а) $y = 0,5x$ ва $y = 3x + 2$; б) $y = -\frac{4}{5}x$ ва $y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}$.

537. Кадоме аз нуқтаҳо дар графикаи функцияи $y = \frac{5}{8}x - 1$ ҷойгир аст: А (4; 3), В (0; -1), С (-8; 4), D (8; 4), Е (0; -1)?

538. Нуқтаҳои буриши хатҳоро бо тирҳои координатӣ ёбед:

а) $5x - 7y = 35$; б) $7x + 4x = -28$.

539. Дар як системаи координатавӣ тасвир кунед:

а) $y = \frac{3}{4}x - 1$; б) $y = \frac{3}{4}x + 1$; в) $y = -\frac{3}{4}x$; г) $y = -\frac{3}{4}x + 1$.

540. Дар графикаи функцияи $3x - 5y = 5$ нуқтаеро ёбед, ки: а) абсиссааш ба 16; б) ординатааш ба 12 баробар бошад.

541. Графикҳоро тасвир намуда фаҳмонед, ки кадоме аз онҳоро аз дигараш бо тарзи кӯчонидан ҳосил кардан мумкин аст:

а) $y = -3x$; б) $y = -3x + \frac{1}{3}$; в) $y = -3x - \frac{1}{3}$; г) $y = -3(x - 2)$.

542. Графикаи функцияи хаттиро созед:

а) $y = x - 5$; б) $x + 2y = 2$; в) $-y = x - 2$; г) $6x - 2y = 8$.

543. Нуқтаи буриши ҷуфти графикҳоро ёбед:

а) $y = x - 3$ ва $y = 2x - 3$; б) $y = 2x - 5$ ва $y = 5x$.

544. Оё графикаи функцияҳо бо ҳам бурида мешаванд:

а) $y = 4x + 9$ ва $y = 6x - 5$; б) $y = 12x - 7$ ва $y = 6x - 4$?

545. Оё нуқтаҳои А (4; 1), В (-3; 5), С (1; 1), D (-2; -17), Е (0; -5) дар графикаи функцияи $y = 6x - 5$ ҷойгиранд?

546 (473*). Мисоле биёред, ки дар он функцияи хаттӣ тири ОУ-ро дар нуқтаи буриши хатти рости зерин бо тири ОУ бурад:

а) $y = 2x - 5$; б) $y = -3x + 9$.

547. Графикаи мутаносибии роста, ки бо графикаи функцияи хаттии: а) $y = -4x + 15$; б) $y = 6x - 12$ параллел аст, дар кадом чорякҳо ҷойгир аст?

548. Графикаи функция дар кадом чорякҳо ҷойгир аст.

а) $y = 11x$; б) $y = 5x - 6$; в) $y = -6x + 3$; г) $y = -4x + 0,4$?

549. Графикаи функцияро созед:

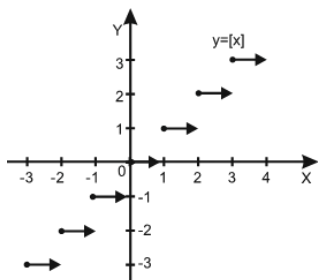
а) $y = 6x - 2$; б) $y = 5x + 3$; в) $y = 3(x - 3) + 4$.

550. Графикаи функцияҳои $y = 6x$ ва $y = 6x + 5$ -ро дар як системаи координатӣ сохта, фаҳмонед, ки яке аз онҳо аз дигараш бо кадом тарз ҳосил карда мешавад.

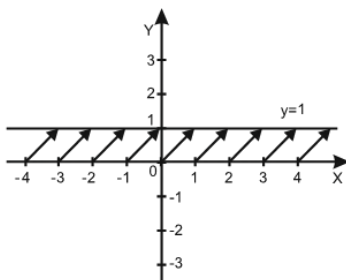
551*. Графики функция аз графики функцияи $y = |x - 1|$ бо кадом тарз ҳосил карда мешаванд (бо ибора фаҳмонед):

а) $y = 4|x - 1|$;

б) $y = |x - 1| - 4$?



Расми 24 (а).



Расми 24 (б).

ТЕСТИ 6

1. Дар асоси чадвали зерин графики функцияи хаттиро тасвир карда, узви озоди онро ёбед.

x	-2	-1	0	1
y	-3	-2,5	-2	-1,5

2. Графики вобастагии мутаносиби ростро созед:

а) $y = 4x$;

б) $y = -4x$.

3. Графики функцияи хаттиро сохта, буриши онро бо тирҳои координатӣ ёбед:

а) $y = 3x - 1$;

б) $y = -3x + 1$;

в) $y = 3x + 1$.

4. Вазъи ҷойгиршавии хатҳои ростро вобаста аз коэффитсиенти кунҷиашон муайян кунед:

а) $y = 3x - 4$ ва $y = 3x + 4$;

б) $y = -4x + 1$ ва $y = 4x + 1$.

5. Вазъи ҷойгиршавии хатҳои ростро вобаста аз узви озоди формулаҳояшон муайян кунед:

а) $y = 3x - 5$ ва $y = 2x - 5$;

б) $y = 5x$ ва $y = -5x$.

6. Графики функцияҳои одитарини бо қимати мутлақ додашударо созед:

а) $y = |x - 2| - 1$;

б) $y = |x - 2| + 1$.

7. Нуқтаи буриши графики функцияҳоро ёбед.

а) $y = 6x - 8$ ва $y = -3x + 10$;

б) $y = 20x - 70$ ва $y = 70x + 30$.

8. Нуқтаҳои буриши графикро бо тирҳои координатӣ ёбед.

а) $y = 6x - 12$;

б) $y = 4x + 8$.

9. Графики муодиларо дар ҳамвории XOY тасвир кунед: $2x - y + 5 = 0$.

10. Графики функцияро дар ҳамвории XOY тасвир кунед:

$y = 3x - 3$.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Ақидаи ифодаи як тағйирёбанда ба воситаи дигараш аз замонҳои хеле қадим маълум аст. Бобулиҳои қадим ҳанӯз 3- 4 ҳазор сол пеш аз мелод медонистанд, ки бо баробари тағйир ёфтани радиуси давра дарозии он низ тағйир меёбад. Адади π «пи» ҳамчун нисбати дарозии давра ба диаметри он, яъне ба бобулиҳо, юнониҳо ва мисриҳои қадим маълум буд. Аз маъхазҳои таърихӣ маълум шудааст, ки ин нисбат ба касри $\frac{22}{7}$ яъне, $\pi \approx 3,16$ ҳисоб меёфт. Минбаъд қиматҳои боз ҳам аниқтари π ҳисоб карда шуданд. Дар нимаи аввали асри XV олими машҳури соҳаи нучум ва математикаи тоҷик Ғиёсиддин Ҷамшеди Кошонӣ (лақабаш ал-Кошӣ) қимати адади π -ро то 16 рақами даҳии баъд аз вергул ҳосил намуд. Ин натиҷа дар тӯли зиёда аз 300 сол аниқтарин ба ҳисоб мерафт.

Вобастагии байни тағйирёбандаҳоро боз аз бисёр дастхатҳои қадима, аз қабилӣ қадвалҳои нахустини ёфтани квадрат ва кубҳо, аввалин формулаҳои ҳисобкунии масоҳати шаклҳо, ҳаҷми ҷисмҳо, ҳатто қадвалҳои махсуси тригонометрӣ дарёфт намудан мумкин аст.

Махсусан қадвалҳои мутафаккири бузурги Шарқ Абурайҳон Беруниро бояд хотирнишон сохт. Дар онҳо қоидаи ҳисоб намудани қиматҳои функсияи тригонометрии синус то саҳеҳии хеле зиёд нишон дода шудааст.

Баробари дар асри XVII ба илм роҳ ёфтани ғояи тағйирёбандаҳо истифодаи мафҳумҳои «вобастагии функционалӣ» ва «функсия» сар шуд. Рене Декарт (1596–1662) соли 1637 асари «Геометрия»-ро эҷод намуд, ки моҳиятан геометрияи нав ба шумор мерафт. Дар он мафҳумҳои геометрӣ бо забони алгебра эҷод шуда буданд.

БОБИ Ш. ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ НАТУРАЛӢ

§ 7. ДАРАҶА ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

7.1. Квадрат ва куби адад. Дараҷаи n -уми адад

Ҳосили зарби якчанд адади баробарро *дараҷа* меноманд. Адади такроршаванда *асоси дараҷа* ва шумораи зарбшавандаҳо *нишондиҳандаи дараҷа* номида шудаанд.

Квадрати адад. Ҳосили зарби ду адади бо ҳам баробар дараҷаи дууми адад ё квадрати адад ном дорад:

$$a^2 = a \cdot a.$$

◀ **Мисоли 1.** $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$; $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$;

$$(0,5)^2 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25; 0^2 = 0 \cdot 0 = 0. \blacktriangleright$$

Аз баробариҳои овардашуда аён аст, ки барои адади дилхоҳи a квадрати он ҳамеша ба адади ғайриманфӣ баробар аст. Барои адади мусбат ин фаҳмост. Квадрати адади манфӣ аз ҳосили зарби ду адади манфии баробар иборат аст, аз ин рӯ, ҳамеша адади мусбат аст.

Ҳамин тавр, квадрати ҳама ададҳое, ки аз нул фарқ доранд, адади ғайриманфӣ мебошанд: $a^2 \geq 0$.

Куби адад. Ҳосили зарби се адади бо ҳам баробар дараҷаи сеюми адад ё куби адад ном дорад:

$$a^3 = a \cdot a \cdot a.$$

◀ **Мисоли 2.** $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$; $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$;

$$(0,3)^3 = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027; 0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0. \blacktriangleright$$

Аз ин баробариҳо аён аст, ки дараҷаи сеюми адади мусбат боз адади мусбат буда, дараҷаи сеюми адади манфӣ адади манфӣ мебошад.

Ҳамин тавр, барои адади дилхоҳи $a > 0$ нобаробарии $a^3 > 0$ ва барои адади дилхоҳи $a < 0$ нобаробарии $a^3 < 0$ ҷой дорад.

Дар ҳамин асос дараҷаи натуралии адади дилхоҳи a муайян карда мешавад.

Таъриф. Ҳосили зарби n ($n > 1$) адади a дараҷаи n -уми адади a номида мешавад. Агар $n = 1$ бошад, $a^1 = a$ аст.

Адади a асос ва адади n нишондиҳандаи дараҷа номида мешаванд. Дараҷаи асосаш a ва нишондиҳандааш n ин тавр навишта мешавад: a^n .

Онро ҳамчун «дараҷаи n -уми адади a » ё «адади a дар нишондиҳандаи n » мехонанд. Аз таърифи овардашуда квадрат ва куби ададро ҳосил намудан мумкин аст: $a^1 = a$; $a^2 = a \cdot a$; $a^3 = a \cdot a \cdot a$; $a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$ ва ғ.

Дар ҳолати умумӣ чунин навишта метавонем:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n\text{-маротиба}}$$

Ҳисоб намудани қимати дараҷа амали бадараҷабардорӣ ном дорад.

◀ **Мисоли 3.** $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$; $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$;

$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$; $(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$. ▶

Тавре маълум гашт, ҳангоми ба дараҷа бардоштани адади манфӣ баъзан адади мусбат ҳосил мешаваду баъзан адади манфӣ. Масалан,

$(-2)^1 = -2$; $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$; $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ ва ғайра.

Адади манфӣ дар нишондиҳандаи ҷуфт ба адади мусбат баробар аст.

Ин аз он сабаб аст, ки шумораи ҷуфти ададҳои манфӣ бо ҳам зарб шуда, адади мусбатро ҳосил менамоянд:

$$(-a)^{2k} = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \cdot (-a)}_{2k\text{-маротиба}} > 0$$

Адади манфӣ дар нишондиҳандаи тоқ ба адади манфӣ баробар аст.

Дар ин маврид шумораи тоқи ададҳои манфӣ бо ҳам зарб шуда, адади манфиро ҳосил мекунанд:

$$(-a)^{2k-1} = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \dots (-a)}_{2k-1\text{-маротиба}} < 0$$

Масалан, $(-4)^3 = (-4)(-4)(-4) = -64$;

$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$.

Адади 1 дар нишондиҳандаи дилхоҳ ба 1 ва адади 0 дар нишондиҳандаи дилхоҳи натуралӣ боз ба 0 баробар аст:

$$1^n = 1 \cdot 1 \cdot 1 \dots \cdot 1 = 1; \quad 0^n = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0 = 0.$$

Хулоса. Дараҷаи нишондиҳандааш дилхоҳи адади мусбат ва дараҷаи ҷуфти адади манфӣ боз адади мусбат буда, дараҷаи нишондиҳандааш тоқи адади манфӣ адади манфист.

◀ **Мисоли 4.** Қимати ифодаи $3 \cdot 6^3 - 4 \cdot (-2)^4$ -ро ҳисоб мекунем.

1) $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$; 2) $3 \cdot 216 = 648$; 3) $(-2)^4 = 16$; 4) $4 \cdot 16 = 64$.

Пас, $3 \cdot 6^3 - 4 \cdot (-2)^4 = 648 - 64 = 584$. ►

552. Асос ва нишондиҳандаи дараҷаро нишон диҳед:

а) $2,5^3$; б) $(-2,3)^3$; в) 67^2 ; г) $(-80)^3$; ғ) $(-a)^7$; д) $(-b)^3$.

553. Ҷадвали квадратҳои ададҳои бутуни аз -5 то 10 -ро тартиб диҳед.

554. Ҷадвали куби ададҳоро аз -5 то 10 -ро тартиб диҳед.

555. Ҷадвалро пур кунед:

n	0	1	2	3	4	5
2^n						
3^n						

556. Ададҳоро дар шакли квадрати ягон адад нависед:

$64; 81; 0,81; 0,64; \frac{16}{25}; \frac{49}{225}; 1\frac{9}{16}$.

557. Дараҷаҳоро дар шакли квадрати ягон адад нависед:

$2^4; 2^6; 3^4; 3^6; 4^1; 4^3; 5^4; 0^4; \left(1\frac{1}{2}\right)^4$.

558. Ададҳоро дар шакли куби ягон адад нависед:

$27; 64; 125; -27; -216; -\frac{1}{64}; 1$.

559. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $(-9)(-9)(-9)$; б) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$; в) $\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)$.

560. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2$; б) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$;

в) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$; г) $(a + b)(a + b)(a + b)$.

561. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $a \cdot a^2$; б) $b^3 \cdot b$; в) $d^2 \cdot d^3 \cdot d$;

г) $c \cdot c^2 \cdot c^3$; ғ) $x \cdot x^2 \cdot x^2$; д) $y \cdot y^3 \cdot y^3$.

562. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷаи асосаш 2 нависед:

а) $4 \cdot 8 \cdot 16$; б) $8 \cdot 16 \cdot 32$; в) $16 \cdot 32 \cdot 64$; г) $64 \cdot 128$.

563. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(-0,9)^2$; б) $-(0,9)^2$; в) $(-0,8)^3$; г) $-(-0,8)^3$.

564. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $5 \cdot 2^3$; б) $3 \cdot 4^2$; в) $5 \cdot 3^4$

г) $(-3) \cdot 2^5$; ғ) $6 \cdot 5^3$; д) $(-6) \cdot (-6)^3$.

565. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $2^3 + 3^3$; б) $3^4 + 10^2$; в) $8^3 + 7^2$;

$$\text{г) } 10^2 - 2^6; \quad \text{ғ) } 2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4; \quad \text{д) } 2 \cdot 3^5 + 5 \cdot 3^2;$$

$$\text{е) } \left(1\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2; \quad \text{ё) } \frac{5}{4} \cdot 0,4^2 - (-1)^2.$$

566. Қимати ифодаро ёбед:

а) x^2 ; $-x^2$; $(-x)^2$, агар $x = -3$; 0; 3 бошад,

б) x^3 ; $-x^2$; $(-x)^2$, агар $x = -3$; 0; 3 бошад.

567. Қимати ифодаро, ҳангоми $x = -1$; 1; 2 будан, ҳисоб кунед:

а) $x^3 + x^2 + 1$; б) $x^3 - x^2 + 1$.

568. Ҳисоб кунед:

а) $2^4 + 3 - 3^2$; б) $3^4 + 6 \cdot 3^2$; в) $8^3 - 3^2 - 16$; г) $6^4 - 3^3 - 2^2$.

569. Ҳисоб кунед:

а) $64 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^3$; б) $(-9) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 3$; в) $\left(3\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{72}{529} \cdot 46$.

570. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $2^4 + \frac{2}{5} \left(1 - \frac{2}{5}\right)$; б) $3^2 - \frac{1}{5} \left(2\frac{1}{2} - 2\right)$.

571. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{(2^4 + 3^2 - 4) \cdot 3}{63}$; б) $\frac{(4^3 - 3^3) \cdot 3(4^3 + 3^3) \cdot 2^2}{37 \cdot 91}$.

572. Муодиларо ҳал кунед: а) $2x^2 = 0$; б) $-4x^3 = 0$.

Машқҳо барои такрор

573. Муодиларо ҳал кунед :

а) $3 \cdot (6 - 2 \cdot x) = 2x - 5$; б) $5(7 - x) = 3x - (x - 1)$.

574. Дар як халта 80 кг, дар халтаи дигар 60 кг шакар буд. Аз халтаи якум назар ба халтаи дуюм 3 маротиба камтар шакар гирифтанд. Дар натиҷа миқдори шакари дар халтаи якум боқимонда аз миқдори шакари дар халтаи дуюм боқимонда 2 маротиба зиёд шуд. Аз ҳар халта чӣ миқдорӣ шакар гирифта шудааст?

575. Рақами даҳиҳои адади дурақама аз рақами воҳидҳояш 3 баробар калон аст. Агар ҷойҳои рақамҳои адад иваз карда шаванд, адади ҳосилшуда аз адади додашуда 36 воҳид хурд мешавад. Ин ададро ёбед.

576*. Дар секунҷа ду кунҷ ҳамчун 4 : 5 нисбат доранд. Агар кунҷи сеюм ба суммаи онҳо баробар бошад, бузургии ҳар се кунҷ ёфта шавад.

577. Ҳисоб кунед:

а) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9} - 7\frac{1}{36} : 1\frac{2}{9}$; б) $\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}\right) \cdot 3\frac{3}{5} - 5\frac{5}{6}$.

7.2. Зарб ва тақсими дараҷаҳо

Ифодаҳои a^2 ва a^4 асосҳои баробар, вале нишондиҳандаҳои нобаробар доранд. Ҳосили зарби онҳоро дар шакли дараҷаи як асос навиштан мумкин аст:

$$a^2 \cdot a^4 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$$

Пас,

$$a^2 \cdot a^4 = a^6.$$

Ҳамин тавр ҳосили зарби a^2 ва a^4 ба дараҷаи асосаш ҳамон адади a ва нишондиҳандааш аз суммаи нишондиҳандаҳои дараҷаҳои a^2 ва a^4 иборат баробар шуд. Ҳосили зарби дараҷаҳои дилхоҳи асосҳояшон баробар ҳамин ҳосиятро соҳиб мешавад.

Қоидаи 1. Барои зарб задани дараҷаҳои асосҳояшон баробар асосро як маротиба навишта, нишондиҳандаҳои дараҷаҳоро ҷамъ намудан лозим аст:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Барои исботи баробарии охирин аз таърифи дараҷа ва ҳосиятҳои амали зарб истифода мебарем. Ифодаи $a^n \cdot a^m$ -ро аввал дар шакли зарбшавандаҳои баробар ва баъд дар шакли дараҷа менависем. Ба ин баробариҳо аҳамият диҳед:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n\text{-маротиба}}; \quad a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{m\text{-маротиба}};$$

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \dots a)}_{n\text{-маротиба}} \underbrace{(a \cdot a \cdot a \dots a)}_{m\text{-маротиба}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n+m\text{-маротиба}} = a^{n+m}.$$

Ҳамин тавр, $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ мешавад.

Баробарии ҳосилшударо ҳосияти асосии дараҷаҳо меноманд. Вайро барои се ва аз ин зиёд зарбшаванда низ навиштан мумкин аст. Масалан, ҳосияти номбурда барои зарбшавандаҳои a^n , a^m ва a^p ин тавр аст:

$$a^n \cdot a^m \cdot a^p = a^{n+m} \cdot a^p = a^{(n+m)+p} = a^{n+m+p}$$

◀ **Мисоли 1.** Аз рӯйи ҳосияти асосии дараҷаҳо

а) $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32;$

б) $0,3^3 \cdot 0,3^2 = (0,3)^{3+2} = (0,3)^5 = 0,00243;$

в) $(-3)^3 \cdot (-3)^4 = (-3)^{3+4} = (-3)^7 = -2187$ мешавад. ▶

Ифодаҳои a^3 ва a^2 асосҳои баробар, вале нишондиҳандаҳои нобаробар доранд. Ҳосили тақсими онҳоро дар шакли дараҷаи аз ҳамон асос навиштан мумкин аст. Дар ҳақиқат, азбаски $a^3 \cdot a^2 = a^5$

аст, пас дар асоси таърифи тақсим баробарии $a^5 : a^3 = a^2$, яъне $a^5 : a^3 = a^{5-3}$ - ро ҳосил мекунем.

Ҳамин тавр, ҳосили тақсими $a^5 : a^3$ ба ифодаи дараҷааш ҳамон асосу нишондиҳандааш ба фарқи нишондиҳандаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунанда баробар оварда шуд. Ҳосили тақсими дараҷаҳои дилхоҳи асосҳояшон баробар ҳамин ҳосиятро соҳибанд.

Барои адади дилхоҳи ғайринулии a ва ададҳои дилхоҳи натуралии $n > m$ баробарии

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

дуруст аст. Барои исботи ин далел нишон медиҳем, ки $a^{n-m} \cdot a^m = a^n$ аст.

Мувофиқи ҳосияти асосии дараҷаҳо

$$a^{n-m} \cdot a^m = a^{(n-m) + m} = a^{n-m+m} = a^n \text{ мешавад.}$$

Пас дар асоси таърифи амали тақсим

$$a^n : a^m = a^{n-m}.$$

Аз ҳосияти овардашуда қоидаи тақсими дараҷаҳо ҳосил мешавад.

Қоидаи 2. Барои тақсим намудани дараҷаҳои асосҳояшон баробар, асосро як маротиба навишта, дар ҷойи нишондиҳандаи натиҷа фарқи нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунандаро навиштан лозим аст.

◀ **Мисоли 2.**

а) $3^6 : 3^2 = 3^{6-2} = 3^4 = 81;$

б) $8^5 : 8^3 = 8^{5-3} = 8^2 = 64;$

в) $(-13)^8 : (-13)^6 = (-13)^{8-6} = (-13)^2 = 169.$ ▶

Қайд: Қоидаи тақсими дараҷаҳоро мо барои ҳолати нобаробар будани нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунанда овардем. Дар он $n > m$ аст. Агар қоидаи мазкурро ба тақсими $a^n : a^n$ татбиқ намоем, баробарии $a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$ -ро ҳосил мекунем. Азбаски ҳангоми $m = n$ будан, барои ҳар гуна адади натуралии n ҳосили тақсими $a^n : a^n = 1$ аст, пас таърифи зеринро ҳосил мекунем:

Таъриф. Ҳар гуна адади ғайринулӣ дар нишондиҳандаи нул ба 1 баробар аст. Ифодаи a^0 маъно надорад.

◀ **Мисоли 3.** $2^0 = 1; (-2, 1)^0 = 1; \left(3\frac{1}{2}\right)^0 = 3,5^0 = 1; \left(-\frac{3}{5}\right)^0 = 1.$ ▶

578. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $a^2 \cdot a^5$; б) $b^4 \cdot b^4$; в) $c^4 \cdot c^2$; г) $d^2 \cdot d^6$;
ё) $p^3 \cdot p^8$; д) $q^3 \cdot q^6$; е) $2^3 \cdot 4$; ё) $3^2 \cdot 3^4$.

579. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $m^2 \cdot m^8$; б) $n^4 \cdot n^3$; в) $k^7 \cdot k^3$; г) $t \cdot t^{11}$;
ё) $x^3 \cdot x^{17}$; д) $y^{14} \cdot y^2$; е) $5^3 \cdot 5^2$; ё) $3^4 \cdot 3^6$.

580. Ифодаи a^{24} -ро ҳамчун ҳосили зарби ду дараҷаи асосҳояшон баробар нависед, ки яке аз онҳо чунин бошад:

а) a^8 ; б) a^4 ; в) a^{16} ; г) a^{23} .

581. Дараҷаро бо ягон тарз дар шакли ҳосили зарби дараҷаҳои ҳамон як асос нависед:

а) b^6 ; б) b^{11} ; в) b^{15} ; г) 8^6 .

582. Ифодаи p^6 -ро бо кадом тарзҳо ба намуди дараҷаҳои асосашон р навиштан мумкин аст?

583. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $x^3 \cdot x^3 \cdot x^5$; б) $y^2 \cdot y^4 \cdot y^6$; в) $m^2 \cdot m^3 \cdot m^6$;
г) $10 \cdot 10^3 - 10^2$; ё) $4^3 \cdot 4^2 \cdot 4^5$. д) $p \cdot p^3 \cdot p^6$;

584. Ифодаро дар шакли дараҷа нависед:

а) $n^3 \cdot n^4 \cdot n^6$; б) $b^5 \cdot b^3 \cdot b^2$; в) $a^7 \cdot a^0 \cdot a^3$;
г) $q^3 \cdot q^3 \cdot q^5$; ё) $7^3 \cdot 7^5 \cdot 7$; д) $5^0 \cdot 5^{11} \cdot 5^{10}$.

585. Ифодаро дар шакли дараҷа нависед:

а) $4^6 \cdot 16$; б) $2^8 \cdot 32$; в) $5^{12} \cdot 125$; г) $3^6 \cdot 81$; д) $(0,2)^4 \cdot 0,04$.

586. Ифодаро дар шакли дараҷаи асосаш 2 нависед:

а) $2^2 \cdot 64 \cdot \frac{1}{2}$; б) $2^5 \cdot 4 \cdot 5^0$; в) $16 \cdot 64 \cdot 128$.

587. Ифодаро дар шакли дараҷаи асосаш 3 нависед:

а) $3 \cdot 3^7$; б) $9 \cdot 27 \cdot 3^4$; в) $27 \cdot 81 \cdot 729$.

588. Ифодаро дар шакли дараҷаи асосаш a нависед:

а) $a \cdot a^6$; б) $a^2 \cdot a^6 \cdot a^3$; в) $a^4 \cdot a \cdot a^0$; г) $a^6 \cdot a^2 \cdot a^{16}$.

589. Ҳосили тақсимро дар шакли дараҷа нависед:

а) $a^5 : a^4$; б) $b^7 : b^2$; в) $c^9 : c^4$;
г) $d^{11} : d^8$; д) $2^7 : 2^4$; е) $3^6 : 3^5$.

590. Амали тақсимро иҷро кунед:

а) $p^8 : p^6$; б) $q^{14} : q^9$; в) $x^{14} : x^{13}$;
г) $y^8 : y^1$; д) $10^{12} : 10^8$; е) $3,2^{13} : 3,2^{13}$.

591. Қимати ифодаро ёбед:

а) $6^{19} : 6^7$; б) $10^{12} : 10^8$; в) $0,7^{10} : 0,7^7$;

г) $(1,54)^{13} : (1,54)^{11}$; ғ) $\left(\frac{1}{2}\right)^8 : \left(-\frac{1}{2}\right)$; д) $\left(-\frac{3}{8}\right)^5 : \left(-\frac{3}{8}\right)^3$.

592. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{7^3 \cdot 4}{7}$; б) $\frac{8^6 \cdot 6}{8^5}$; в) $\frac{0,5^7 \cdot 3}{0,5^3}$; г) $\frac{0,3^3 \cdot 7}{(0,3)^2}$.

593. Ифодаро сода кунед:

а) $a^n \cdot a^3$; б) $b^2 \cdot b^m$; в) $x \cdot x^n$; г) $y^6 : c^m$.

594. Қимати ифодаро ёбед:

а) $3x^0$, агар $x = 1,5$ бошад; б) $-2,4x^0y^2$, агар $x = 4$, $y = 2$ бошад;
в) $-6a^2b^0$, агар $a = -2$ ва $b = 5$ бошад.

595. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $a^5 \cdot a^0 : a^3$; б) $b^4 : b^0 \cdot b$; в) $c^5 : c^3 \cdot c^2$.

Машқҳо барои такрор

596. Графики функсияро дар як системаи координатӣ созед:

а) $y = 6x$; б) $y = -6x$; в) $y = \frac{1}{6}x$; г) $y = -\frac{1}{6}x$.

597. Формулаи функсияро нависед, ки графикаш бо хатти рости $y = 2x - 6$ параллел бошад.

598. Нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

а) $y = 3x - 5$ ва $y = -2x + 10$; б) $y = -\frac{3}{8}x + 2$ ва $y = \frac{1}{4}x + 6$.

599. Хатти рости $y = 6$ дар ҳамвории координатӣ бо кадом тири координатӣ параллел аст? Графикашро тасвир кунед.

600. Графики функцияи $y = \frac{2x-1}{3}$ -ро созед. Аз рӯйи он муайян кунед: а) барои кадом қимати x қимати функция ба 6 баробар аст; б) барои кадом қимати y қимати x ба 0 баробар аст?

7.3. Ба дараҷа бардоштани дараҷа ва ҳосили зарб

Ифодаи $(a^3)^2$ аз дараҷае иборат аст, ки асосаш, дар боз дараҷа аст. Аз таърифи дараҷа истифода бурда, онро дар шакли дараҷаи асосаш а навиштан мумкин аст:

$$(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^6.$$

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки

$$(a^2)^4 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{2+2+2+2} = a^8 \text{ аст.}$$

Ҳамин тавр, мо дараҷаҳоеро ҳосил намудем, ки асосашон ҳамон асоси дараҷаи аввала аст. Агар дар мисоли аввал

нишондиҳандаи дараҷа ба ҳосили зарби 3 ва 2 баробар бошад, пас дар мисоли дуум ба ҳосили зарби 2 ва 4 баробар аст.

Нишон медиҳем, ки барои адади дилхоҳи a ва ададҳои дилхоҳи натуралии n, m баробарии $(a^n)^m = a^n \cdot \dots \cdot a^n$ дуруст аст.

Маълум, ки $(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \dots a^n}_{m\text{-маротиба}}$ мебошад. Ифодаи a^n дар навбати худ аз n -то зарбшавандаи a иборат аст. Ҳаминро дар назар дошта менависем:

$$\underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \dots a^n}_{m\text{-маротиба}} = a^{\overbrace{n+n+n+\dots n}^{m\text{-маротиба}}}$$

Азбаски $n + n + n \dots + n = n \cdot m$ аст, аз хосияти асосии дараҷаҳо хулоса мебарояд, ки $a^n + n + n \dots + n = a^n \cdot m$ мешавад.

Қоидаи 1. Барои ба дараҷа бардоштани дараҷа асоси дараҷаро бетағйир гузошта, нишондиҳандаҳоро зарб задан лозим аст.

Мисоли 1. Ифодаи $(3^4)^5$ - ро дар шакли дараҷаи асосаш 3 менависем:

$$\blacktriangleleft (3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20} \blacktriangleright$$

Қоидаи мазкур барои дараҷаи асосаш ғайринулӣ, вале нишондиҳандааш нул низ ҷой дорад: $(a^0)^3 = a^{0 \cdot 3} = a^0 = 1$

Ифодаи $(a \cdot b)^3$ аз дараҷаи сеюми ҳосили зарби a ва b иборат аст. Аз хосияти асосии дараҷаҳо истифода бурда, онро дар шакли ҳосили зарби дараҷаҳои сеюми ададҳои a ва b навиштан мумкин аст:

$$(ab)^3 = (ab)(ab)(ab) = (a \cdot a \cdot a)(b \cdot b \cdot b) = a^3 \cdot b^3.$$

Ҳамин тавр, дараҷаи сеюми ҳосили зарби ададҳои a ва b ба ҳосили зарби дараҷаҳои сеюми онҳо баробар аст.

Нишон медиҳем, ки барои ададҳои дилхоҳи a ва b , инчунин адади дилхоҳи натуралии n , баробарии зерин дуруст аст:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

Мувофиқи таърифи дараҷа ифодаи $(ab)^n$ аз ҳосили зарби n зарбшавандаи ab иборат аст:

$$(ab)^n = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \dots (ab)}_{n\text{-маротиба}}$$

$$\underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \dots (ab)}_{n\text{-маротиба}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \dots a)}_{n\text{-маротиба}} \underbrace{(b \cdot b \cdot b \dots b)}_{n\text{-маротиба}} = a^n \cdot b^n.$$

Дар асоси таърифи дараҷа менависем:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

Қоидаи 2. Барои ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб, ҳар як зарбшавандаро ба ҳамин дараҷа бардошта, натиҷаҳоро зарб задан лозим аст.

Масалан, барои ба дараҷаи n бардоштани ҳосили зарби ададҳои a , b ва c баробарии зерин дуруст аст:

$$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n.$$

◀**Мисоли 2.** Ҳосили зарби $(2 \cdot 7) \cdot a$ -ро ба дараҷаи 3 мебардорем:
 $(2 \cdot 7 \cdot a)^3 = 2^3 \cdot 7^3 \cdot a^3 = 8 \cdot 343 \cdot a^3 = 2744 a^3$.

Ба ҳамин монанд

$$(3 \cdot 5 \cdot 0,6)^3 = 3^3 \cdot 5^3 \cdot 0,6^3 = 27 \cdot 125 \cdot 0,216 = 729; \left(0,2 \cdot 2\frac{3}{4} \cdot 14,2\right)^0 \quad 1. \blacktriangleright$$

Аз қоидаи ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб истифода бурда, қоидаи ба дараҷа бардоштани ҳосили тақсими дараҷаҳои асосҳояшон гуногунро ҳосил намудан мумкин аст:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(a \cdot \frac{1}{b}\right)^n = a^n \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},$$

зеро $1^n = 1$ мебошад.

Хулоса: Барои ба дараҷа бардоштани каср сурату махраҷи онро ба ҳамон дараҷа бардошта, натиҷаи суратро ба натиҷаи махраҷ тақсим намудан лозим аст.

◀**Мисоли 3.** Қимати ифодаи $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ -ро меёбем.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64} = 0,421875.$$

Ба ҳамин монанд:

$$а) (0,25)^4 = \left(\frac{25}{100}\right)^4 = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256} = 0,039625;$$

$$б) \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243} = 0,1316873. \blacktriangleright$$

601. Ба дараҷа бардоред:

$$а) (a^4)^3; \quad б) (b^2)^7; \quad в) (c^7)^4; \quad г) (d^2)^8;$$

$$ё) (m^6)^5; \quad д) (n^3)^8; \quad е) (6^2)^2; \quad ё) (5^3)^4.$$

602. Ба дараҷа бардоред:

$$а) (2^3)^5; \quad б) (3^2)^6; \quad в) (4^6)^5;$$

$$г) ((-0,5)^4)^4; \quad ё) \left(\left(-1\frac{1}{2}\right)^2\right)^5; \quad д) ((-3,32)^3)^0.$$

603. Дар шакли дараҷаи асосаш x нависед:

$$а) (x^5)^7; \quad б) x^7 \cdot x^3; \quad в) (x^4)^8; \quad г) (x^9)^2.$$

604. Дар шакли дараҷа нависед:

а) $a^n \cdot a^5$; б) $a \cdot a^m$; в) $a^3 \cdot a^p$; г) $(a^n)^3$.

605. Дар шакли дараҷаи асосаш 3 нависед:

а) 27^2 ; б) 81^3 ; в) 729^5 ; г) $(0,01)^0$.

606. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $(xy)^5$; б) $(xyz)^4$; в) $(2a)^5$;
г) $(3bc)^4$; ғ) $(-5v)^3$; д) $(-6,3)^3$.

607. Ҳосили зарбро ба дараҷа бардоред:

а) $(-x)^3 \cdot y^3 \cdot z^3$; б) $x \cdot (x^4)^2$; в) $y^2 \cdot (y^2)^3$;
г) $(z^2)^4 \cdot z^6$; ғ) $t^6 \cdot (t^3)^2 \cdot t$; д) $3^2 \cdot a^2 \cdot b^2$.

608. Агар тарафи квадрат: а) 3; б) 5; в) n маротиба зиёд шавад, масоҳати он чанд маротиба зиёд мешавад?

609. Агар дарозии тегаи куб: а) 2; б) 5; в) m маротиба зиёд шавад, ҳаҷми он чанд маротиба зиёд мешавад?

610. Исбот кунед, ки квадрати ададҳои бо ҳам муқобил ба ҳам баробару куби ададҳои бо ҳам муқобил ба ҳам муқобиланд.

611*. Исбот кунед, ки дараҷаи ҷуфти ададҳои бо ҳам муқобил ба ҳам баробару дараҷаи тоқи онҳо ба ҳам муқобиланд.

612*. Исбот кунед, ки рақами охиринаи дараҷаи панҷуми адади дилхоҳи натуралӣ ба рақами охиринаи ҳуди адад баробар аст.

613. Сода кунед:

а) $a^2 \cdot (a^2)^3$; б) $(b^3)^5 \cdot b^4$; в) $(y^3)^4 \cdot (y^4)^3$; г) $(c^2)^0 \cdot c^6$.

614. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(3 \cdot 10)^3$; б) $(4 \cdot 5)^3$; в) $(3 \cdot 8)^4$;

615. Қимати ифодаро ёбед:

а) $2^4 \cdot 3^4$; б) $(4 \cdot 25)^3$; в) $4^2 \cdot 25^2$.

616. Ҳисоб кунед:

а) $3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^4$; б) $5 \cdot 3^2 + 3 \cdot 5^2$; в) $4 \cdot 3^3 + 3 \cdot 4^2$; г) $7 \cdot 5^2 + 5 \cdot 7^2$.

617. Ҳисоб кунед:

а) $7 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^2$; б) $9^2 \cdot 3 - 3^2 \cdot 9$; в) $9^2 \cdot 3 - 4^3 \cdot 4$; г) $(\frac{2}{3})^3 - (\frac{1}{3})^3$.

618. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(\frac{1}{9}) \cdot 27 + (0,1)^3 \cdot 2000$; б) $100 : 5^2 - (\frac{1}{8})^2 \cdot 128$;

619. Қиматҳои ифодаҳоро бо ҳам муқоиса кунед:

а) $2^2 \cdot 2^3$ ва 2^{2+3} ; б) $3^2 \cdot 3^1$ ва 3^{2+1} ; в) $5^1 \cdot 5^2$ ва 5^{2+1} ; г) $4^1 \cdot 4^3$ ва 4^{5-1} .

620. а) $(-1)^3 + (-1)^4 + (0)^5 + (-1)^{10}$; б) $(-1)^{25} + (-1)^{32} + (-1)^{50} - 1$;

в) $(-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1)^0$; г) $(-1)^2 + (-1)^3 - (-1)^5 + (-1)^7$.

621. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{-2^4}{3} - \frac{2^4}{9}$; б) $\frac{(-2)^2}{2^3} - \frac{5^2}{4}$; в) $\frac{(-2)^3}{5} - \frac{3}{2^2}$; г) $\frac{14}{3^3} - \frac{2^4}{(-3)^2}$.

622. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{2^3 \cdot (2^4)^3 \cdot 512}{(2^3)^8}$; б) $\frac{3^4 \cdot (3^2)^3 \cdot 729}{27^4}$; в) $\frac{5^3 \cdot (5^2)^4 \cdot 625}{(5^4)^3}$.

623. Қимати $n+k$ – ро ёбед, агар:

а) $2^n = 1024$; $3^k = 81$ бошад; б) $7^n = 49$; $5^k = 625$ бошад.

624. Қимати x – ро аз баробарӣ ёбед:

а) $3^{x-3} = 243$; б) $2^{2-3x} = 256$; в) $5^{4-3x} = 625$; г) $6^{3-x} = 216$.

Машқҳо барои такрор

625. Графики функцияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед:

а) $y = 0,4x$; б) $y = -0,4$; в) $y = 0,4x + 1$; г) $y = -0,4x + 1$.

626. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(2x - 5) = 14x + 6$; б) $-2(x - 0,6) = -x + 3$.

627. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(2,4 \cdot 0,5 - 2 : \frac{1}{2}) : 0,1$; б) $0,27 + 0,03 \cdot (2 - 15 \frac{1}{3})$.

628. Ададҳо ёбед, ки: а) бо фарқи 6 ва $\frac{1}{2}$ чаппа аст; б) аз фарқи $\frac{3}{4}$ ва $\frac{5}{6}$ воҳид хурд аст; в) бо ҳосили зарби 3,6 ва 2,4 муқобил аст.

629. Формулаи ададҳои натуралиро нависед, ки ҳангоми онҳоро: а) ба 10 тақсим намудан, дар бақия 4 ҳосил шавад;

б) ба 6 тақсим намудан, дар бақия 5 ҳосил шавад.

ТЕСТИ 7

1. Ҳар гуна адад дар нишондиҳандаи нул ба чанд баробар аст?

А) ба 0; В) ба 1; С) ба худаш.

2. Қимати ифодаро ёбед: $3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^4 - 1 \cdot 4^3$.

А) 210; В) 274; С) 146.

3. Қимати ифодаҳоро муқоиса кунед:

$m = 2^3 + 3^2 \cdot 3^1$ ва $n = 3^{2+1} - 3^0$.

А) $m > n$; В) $m < n$; С) $m = n$.

4. Ифодаро сода кунед: $\frac{b^{13} \cdot b^{12} \cdot b^3}{b^{20} \cdot b^2 \cdot b^1}$.

А) $-b$; В) b ; С) $\frac{1}{b}$.

5. Муодиларо ҳал кунед: $\frac{x}{9} + \frac{7x}{18} - \frac{11x}{27} = 2 \frac{1}{2}$.

А) 3; В) -5 ; С) 5.

6. Қимати ифодаи ададиро ёбед: $\frac{1,6^2 - (3,8)^0 \cdot 1,6 \cdot 0,4}{1,88 + 0,2^2}$.

А) 1; В) 2; С) 3,7.

7. Периметри секунҷаи росткунҷа 29 см аст. Яке аз катетҳои он назар ба дигараш 8 см дарозтар буда, аз гипотенуза 5 см кӯтоҳтар аст. Катети калони секунҷаро ёбед.

А) 14 см; В) 6 см; С) 9 см.

8. Ҳисоб кунед: $\left(-1\frac{1}{4}\right)^3 + \left(2\frac{1}{2}\right)^2$.

А) $3\frac{4}{5}$; В) $2\frac{9}{16}$; С) 0,25.

9. Ҳисоб кунед: $(-1)^{12} + 0^1 - 1^{24} + 0^3 - (-1)^5$.

А) 0; В) 1; С) -1.

10. Сода кунед: $\frac{a^3 \cdot a^{17}}{a^{19}} \cdot \frac{b^{22} \cdot b^2}{b^{22}}$.

А) a^2b ; В) ab ; С) ab^2 .

§ 8. ЯКАЪЗО ВА ШАКЛИ СТАНДАРТИИ ОН

8.1. Якаъзо ва навишти стандартии он

Дар китоби дарсии «Математика»-и синфи 6-ум якаъзо (якузва) ҳамчун ифодае муаррифӣ шудааст, ки танҳо амалҳои зарбу бадараҷабардориро дарбар мегирад.

Ифодаҳои $2a^2x$; $-5ax^2$; $-ax$; $-3a^5$, ки аз ҳосили зарби ададҳо, тағйирёбандаҳо ва дараҷаҳои онҳо тартиб ёфтаанд, якаъзоро ташкил медиҳанд.

Таъриф. Ифодае, ки танҳо амалҳои зарбу бадараҷабардориро дар бар гирифтааст, якаъзо ё якузва номида мешавад.

Мисоли 1. Ададҳои a ва $-a$ -ро ҳамчун $a = 1 \cdot a$ ва $-a = (-1) \cdot a$ фаҳмидан мумкин аст. Аз ин рӯ, ҳарф ё адади алоҳида (тағйирёбандаи алоҳида) якаъзо мебошад.

◀ Ифодаи $\frac{1}{3}a^2b \cdot (-2) \cdot ab^3$ низ якаъзо аст. Дар асоси хосияти дараҷаҳо, қоидаи ба дараҷа бардоштани дараҷа, ҷойҳои ҳарфҳою ададҳои дар онҳо омадаро иваз намуда, онро ба шакли дилхоҳ овардан мумкин аст:

$$\frac{1}{3}a^2b \cdot (-2) \cdot ab^3 = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot a^2 \cdot a \cdot b^3 \cdot b = -\frac{2}{3}a^{2+1} \cdot b^{3+1} = -\frac{2}{3}a^3 \cdot b^4. \blacktriangleright$$

Ҳамин тавр, мо дар ҷойи аввали якаъзо зарбшавандаи $-\frac{2}{3}$ дар ҷойҳои минбаъда зарбшавандаҳои ҳарфиро ҳосил намудем.

Дар чуни маврид мегӯянд, ки якаъзо ба *шакли стандартӣ* оварда шудааст. Якаъзои $-2a^3b^2$ дар шакли стандартӣ навишта шудааст.

Якаъзои $3x \cdot 0,5 \cdot y \cdot 3x$, гарчанде бо зарбшавандаи ададӣ оғоз ёфта бошад ҳам, шакли стандартиро доро нест, зеро дар ҷойи сеюми навишташ зарбшавандаи ададии 0,5 омадааст. Онро ба шакли стандартӣ оварда, якаъзогии $1,5y^3x^2$ -ро ҳосил менамоем.

Ададҳо ва ҳарфҳои алоҳида, дараҷаҳои онҳо шакли стандартӣ доранд: масалан, 2; $-0,03$; x ; $-x^2$; $-p$; $-p^3$; c^0 ва ғайра.

Якаъзогии дилхоҳро бо роҳи иваз намудани ҷойҳои ҳарфҳои рақамҳояш ва иҷро намудани амалҳо ба шакли стандартӣ овардан мумкин аст.

Зарбшавандаи ададиеро, ки пеш аз зарбшавандаи ҳарфӣ омадааст, *коэффитсиенти якаъзо* меноманд.

Масалан, коэффитсиенти якаъзогии $8x^2ay^2$ ба 8 баробар аст. Коэффитсиенти x ба 1, вале $-x$ ба -1 баробар мебошад.

Агар ду якаъзо аз ҳамдигар танҳо бо коэффитсиентҳояшон фарқ дошта бошад, *якаъзоҳои монанд* номида мешаванд. Масалан, x бо $-x$; $\frac{1}{2}x$ бо $-\frac{3}{4}x$; $-\frac{x^2}{6}$ бо $3x^2$ -якаъзоҳои монанд мебошанд.

Якаъзои ab бо якаъзои $+a^2b$ монанд нест: онҳо коэффитсиентҳои баробар дошта бошанд ҳам, дараҷаҳои a гуногун аст.

Суммаи нишондиҳандаҳои ҳамаи тағйирёбандаҳои якаъзогии $3x^2y^2abc^3$ ба $2 + 2 + 1 + 1 + 3 = 9$ баробар аст. Дар якаъзогии $\frac{x^4}{5}$ бошад, нишондиҳанда 4 аст.

Таъриф. Ҳосили ҷамъи нишондиҳандаҳои тағйирёбандаҳои якаъзо дараҷаи якаъзо номида мешавад.

◀ **Мисоли 2.** Дараҷаи якаъзои $3a^4b^3c$ ба 8, дараҷаи якаъзои $a^3 \cdot b^0$ ба 3 баробаранд. Адад ё тағйирёбандаи алоҳида, дараҷаҳои гуногуни онҳо, ифодаҳои ададии алоҳида якаъзоҳои дорои дараҷаи нул мебошанд. Масалан, дараҷаи ифодаҳои $2 \cdot 3^2$; $\frac{3 \cdot 12^2}{4 \cdot 0,1}$ ба нул баробар мебошад. ▶

Ҳам коэффитсиенту ҳам дараҷаи якаъзои 0 ба нул баробар аст.

630. Кадоме аз ифодаҳо якаъзо аст:

а) $1,5x^2a$; б) $a^2 + a$; в) $2b^2 + 1$; г) $b \cdot (-2,5)$; ғ) $d - b$?

631. Оё якаъзо дар шакли стандартӣ навишта шудааст:

а) $5ab$; б) $-3bca$; в) $-abba$; г) $2\frac{1}{2}xy$; ғ) $-x^3z^3$; д) $6xy^3z^0$?

632. Якаъзоро дар шакли стандартӣ нависед:

а) $a bab^4$; б) $-xy^3 \cdot (xy)$; в) $(pn) \cdot (pn) \cdot m$; г) $0,3n^2m^3 \cdot \frac{10}{3}n$.

633. Якаъзоро дар шакли стандартӣ навишта, коэффитсиенташро нишон диҳед:

а) $-0,3 \cdot a^4 \cdot a^2$; б) $2b \cdot c \cdot (-2,5) \cdot b$; в) $\frac{2}{3}n^2m^2 \cdot 4,5n^3$.

634. Якаъзоро дар шакли стандартӣ нависед:

а) $3xx^3x$; б) $-8bc \left(\frac{2}{5}\right)b^2$; в) $0,45ap \cdot 4a^2p$;
г) $10x^2z^2 \cdot (-2,1z^2)$; д) $-2n^5 \cdot 0,5nm^2$; е) $-0,1 \cdot m^0 \cdot n^0 \cdot p$.

635. Қимати якаъзоро ёбед:

а) $3x^3$, агар $x = 0,5$ бошад; б) $-0,9y^3$, агар $y = 0,3$ бошад.

636. Қимати якаъзоро ёбед:

а) $3,2n^2$, агар $n = 0,5$ бошад; б) $-0,5m^3$, агар $m = 0,6$ бошад.

637. Бари росткунҷа аз дарозиаш 12 маротиба хурд аст. Масоҳати онро ба воситаи бараш ифода кунед.

638. Периметри квадратро 4 маротиба зиёд намуданд. Масоҳати он чӣ гуна тағйир ёфт?

639. Ҳаҷми параллелепипеди росткунҷаро ёбед, агар бараш 1,6 см, дарозиаш 5,2 см ва баландиаш 0,4 см бошанд.

640. Яке аз тарафҳои росткунҷаро 10 маротиба дароз намуда, тарафи дигари онро 10 маротиба кӯтоҳ намуданд. Масоҳат ва периметри росткунҷа чӣ гуна тағйир ёфтанд?

641. Дарахт 5 шох дорад. Ҳар як шох 3-тоғӣ шохча дорад. Дар ҳар як шохча 4-тоғӣ себ овезон аст. Дарахт ҳамагӣ чандто себ дорад?

642. Ҳавз се қубури обдаро дорад. Дар ҳар дақиқа бо қубури якум 5 л, бо қубури дуюм 6 л ва бо қубури сеюм 10 л об вориди ҳавз мегардад. Дар 3 соат ба ҳавз чӣ қадар об ворид мешавад?

643. Якаъзоҳои монандро нишон диҳед:

а) $0,3xy^2$; б) x^2y^2 ; в) $-3x^2y$; г) $0,1x^2y^2$; ғ) $0,15x \cdot y^2 \cdot x$;
д) $-x^2y^2$; е) $-\frac{1}{2}x^2y$; ё) $\frac{3}{5}x^2y$; ж) $x \cdot y^2$; з) $-x^2y^3$.

644. Дараҷаи якаъзоро муайян кунед:

а) xyz ; б) $-2x^3y^3z^5$; в) $-3(abc)^0$; г) $-0,25 \cdot m^4 \cdot n^0$.

645. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $3x+5x-x$; б) $4y-y+6y$; в) $7q+9q-3q$; г) $4m+m-8m$;
ғ) $5x+5y-y-x$; д) $13x^2-7x^2-x^2$; е) $2,1x^3+1,9x^3-4x^3$;
ё) $5x^2y+3x^2y-x^2y$; ж) $\frac{3}{4}x^3y^2-\frac{1}{4}x^3y^2$; з) $1\frac{3}{8}m^3n^4+3\frac{1}{16}m^3n^4$.

646. Ифодаро сода кунед:

- а) $11a^2x - 3axa - 4xaa$; б) $31x^3y^2 - 12xyx^2y - 8xyxyx$;
 в) $21xyx^2y^3x - 8x^2y^2xyxy$; г) $5n^3m^3 - 3n^2m^3n - m^2nmn^2$.

647. Ба суммаи якузваҳои $42a^3b^4$ ва $-27a^3b^2$ фарқи якузваҳои $34a^3b^2$ ва $18a^3b^2$ -ро чамъ кунед.

648. Ба фарқи якузваҳои $12x^2y^4$ ва $8x^2y^4$ суммаи якузваҳои $6x^2y^4$ – ро чамъ кунед.

649. Ба суммаи якузваҳои $1,46x^4y$ ва $-0,36x^4y$ фарқи якузваҳои $3,72x^4y$ ва $-x^4y$ – ро чамъ кунед.

650. Сайёҳ се рӯз роҳ рафт. Рӯзи аввал $\bar{y} \frac{7}{22}$ хиссаи тамоми роҳ, рӯзи дуюм $\frac{1}{3}$ хиссаи роҳи боқимонда ва рӯзи сеюм 25 км роҳи боқимондаро тай кард. Дарозии тамоми роҳро ёбед.

Машқҳо барои такрор

651. Графики функцияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед:

а) $y = ax + 3$, агар $a = -1; 5; 0$ бошад; б) $y = 5x - b$, агар $b = -1; 1; \frac{3}{2}$ бошад.

652. Графики функцияи $y = kx - 2$ аз нуқтаи $M(-2; 1)$ мегузарад. Қимати k -ро ёфта графики функцияро созед.

653. Оё нуқтаҳои $A(-3; 1)$; $B(5; 4)$ ва $C(-1; 10)$ дар графики функцияи $y = \frac{3}{8}x + 2\frac{1}{8}$ ҷойгиранд?

654. Графики функцияро насохта, нуқтаҳои буриши онро бо тирҳои координатӣ ёбед:

а) $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$; б) $\frac{x}{10} - \frac{y}{9} = 1$.

655. Нуқтаи буриши графики функцияҳои $y = x - 12$ ва $y = 9x - 7$ -ро ёбед.

8.2. Зарби якаъзоҳо. Ба дараҷа бардоштани якаъзо

Зарби якаъзоҳо дар асоси қонунҳои ҷойивазкунӣ ва гурӯҳбандии зарб (п. 5) ва хосиятҳои дараҷаҳо (пп. 19–21) иҷро карда мешавад.

Мисоли 1. Якаъзoi $-3a^3 \cdot b^4$ -ро бо якаъзoi $2a^2 \cdot b^6$ зарб мезанем.

◀ Аз хосияти асосии дараҷаҳо $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ва $b^4 \cdot b^6 = b^{10}$ мебошад. Коэффитсиенти якаъзoi натиҷа ба $(-3) \cdot 2$ ё худ ба -6 баробар аст.

Ҳаминро ба эътибор гирифта, якаъзоҳоро бо ҳамдигар зарб мезанем: $(-3a \cdot b^4) \cdot (2a^2 \cdot b^6) = (-3) \cdot 2 \cdot (a \cdot a^2) \cdot (b^4 \cdot b^6)$. Айнан ҳамин тавр, се ва зиёда аз он якаъзоҳо зарб карда мешаванд. ▶

Мисоли 2. Якаъзоҳои $-x^3 \cdot y$, $3x^4 \cdot y^3$ ва $-5,3x \cdot y^2$ -ро бо ҳам зарб мезанем:

◀ Дар асоси хосияти асосии дараҷаҳо $x^3 \cdot x^4 \cdot x = x^8$, $y \cdot y^3 \cdot y^2 = y^6$ ва $(-1) \cdot 3 \cdot (-5,3) = 15,9$ мебошад. Бинобар ҳамин-
 $x^3 \cdot y \cdot 3x^4 \cdot y^3 \cdot (-5,3) \cdot x \cdot y^2 = (-1) \cdot 3 \cdot (5,3) \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot x \cdot y \cdot y^3 \cdot y^2 =$
 $= 15,9 \cdot x^8 \cdot y^6$. ▶

Мисоли 3. Ифодаи $(-2a^4b \cdot c^0)^3$ -ро сода мекунем:

◀ Ифодаи мазкур аз дараҷаи сеюми якаъзои $-2a^4 \cdot b \cdot c^0$ иборат аст. Дар асоси қоидаи ба дараҷа бардоштани дараҷа, ҳар як зарбшавандаро ба дараҷаи 3 бардошта, натиҷаҳоро зарб мезанем:

$(-2a^4bc^0)^3 = (-2)^3 \cdot (a^4)^3 \cdot b^3 \cdot (c^0)^3 = -8a^4 \cdot 3b^3 \cdot c^0 \cdot 3 = -8a^{12}b^3$. ▶

Қоидаи 1. Барои зарб задани якаъзоҳо коэффитсиентҳои онҳоро алоҳида, ҳарфҳои онҳоро аз рӯи хосиятҳои дараҷаҳо алоҳида зарб зада, натиҷаро дар шакли якаъзои стандартӣ навиштан лозим аст.

Якаъзои $-a$ -ро ба дараҷаи 2 бардошта, ифодаи $(-a)(-a) = a^2$, ба дараҷаи 3 бардошта ифодаи $(-a)(-a)(-a) = -a^3$ -ро ҳосил менамоем. Айнан ҳамин тавр $(-a)^4 = a^4$ ва $(-a)^5 = -a^5$ мешавад.

Қоидаи 2. Барои ба дараҷа бардоштани якаъзои шакли стандартӣ коэффитсиенти онро ба ҳамин дараҷа бардошта, нишондиҳандаи ҳар як зарбшавандаи ҳарфиро бо нишондиҳандаи дараҷа зарб задан лозим аст.

Мисоли 4. Якаъзогиро ба дараҷа мебардорем:

◀ а) $(-x^2y)^3 = (-1)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = -x^6 \cdot y^3$.

б) $\left(-\frac{1}{2}a^4y^3\right)^4 = (-1)^4 \cdot (0,5)^4 \cdot a^{4 \cdot 4}y^{3 \cdot 4} = 0,0625 \cdot a^{16} \cdot y^{12}$. ▶

656. Якаъзоҳои монандро нишон диҳед:

а) $3xy$; б) $6x^3y$; в) $-\frac{3}{7}yx$; г) $-0,3xy^3$; ғ) $-0,04x^3y$; д) xy^3 .

657. Амали зарбро иҷро кунед:

а) $7ab \cdot (-2c)$; б) $3a^2b \cdot (-ab) \cdot (ba)$; в) $-\frac{3}{7}yx \cdot \frac{7}{9}y^2x^3$.

658. Амали зарбро иҷро кунед:

а) $2^5 \cdot 3^5$; б) $a^4 \cdot a^6 \cdot a^7$; в) $0,5^7 \cdot 2^7 \cdot 2^7$;
 г) $2^3 \cdot 2^n \cdot 3^n$; ғ) $3^m \cdot 9^{2m+1}$; д) $1\frac{1}{2}x \cdot \frac{5}{6}x^2 \cdot 3\frac{4}{5}x^3$.

659. Якаъзоҳоро бо ҳам зарб занед:

а) $-4xy$ ва $5xy$; б) $0,4aby$ ва aby ; в) $-x^2y$ ва $-y^2x$.

660. Ифодаро сода кунед:

а) $-0,2ab^2 \cdot (-0,3)ab^5$; б) $0,5a^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}a^3c^6\right)$; в) $mn \cdot (-3ab^2) \cdot 4n^2b$.

661. Якаъзои $8a^3b^6$ -ро бо якчанд тарз дар шакли ҳосили зарби якаъзоҳои шакли стандартӣ нависед.

662. Якаъзои $-4x^2y^4$ -ро бо ду тарз дар шакли ҳосили зарби:

а) ду якаъзои шакли стандартӣ; б) се якаъзои шакли стандартӣ нависед.

663. Якаъзоро ба квадрат бардоред:

а) $3x^2y^2$; б) $-5a^3b^3$; в) $-\frac{1}{2}z^4y^6$.

664. Якаъзоро ба куб бардоред:

а) $-xy$; б) $-2a^2x$; в) $-\frac{2}{3}ab^2y$.

665. Ифодаро ҳамчун якаъзои шакли стандартӣ нависед:

а) $(2m)^2 \cdot m^4$; б) $(3n^3)^4$; в) $(-0,2mn^2)^6$.

666. Ба дараҷа бардоред:

а) $(2a^3b^2)^6$; б) $(-a)^6 \cdot (-a)^{12}$; в) $(-a)^{13} \cdot (a^7 \cdot b^{16})^2$; г) $(-a)^{2k} \cdot (-b)^{2k}$.

667. Дар шакли квадрати якаъзо нависед:

а) $4a^{16}$; б) $25x^2y^4$; в) $0,36n^6m^8$.

668. Дар шакли куби якаъзо нависед:

а) p^{12} ; б) $64qp^{15}$; в) $1\frac{61}{64}n^3 \cdot m^{27}$.

669. Якаъзоро дар шакли: а) квадрат; б) куби якаъзо нависед:

1) a^6b^{12} ; 2) $64x^6y^{12}$; 3) $729b^{30} \cdot c^{24}$; 4) $p^{6n} \cdot q^{18m}$.

670. Бигзор дарозӣ, бар ва баландии параллелепипеди росткунҷа, мувофиқан, a см; b см ва c см бошанд. Ҳаҷми он чӣ гуна тағйир меёбад, агар:

а) a ; b ва c , мувофиқан, 2; 3 ва 5 маротиба зиёд шаванд;

б) a ; b 3 маротиба зиёд шаванду c 6 маротиба кам шавад?

671. Ифодаро сода кунед:

а) $(ab) \cdot (-5a^3b^4)$; б) $0,5x^3y^3(-2xy)$; в) $(0,2m^2n)^4 \cdot 10m^2 \cdot n^3$.

Машқҳо барои такрор

672. Муодиларо ҳал кунед:

а) $-(x-5) + 2 = 1 - 6x$; б) $-6(2-3x^2) = 18x^2 - x$.

673. Графики функцияҳои хаттии $y = -\frac{3}{4}x$ ва $y = \frac{3}{4}x - 3$ -ро сохта, нуқтаи буриши онҳоро ёбед.

674. Нуқтаҳои буриши графики функцияи: а) $y = 6x - 3$;

б) $y = -6x + 3$ -ро бо тирҳои координатӣ муайян кунед.

675. Шахсе 7 гурба дорад. Ҳар як гурба 7 муш медорад. Ҳар як муш 49 хӯшаи гандумро меҳӯрад. Агар ҳар як хӯшаи гандум 7-тогӣ гандум дошта бошад, чӣ қадар гандумро наҷот додан мумкин аст?

8.3. Функцияи $y = x^2$ ва графики он

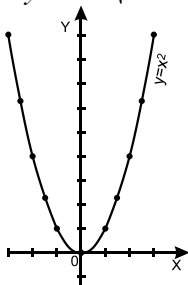
Бо чунин формула, ҳангоми дар байни тарафи квадрату масоҳати он вобастагӣ барқарор намудан дучор омада будем: $S = a^2$. Вобастагии байни масоҳати доира S аз радиуси он R низ ба воситаи квадрати радиусаш ин тавр ифода мешавад: $S = \pi R^2$. Дар ин ҷо π доимӣ буда, аз радиуси давра вобаста нест (ниг. «Математика» барои синфи 6-ум, п.5.3). Барои сохтани графики функцияи $y = x^2$ қиматҳои аргументро тавре интихоб менамоем, ки аз ҳамдигар бо бузургии 0,5 фарқ кунанд. Бо ибораи дигар, чадвали қиматҳои функцияро *бо қадами 0,5* месозем:

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$y = x^2$	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4

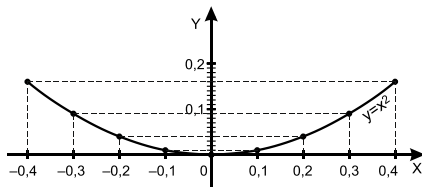
Нуқтаҳоеро қайд мекунем, ки координатаҳошон дар ин чадвал дода шудаанд (расми 25). Агар хоҷем, ки графики функция дар атрофи ибтидои координатаҳо ба аслаш монанд шавад, боз якчанд қимати дигари функцияро *бо қадами 0,1* ҳисоб мекунем:

x	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,1	0,2	0,3	0,4
$y = x^2$	0,16	0,09	0,04	0,01	0,01	0,04	0,09	0,16

Координатаҳои нуқтаҳои чадвали охириро низ дар ҳамон системаи координатӣ қайд мекунем. Акнун аз ҳамаи нуқтаҳои қайдшуда хати қачи суфта мегузaronем. Дар натиҷа графики функцияи $y = x^2$ ҳосил мешавад (расми 26).



Расми 25.



Расми 26.

Графики функцияи $y = x^2$ *параболаи квадратӣ* ном дорад. Параболаи квадратӣ хосиятҳои зеринро соҳиб аст:

1) Ҳангоми $x = 0$ будан $y = 0$ мешавад. Яъне, графики функсия аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад.

2) Ҳангоми $x \neq 0$ будан $y > 0$ аст. Квадрати адади ғайринулӣ адади мусбат аст. Аз ин рӯ ба ғайр аз нуқтаи $O(0; 0)$ дигар ҳамаи нуқтаҳои графики функсия аз тири OX дар боло ҷойгиранд.

3) Азбаски барои ҳар гуна қимати x баробарии $(-x)^2 = x^2$ ҷой дорад, пас ба ду қимати бо ҳам муқобили x ҳамон як қимати y мувофиқ меояд.

Ҳамин тавр, нуқтаҳои график, ки абсиссаҳои бо ҳам муқобилдоранд, аз тири OY дар масофаҳои баробар, вале самтҳои гуногун ҷойгиранд. Дар чунин маврид мегӯянд, ки график нисбат ба тири OY симметрӣ аст.

Хулоса. Графики функсияи $y = x^2$ - параболаи квадратӣ нисбат ба тири OY симметрӣ ҷойгир аст.

676. Аз рӯйи графики функсияи $y = x^2$ (расми 26) ҳамон қимати: а) y -ро ёбед, ки ба қимати $x = 0,5; 0,75; 1,25$ мувофиқ аст; б) ҳамон қимати x -ро ёбед, ки ба қимати $y = 2; 3; 6$ мувофиқ аст.

677. Аз графики функсияи $y = x^2$ (расми 26) истифода бурда ёбед: а) қимати функсияро, ки ба қимати $-3,5; -2; -1$ -и аргумент мувофиқанд; б) қиматҳои аргументро, ки ба қиматҳои $10,5; 5; -1$ -и функсия мувофиқанд.

678. Масоҳати квадрат чӣ гуна тағйир меёбад, агар: а) тарафи он 8 маротиба дароз; б) 16 маротиба кӯтоҳ карда шавад?

679. Тарафи квадратро чӣ гуна тағйир додан лозим аст, ки масоҳаташ 25 маротиба; 100 маротиба; 196 маротиба зиёд шавад?

680. Агар радиуси доира: а) 5 маротиба зиёд; 5 маротиба кам шавад, масоҳати он чӣ гуна тағйир меёбад?

681. Барои он ки масоҳати доира: а) 4 маротиба; б) 16 маротиба зиёд шавад, радиуси онро чанд маротиба зиёд кардан зарур аст?

682. Графики функсияҳоро дар системаи координатӣ тасвир намуда, онҳоро бо ҳам муқоиса кунед:

$$\text{а) } y = x^2 - 3; \quad \text{б) } y = x^2 + 3.$$

683. Графики функсияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед:

$$\text{а) } y = x^2 - 4; \quad \text{б) } y = x^2 + 4; \quad \text{в) } y = -x^2.$$

Машқҳо барои такрор

684. Қиматҳои ифодаҳоро муқоиса кунед:

$$\text{а) } 0,28 \text{ ва } (-0,2)^2; \quad \text{б) } (-0,3)^2 \text{ ва } (0,3)^3.$$

685. Координатаҳои нуқтаи буриши ҷуфти хатҳои ростро муайян кунед:

а) $y = \frac{1}{2}x$ ва $y = 4x$; б) $y = 0,36x + 4$ ва $y = 2x - 1$.

686. Қасрҳои даҳиро то садяқиҳо яклухт кунед:

0,0036; 0,00785; 1,00432; 14,6241; 73,1265; 57,0367.

687. Ҳисоб кунед:

а) $(0,6 \cdot 2,5 - 2,5): 0,8 + 1\frac{1}{4}$; б) $(0,25 \cdot 0,2 - 0,1): 0,5 + \frac{1}{6}$.

688. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{4^3 \cdot 3^{10}}{6^{10}}$; б) $\frac{2^6 \cdot 6^{18}}{2^{25} \cdot 9^9}$; в) $\frac{2^5 \cdot (2^3)^4}{2^{15}}$; г) $\frac{3^2 \cdot (9^2)^3}{27^{15}}$.

689.

а) $\frac{5^{18}}{25^9 \cdot 4^2}$; б) $\frac{(13^2)^3 \cdot 25}{169^3}$; в) $\frac{9^2 \cdot 27}{(3)^2 \cdot 9}$; г) $\frac{11^4 \cdot 15^0}{12^{12} \cdot 2^3}$.

690.

а) $\frac{(5^8)^2 \cdot 5^7}{5^{21}}$; б) $\frac{3^{27} \cdot 729}{(3^4)^5}$; в) $\frac{(8^2)^3 \cdot 7^2}{26^2}$; г) $\frac{40^{10}}{22^{10} \cdot 2^4}$.

8.4. Функцияи $y = x^3$ ва графики он

Мувофиқи формулаи $y = x^3$ ба ҳар як қимати тағйирёбандаи x куби он дуруст меояд, яъне вобастагии мазкур функция аст. Соҳаи муайянии ин функция тамоми тири ададӣ аст, зеро барои адади дилхоҳи x куби он мавҷуд аст.

Бо чунин формула ҳангоми ҳисоб кардани ҳаҷми куби дарозии тегааш a дучор омада будем: $V = a^3$ (мас. 259). Барои сохтани графики функцияи $y = x^3$ якчанд қимати x -ро интихоб намуда, аз рӯйи онҳо қиматҳои мувофиқи функцияро меёбем ва чадвали зеринро тартиб медиҳем:

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$y = x^3$	-15,625	-8	-3,375	-1	-0,125	0	0,125	1	3,375	8

Нуқтаҳоеро қайд мекунем, ки координатаҳошон дар чадвал оварда шудаанд. Сипас аз болои онҳо хати қачи суфта мегузаронем. Дар натиҷа графики функцияи $y = x^3$ ҳосил мешавад (расми 27). Графики функцияи $y = x^3$ *параболаи кубӣ* ном дорад.

Параболаи кубӣ ҳосиятҳои зеринро соҳиб аст:

1) Ҳангоми $x = 0$ будан, $y = 0$ мешавад. Яъне, графики функция аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад.

2) Ҳангоми $x > 0$ будан, $y > 0$ аст, ҳангоми $x < 0$ будан $y < 0$ аст.

Дар ҳақиқат, агар x адади мусбат бошад, куби он низ мусбат аст. Агар x адади манфӣ бошад, куби он низ адади манфӣ мешавад. Аз ин ҷо параболаи кубӣ дар чорякҳои I ва III ҷойгир аст.

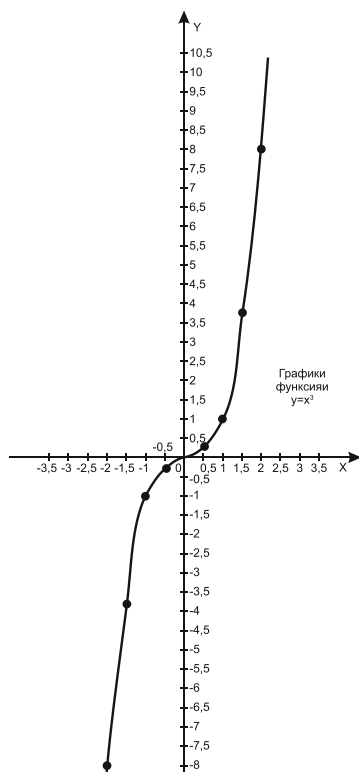
3) Ба ду қимати бо ҳам муқобили x ду қимати бо ҳам муқобили y мувофиқ меояд.

Азбаски барои қимати дилхоҳи x баробарии $(-x)^3 = -x^3$ ҷой дорад, пас нуқтаҳои график, ки абсиссаҳои бо ҳам муқобил до-ранд, нисбат ба нуқтаи $O(0; 0)$, яъне ибтидои системаи координатаҳо симметрӣ ҷойгиранд.

Хулоса. Графики функцияи $y = x^3$ -параболаи кубӣ буда, нисбат ба ибтидои системаи координатаҳо симметрӣ ҷойгир аст.

691. Аз рӯи графики функцияи $y = x^3$ (расми 27):

а) ҳамон қимати y -ро ёбед, ки ба қимати $x = 1,2; -2,4; 1,6$ мувофиқ аст; б) ҳамон қимати x -ро ёбед, ки ба қимати $y = -3; 3; 0$ мувофиқ аст.



Расми 27.

692. Агар тегаи кубро 4 маротиба дароз; 5 маротиба кӯтоҳ намоем, ҳаҷми он чӣ гуна тағйир меёбад?

693. Аз графикаи функцияи $y = x^3$ (расми 27) истифода бурда, якчанд қимати аргументро, ки барояшон қиматҳои функция аз -5 калону аз 4 хурданд, ёбед. Барои кадом қиматҳои аргумент қиматҳои функция ададҳои бутунанд?

694. Барои он ки ҳаҷми куб 125 маротиба зиёд шавад, тегаи онро чанд маротиба дароз намудан лозим?

695. Графикаи функцияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед: а) $y = x^3 - 3$; б) $y = x^3 + 3$.

696. Графикаи функцияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед:

а) $y = \frac{1}{2}x^3 - 1$; б) $y = \frac{1}{2}x^3 + 1$; в) $y = -\frac{1}{2}x^3 - 1$.

997. Оё нуқтаҳои А (1; -1); В (-1; 1); С (-1; -1); D (1; 2); Е (-2; -8); F (4; 6) дар графикаи функцияи $y = x^3$ ҷойгиранд?

698. Кадоме аз нуқтаҳои А $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{8})$; В $(-\frac{1}{4}; \frac{1}{16})$; С $(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{8})$ дар графикаи функцияи $y = x^3$ ҷойгир аст?

Машқҳо барои такрор

699. Ададҳоро ба дараҷа бардоред:

а) 3^6 ; б) $(4,5)^3$; в) $(2,7)^3$; г) $(-0,2)^3$.

700. Адади 2^{24} -ро дар шакли дараҷаи асосаш:

а) 2^2 ; б) 2^3 ; в) 2^4 ; г) 2^6 ; ғ) 2^8 ; д) 2^2 нависед.

701. Ифодаи a^{12} -ро бо якчанд тарз дар шакли дараҷаи асосаш a нависед.

702. Фарз мекунем, ки $a^2 = b$ аст. Қимати ифодаи

$a^6 + a^4 + a^2$ -ро бо воситаи b ифода кунед.

703. Ифодаро сода кунед:

а) $x^4 \cdot (x^2)^3$; б) $(y^2)^6 \cdot y^7$; в) $(z^3)^4 \cdot (z^5)^3$.

ТЕСТИ 8

1. Қимати ифодаро ёбед: $\frac{4^7 \cdot 16}{(4^2)^4}$.

А) 1; В) 4; С) 16.

2. Якаъзоро сода кунед: $\frac{(9a^3b^4)^3}{(3a^2b^{11}) \cdot 27a^4}$.

А) a^2b ; В) $9a^3b$; С) $3ab^3$.

3. Якаъзоро ба дараҷа бардоред: $(-0,2c^3d^2)^2$.

А) $0,04 c^6 d^4$; В) $-0,04 c^4 d^6$; С) $0,02 c^2 d^2$.

4. Қимати ифодаро ёбед: $(0,25 + \frac{5}{6} - 1\frac{5}{6}) + (2,25 - 3\frac{3}{4})$.

А) $0,25$; В) $0,75$; С) -4 .

5. Зарбро иҷро кунед: $(2\frac{1}{4}a^2b^3) \cdot (-3\frac{1}{3}a^3b^2)$.

А) $\frac{1}{2}a^5b^5$; В) $\frac{15}{2}a^5b^5$; С) $-\frac{15}{2}a^5b^5$.

6. Ҳисоб кунед: $(\frac{1}{4}n^2m^2a)^4$.

А) $\frac{1}{16}n^8m^8a$; В) $\frac{1}{256}n^8m^8a$; С) $\frac{1}{16}n^2m^2a^4$.

7. Дарозии яке аз тарафҳои секунҷа аз дигараш 38 см хурд буда, аз тарафи сеюми он 45 см дарозтар аст. Периметри секунҷа 419 см аст. Тарафи дарозтарини он чанд сантиметр аст?

А) 120; В) 179; С) 96.

8. Қимати функсияи $y = \frac{(x-2)^2}{4}$ -ро ҳангоми $x = -2\frac{1}{2}$ будан ёбед.

А) 12,25; В) 0,625; С) 5,625.

9. Агар дар ҳосили зарби $a \cdot b \cdot c$ $a > 0$ ва $b > 0$ буда, $c < 0$ бошанд, аломати натиҷаи зарб чӣ гуна аст?

А) номуайян; В) мусбат; С) манфӣ.

10. Аломати қимати ҳосили зарбро муайян кунед:

$$(-2)^4 \cdot (-1)^7 \cdot (-3)^4 \cdot 2.$$

А) манфӣ; В) мусбат; С) 0.

§ 9. ҲИСОБКУНИҲОИ ТАҚРИБӢ

9.1. Қимати тақрибии адад. Саҳви мутлақ

Қариб ҳар рӯз мо бо чен кардани ин ё он бузургӣ машғул мешавем. Барои чен кардани дарозӣ аз метр, барои муайян намудани вақт аз соат, барои донишдани дараҷаи гармию сардӣ аз термометр, барои ёфтани вазн аз тарозу ва ғайра истифода мебарем. Вале ҳар як ченкунӣ, чӣ тавре сурат нагирад, аниқ нест. Мо танҳо қимати тақрибии ин ё он бузургиро меёбему халос. Бар замми ин, агар аз як тараф асбоби барои ченкунӣ пешниҳодшуда номукамал сохта шуда бошад, аз тарафи дигар чашмамон низ моро андаке фиреб медиҳад.

Мисоли 1. Масоҳати майдони шакли росткунчаро ҳисоб мекунем.

◀ Фарз мекунем, ки бо воситаи метр (ба сантиметрҳо ҷудо шудааст) дарозии онро чен карда, адади 8,37 метр ва бараширо чен карда, адади 7,33 метрро ҳосил намудем. Дар ин ҳолат, масоҳати майдон ҳамчун масоҳати росткунҷаи дарозии тарафҳои 8,37 м ва 7,33 м ба $8,37 \cdot 7,33 = 61,3521 \text{ м}^2$ баробар аст. Адади ёфташуда қимати аниқии масоҳати майдонро ифода карда наметавонад, чунки ҳангоми чен кардани дарозӣ ва бари майдон мо танҳо сантиметрҳо ба эътибор гирифта, ҳиссаҳои хурдтари онро ба назар нагирифтём. Аз ин ҷо қимати ёфташудаи масоҳати майдон — адади 61,3521 тақрибист. Ҳарчанд кӯшиш намоем ҳам, қимати аниқии масоҳати майдонро ёфта наметавонем. ▶

Бигзор x қимати аниқии ягон бузургӣ бошад. Бо a ягон қимати тақрибии x -ро, ки аслан ба он хеле наздик аст, ишора менамоем. Дар чунин маврид мегӯянд, ки a тақрибан ба x баробар аст ва ин тавр менависанд: $a \approx x$.

Агар қимати тақрибии a аз ҳуди x хурд бошад, яъне $a < x$, фарқи $x - a$ мусбат мешавад. Дар ин ҳолат адади a қимати тақрибии адади x бо норасоӣ номида мешавад.

Агар қимати тақрибии a аз ҳуди x калон бошад, яъне $a > x$, фарқи $x - a$ манфӣ мешавад. Дар ин маврид адади a қимати тақрибии адади x бо барзиёдӣ номида мешавад.

Таъриф. Қимати мутлақи фарқи байни ададу қимати тақрибии он саҳви мутлақи қимати тақрибии адад номида мешавад.

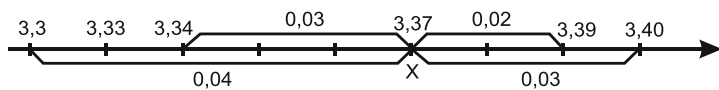
Фарқи мазкурро ба ҳарфи алифбои юнонии Δ («делта») ишора мекунем. Аз ин ҷо барои ифодаи саҳви мутлақи қимати тақрибӣ ё мухтасар, саҳви мутлақ баробарии зеринро ҳосил мекунем:

$$\Delta = |x - a|.$$

Мисоли 2. Бигзор қимати аниқии x ба 3,37 баробар буда, ададҳои $a = 3,3$; $b = 3,4$; $c = 3,39$ ва $d = 3,34$ чор қимати тақрибии x бошанд. Саҳви мутлақи ин чор ададро ҳисоб мекунем:

$$\begin{aligned} \blacktriangleleft 1) \Delta &= |3,37 - 3,3| = 0,04; & 2) \Delta &= |3,37 - 3,4| = 0,03; \\ 3) \Delta &= |3,37 - 3,39| = 0,02; & 4) \Delta &= |3,37 - 3,34| = 0,03. \end{aligned}$$

Ададҳои a ва d қиматҳои тақрибии адади 3,37 бо норасоӣ ва ададҳои b ва c қиматҳои тақрибии адади 3,37 бо барзиёдӣ мебошад. Ададҳои ҳосилшударо дар тири ададӣ қайд мекунем (расми 28).



Расми 28.

Аз қиматҳои ёфташуда ҳамонош беҳтарин ҳисобида мешавад, ки аз дигарон хурд бошад. Бо ибораи дигар, аз чор натиҷаи ёфташуда ҳамонош беҳтарин ҳисобида мешавад, ки агар ба 3,37 аз ҳама наздиктар ҷойгир бошад. Аз расми 28 маълум аст, ки адади 3,39 чунин аст. ►

704. Масоҳати квадратро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафаш ба а) 1,5 м; б) 2,34 м; в) 12,01 м; г) 0,561 м баробар бошад.

705. Масоҳати росткунҷаро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафҳояш ба: а) 0,8 м ва 12 м; б) 0,6 м ва 1,62 м баробар бошад.

706. Периметри квадратро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафаш ба 5,65 см баробар бошад.

707. Периметри росткунҷаро ҳисоб кунед, агар дарозии тарафҳояш ба: а) 0,64 м ва 18 см; б) 2,14 м ва 84 см баробар бошанд.

708. Ҳаҷми куби дарозии тегааш ба 1,21 м баробарро ёбед.

709. Бигзор қимати аниқи тарафи квадрат 5 метр бошад. Онро бо хаткашак чор маротиба чен карда, ҳар дафъа ададҳои гуногунро ҳосил намуданд: 4,96 см; 4,98 см; 4,99 см; 5,02 см. Масоҳати квадратро ёфта, саҳви мутлақи онро дар чор ҳолат муайян созед.

710. Аз рӯйи графики функсияи $y = x^2$ (расми 26) қимати тақрибии $y = x^2$ -ро ҳангоми $x = -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{4}$ будан ҳисоб кунед.

711. Аз рӯйи графики функсияи $y = x^3$ (расми 27) қимати тақрибии $y = x^3$ -ро ҳангоми $x = 0,4; 1; 2,4$ будан ёбед.

712. Кадоме аз чор қимати тақрибии адади π беҳтарин аст: а) 3,141; б) 3,142; в) $3\frac{1}{7}$; г) $3\frac{10}{71}$?

713. Дар суммаи $\frac{2}{3} + \frac{5}{14} + \frac{2}{7}$ сурати ҳар як касрро ба махраҷаш тақсим намуда, дар касрҳои даҳии ҳосилшуда, баъд аз вергул дутогӣ рақамро монда, рақамҳои минбаъдaro партофтанд. Саҳви мутлақи суммаро ёбед.

714. Қимати аниқи адади 12,28-ро бо қиматҳои тақрибии он 12,2 ва 12,3 иваз намуданд. Дар кадом маврид қимати тақрибӣ бо барзиёдӣ ва дар кадом маврид бо норасоӣ омадааст?

715. Адади x ва якчанд қимати тақрибии он дода шудаанд. Ҳамаи ин ададҳоро дар тири координатӣ тасвир кунед. Кадоме аз

инҳо бо норасоӣ гирифта шудаасту кадомаш бо барзиёдӣ? Дар ҳар як ҳолат саҳви мутлақро ҳисоб кунед:

а) $x = 6,78$; $a = 6,70$; $b = 6,83$; $c = 6,80$; $d = 6,73$;

б) $x = -0,8$; $a = -1,3$; $b = 0,2$; $c = 0,1$; $d = 1,0$.

Машқҳо барои тақрир

716. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{2^3 \cdot 2^6 \cdot 3}{2^7}$; б) $\frac{4^2 \cdot 4^6 \cdot 5}{4^8}$; в) $\frac{3^6 \cdot 3^{18}}{6^{18} \cdot 4^{10}}$.

717. Якаъзогири дар шакли стандартӣ нависед:

а) $-10x^2y \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$; б) $-0,4a^3b \cdot (-2ab^2)$.

718. Нуқтаи буриши хатҳои ростро маълум кунед:

а) $y = -\frac{3}{2}x + 5$ ва $y = -\frac{3}{2}x + 3$; б) $y = -x$ ва $y = \frac{x-1}{3}$.

719. Нуқтаҳои буриши хати ростро бо тирҳои координатӣ ёбед:

а) $y = \frac{3}{4}(x - 12)$; б) $y = -0,8x + 3,2$.

720*. Оё нуқтаҳои А (2; -4) ва В (-3; 6) дар як хати ростии бо хати ростии $y = x + 2$ параллел ҷойгиранд?

9.2. Саҳеҳии ченкунӣ. Саҳви нисбӣ

Бигзор мо бо хаткашак дарозии ягон порчаи хати ростии варақи дафтари ҳисобро чен кардем. Дар ин ҳолат метавонем изҳор намоем, ки саҳви ченкунӣ аз 1 см зиёд намешавад. Дар ҳароратсанҷи тиббӣ, ки тақсимоҷояш пас аз ҳар 1° қайд шудаанд, саҳв аз 1° зиёд нест. Агар бо тарозуи тақсимоҷаш 10 г ягон борро баркашем, аниқ медонем, ки вазни бор, масалан, аз 450 г хурду аз 460 г зиёд нест. Дар ҳамаи мисолҳои дар боло овардашуда қимати аниқи саҳви бузургии ченшаванда метавонад, мувофиқан ба 1 см; 1° ё 10 г баробар шавад, метавонад аз онҳо хурд бошад.

Таърифи 1. Агар a қимати тақрибии адади x буда, адади h чунин бошад, ки саҳви мутлақи қимати тақрибии a аз h зиёд набошад, яъне $|x - a| \leq h$ шавад, он гоҳ мегӯянд, ки адади a қимати тақрибии адади x бо саҳеҳии то h аст. Адади h сарҳади саҳви мутлақ номида мешавад.

Мисоли 1. Адади аниқи $x = 5,362307$ ва қимати тақрибии он 5,36 дода шудаанд. Барои он саҳви мутлақро аниқ месозем.

◀ Саҳви мутлақ ба $h = |5,362307 - 5,36| = 0,002307$ баробар аст. Адади ҳосилшуда дар байни ҳамаи ададҳои, ки онҳоро ба сифати сарҳади саҳви мутлақ қабул намудан мумкин аст, хурдтарин мебошад. Ба сифати h , масалан, ададҳои 0,0025 ё 0,003

ё ки 0,01-ро ё ҳатто 0,1-ро ҳам интиҳоб намудан мумкин аст, зеро барои ин ададҳо нобаробариҳои $0,002307 < 0,0025 < 0,003 < 0,01 < 0,1$ дуруст аст.

Ба сифати h инчунин адади 0,0024-ро низ қабул намудан мумкин, вале адади 0,0021-ро қабул намудан мумкин нест, чунки барои он нобаробарии $0,002307 > 0,0021$ ҷой дорад. ►

Саволе ба миён меояд, ки саҳви мутлақи ҳосилшуда кадом ҳисса ё чанд фоизи адади тақрибиро ташкил додааст. Умуман, барои ба сифати ченкунӣ хубтар баҳо додан, мафҳуми саҳви нисбии қимати тақрибӣ ё мухтасар, саҳви нисбӣ дохил карда мешавад.

Мисоли 2. Ғафсии қабати шишаи тиреза 1 (см) ва дарозии мизи кориро d (см) бо саҳеҳии то 0,1 см чен карда, натиҷаҳои зеринро ҳосил намуданд: $l \approx 0,5$; $d \approx 200$.

◄ Гарчанде ғафсии қабати шиша ва дарозии мизи корӣ аниқ набошанд ҳам, маълум аст, ки саҳви мутлақи ин ченкунӣ аз 0,1 см зиёд нест. Вале агар 0,1 см аз 5 як ҳиссаи ғафсии қабати шишаро ташкил диҳад, пас вай ба аз 2000 як ҳиссаи дарозии мизи корӣ баробар аст. Агар дар амалия барои мизи корӣ бо саҳеҳии то 0,1 см ёфтани дарозиаш қаноатбахш ҳисоб ёбад, ин барои шишаи тиреза ҳаргиз қобили қабул нест. ►

Таърифи 2. Нисбати саҳви мутлақи қимати тақрибӣ ба қимати мутлақи қимати тақрибии он саҳви нисбии қимати тақрибӣ ё саҳви нисбӣ ном дорад.

Саҳви нисбиро бо ҳарфи алифбои юнонии ω («омега») ишора менамоем:

$$\omega = \frac{|x-a|}{|a|}.$$

Саҳви нисбиро одатан, бо фоиз ифода менамоем.

Мисоли 3. Қимати тақрибии адади 2,46 ба 2,4 баробар аст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибиро ҳисоб мекунем:

◄ Саҳви мутлақ $\Delta = |2,46 - 2,4| = 0,06$ аст. Саҳви нисбиро меёбем:

$$\omega = \frac{|x-a|}{|a|} = \frac{0,06}{2,4} = \frac{6}{240} = \frac{100}{100} \cdot \frac{1}{40} = \frac{100}{40} \% = 2,5\%. \quad \blacktriangleright$$

Барои ҳисоб кардани саҳви нисбӣ ба ғайр аз қимати тақрибӣ, донишмандони саҳви мутлақ низ зарур аст. Одатан саҳви мутлақ номаълум аст, бинобар ҳамин муайян намудани саҳви нисбӣ низ ғайриимкон аст. Дар чунин маврид бо баҳо додани саҳви нисбӣ маҳдуд шудан мумкин.

Ба ҳалли мисоли 2 бармегардем. Дар натиҷаи ченкунӣ ёфтем, ки $l \approx 0,5$ бо саҳеҳии то $0,1$ аст, яъне саҳви мутлақи ченкунӣ аз $0,1$ зиёд нест.

Аз ин ҷо саҳви нисбӣ аз $\frac{0,1}{0,5} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$ хурд ё ба он баробар аст. Яъне, вай аз 20% зиёд нест.

Айнан ҳамин тавр ёфтани мумкин аст, ки саҳви нисбии адади тақрибии ҳангоми ченкунии дарозии мизи корӣ ҳосилшуда аз адади $\frac{0,1}{200,0} = \frac{1}{2000} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{20} = 0,05\%$ зиёд намешавад.

Аз ду қимати тақрибии ҳамон як адад ҳамонаш аниқ шумурда мешавад, агар саҳви нисбиаш камтар бошад. Дар мавриди мисоли 2 гуфтан мумкин аст, ки ғафсии қабати шиша бо саҳеҳии нисбии то 20% чен карда шудааст ё дарозии мизи корӣ бо саҳеҳии нисбии то $0,05\%$ чен карда шудааст. Ба ибораи дигар, дарозии мизи корӣ, аз ғафсии қабати шиша дида, аниқтар чен карда шудааст.

721. Қимати тақрибии адади: а) $5,3$; б) $8,5$, мувофиқан ба 5 ва ба 7 баробар аст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибро ёбед.

722. Адади x бо қимати тақрибиаш a иваз шудааст. Дар ҳар маврид ду қиматро нишон диҳед, ки аз сарҳади саҳви мутлақ берун набошад: а) $x = 3,73302$; $a = 3,745$; б) $x = 0,1684$; $a = 0,1$.

723*. Адади x дода шудааст. Адади a қимати тақрибии он бо саҳеҳии то h мебошад. Адади a кадом қиматҳоро қабул карда метавонад? а) $x = 5,82$; $a = 0,8$; б) $x = -3,43$; $a = 0,6$?

724. Адади $0,188$ бо адади тақрибии $0,2$ иваз карда шудааст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибӣ ёфта шавад.

725. Адади $2,8627$ бо адади $2,8$ иваз карда шудааст. Саҳви нисбии ин ивазкунӣ ёфта шавад.

726. Масофари аз Душанбе то шаҳри Бохтар ва то маркази ноҳияи Лахш бо саҳеҳии то $0,1$ км чен карда, натиҷаҳои зеринро ҳосил намуданд: то маркази шаҳри Бохтар — $99,6$ км, то маркази ноҳияи Лахш — $284,4$ км. Саҳви нисбиро дар ҳар ду маврид ёбед.

727. Ғафсии мӯйи сари одаму дарозии роҳ аз шаҳри Душанбе то шаҳри Москваро чен карда, қиматҳои зеринро ҳосил намуданд: $0,15$ мм (бо саҳеҳии то $0,01$ мм) ва $4088,2$ км (бо саҳеҳии то 100 м). Саҳви мутлақи ин ченкуниҳоро ҳисоб кунед.

728. Дар тарозуи ҳассос $2,5$ кг ордро (бо саҳеҳии то 10 г) ва 15 кг биринҷро (бо саҳеҳии то 5 г) баркашиданд. Кадоме аз баркашҳо аниқтар аст?

Машқҳо барои такрор

729. Суммаи ду адад 80 буда, яке аз онҳо аз дигараш 4 баробар калон аст. Ин ададҳоро ёбед.

730. Аз шаҳри Хоруғ ба самти ноҳияи Мурғоб автобус бо суръати 36 км/соат, ба роҳ баромад. Баъди ду соат аз ноҳияи Мурғоб ба самти Хоруғ мошини сабукрав равон шуд, ки суръаташ 52 км/соат буд. Агар дарозии роҳ аз маркази ноҳияи Мурғоб то шаҳри Хоруғ 336 км бошад, мошинҳо дар кадом масофа аз шаҳри Хоруғ бо ҳам вохӯранд?

731. Ҳисоб кунед:

а) $2\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{8}\right)$; б) $\left(1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{12}{13}$.

732. Функсияи хаттиро нависед, ки графикаш бо тирӣ абсиссаҳо параллел буда, аз он дар масофаи: а) 4 воҳид ба боло; б) 3 воҳид ба поён ҷойгир бошад.

9.3. Яклухткунӣ ададҳо.

Аломатҳои даҳӣ ва рақамҳои қурбнок

Ба яклухткунӣ касрҳои даҳӣ мо ҳанӯз аз синфи 5 ошноем (ниг. ба китоби дарсии «Математика» барои синфи 5-ум).

Касрҳои даҳӣ аз қисмҳои бутун ва касри иборатанд. Бо воситаи рақамҳои пеш аз вергул ва пас аз вергул омада онҳоро ба разрядҳо ҷудо мекунанд. Рақами аввали самти чапи вергул *якиҳо*, рақами дуюм *даҳиҳо*, рақами сеюм *садиҳо* ва ғайраро ифода менамояд. Аз самти рости вергул ҳиссаҳои *даҳякӣ*, баъд *садякӣ*, пас аз он *ҳазорякӣ* ва ғайра навишта мешаванд. Агар дар ҷойи разряди адад рақами нул омада бошад, ин маъно ба нул баробар будани ҳамин разрядро дорад.

Масалан, адади 0,2045 аз 2 даҳякӣ, 0 садякӣ, 4 ҳазорякӣ, 5 даҳҳазорякӣ иборат аст. Қисми бутуни адади 278,0005 аз 2 садӣ 7 даҳӣ ва 8 якӣ иборат аст. Қисми касрии он ҳамагӣ 5 даҳҳазорякиро дар бар мегирад.

Баъзан лозим меояд, ки аз самти рост як ё якчанд рақам партофта шавад. Бо вучуди ин рақамҳои нигоҳдошташаванда ё бетағйир мемонанд, ё ки яке аз онҳо ба як қимат зиёд карда мешавад. Дар чунин ҳолат мегӯянд, ки *касри даҳӣ яклухт карда шудааст*. Агар адад то разряди садиҳо, даҳиҳо, якиҳо, даҳякиҳо, садякиҳо яклухт карда шуда бошад, мегӯянд, ки адади мазкур, мувофиқан, бо саҳеҳии то 100; 10; 1; 0,1; 0,01 ва ғайра дода шудааст.

Масалан, адади 386-ро бо саҳеҳии то садиҳо: а) бо барзиёдӣ; б) бо норасой яклухт намуда, ададҳои: а) 400; б) 300-ро соҳиб мешавем.

Адади 3,02145-ро бо саҳеҳии то 0,1 бо норасой яклухт намуда, адади 3-ро ҳосил менамоем. Онро то саҳеҳии 0,01 бо барзиёдӣ яклухт намуда, адади 3,02-ро ҳосил мекунем ва ғайра.

Ҳамин тавр, барои ададро то разряди додашуда бо барзиёдӣ яклухт намудан, ҳамаи рақамҳои онро, ки аз ҳамин разряд дар рост навишта шудаанд, ба нулҳо иваз карда, рақами разрядро як воҳид зиёд бояд кард.

Масалан, адади 2,30754-ро бо саҳеҳии то: а) 1; б) 0,1; в) 0,01; г) 0,001; ғ) 0,0001; д) 0,00001 бо барзиёдӣ яклухт намуда, ададҳои: а) 3; б) 2,4; в) 2,31; г) 2,308; ғ) 2,3076; д) 2,30754-ро ҳосил мекунем.

Барои ададро то разряди додашуда бо норасой яклухт намудан, ҳамаи рақамҳои онро, ки аз ҳамин разряд дар рост навишта шудаанд ба нулҳо иваз карда, рақами разрядро бетағйир мондан лозим аст.

Масалан, адади 4,307541-ро бо саҳеҳии то: а) 1; б) 0,1; в) 0,01; г) 0,001; ғ) 0,0001; д) 0,00001 бо норасой яклухт намуда, ададҳои: а) 4; б) 4,3; в) 4,30; г) 4,307; ғ) 4,3075; д) 4,30754-ро ҳосил мекунем.

Қоидаи яклухткунӣ. Барои то разряди додашуда яклухт намудани адад, ҳамаи рақамҳои аз ҳамин разряд дар рост бударо бо нулҳо иваз кардан лозим аст. Агар рақами якуми ивазшуда ба 0, 1, 2, 3 ва 4 баробар бошад, пас рақами разряди мазкур бетағйир мемонад. Агар рақами якуми партофташуда 5 ё аз 5 калон бошад, яъне ба 5, 6, 7, 8 ё 9 баробар бошад, рақами разряд як воҳид зиёд карда мешавад.

Ҳамин тавр, агар рақами аввалини самти рости адади ивазшаванда ба 0, 1, 2, 3, 4 баробар бошад, адад бо норасой ва агар ба 5, 6, 7, 8, 9 баробар бошад, бо барзиёдӣ яклухт карда мешавад.

◀ **Мисоли 1.** Адади 5,409731-ро то яқиҳо, даҳяқиҳо, саяқиҳо ва ҳазоряқиҳо яклухт менамоем. Ҷавоб: 6; 5,4; 5,41; 5,410; 5,4097. ▶

Таърифи 1. Ҳамаи рақамҳои касри даҳӣ, ки аз вергул дар рост ҷойгиранд, аломатҳои даҳии адад ном доранд.

Масалан, ададҳои 19,025; 0,54; 631,2; 5,04005 мувофиқан 3; 2; 1 ва 5-тоғӣ аломати даҳӣ доранд. Аломати якуми даҳӣ ба разряди даҳякӣ, аломати дуҷуми даҳӣ ба разряди саякӣ ва ғайра мувофиқанд.

◀ **Мисоли 2.** Ададҳои 12,3457; 367,075; 4208,432-ро то ду аломати даҳӣ яклухт мекунем: 12,35; 367,08; 4208,43. ▶

Мисоли 3. Адади 5-ро ба 34 тақсим намуда, натиҷаи тақсимро бо саҳеҳии то 0,001 ёфта, онро то даҳякӣ яклухт мекунем.

◀ Маълум, ки $\frac{5}{34} \approx 0,147$ аст. Агар адади 0,147-ро аввал то садякӣ, баъд даҳякӣ яклухт намоем, паси ҳам ададҳои 0,15 ва 0,2-ро ҳосил мекунем. Агар адади 0,147-ро яку якбора то даҳякӣ яклухт намоем, натиҷаи дурусти 0,1 ҳосил мешавад. ►

Таърифи 2. Ҳамаи рақамҳои адад, ба ғайр аз нулҳои дар самти чапи нахустин рақами ғайринулии он чойгирифта рақамҳои қурбнок ё боэтимод ном доранд.

Масалан, ададҳои 230,04; 0,0507; 1,00302; 0,003; 250000; 18,23020; 35; 410 мувофиқан 5; 3; 6; 1; 6; 7; 2; 3-тоғи рақами қурбнок доранд.

◀ **Мисоли 4.** Ададҳои 24,7286; 210,074; 4800,396; 72,103-ро то 4 рақами боэтимодашон яклухт мекунем:
24,73; 210,1; 4800; 72,10. ►

733. Ададҳоро хонед: 23156; 42707; 107601; 807708; 1239671; 700203031.

734. Касрҳои даҳиро хонед: 1,5; 2,63; 23,156; 421,97; 24,003; 196,320; 1873,6541.

735. Касрҳоро то садихо, даҳихо, якиҳо яклухт кунед: 478,672; 980,2; 1998,1; 4035,6; 12,404; 125,567.

736. Ададҳоро то садихо, даҳихо, якиҳо, даҳякиҳо, садякиҳо, ҳазорякӣ яклухт кунед: 8640,90754; 806,4724; 651,2567; 5,03472; 7530,70626; 199,6324570; 4567,3456; 100078,20371.

737. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо барзиёди яклухт кунед: 4,236 4; 12,567; 1,219; 41,453; 73; 867; 54,20130.

738. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо норасой яклухт кунед: 7,363; 12,174; 63,216; 45,4054; 21,387.

739. Адади 24,209813-ро то якиҳо, даҳякӣ, садякӣ ва ҳазорякӣ яклухт кунед.

740. Шумораи аломатҳои даҳии ададро муайян кунед:
1,1; 1,01; 2,0104; 21,00305; 0,36781; 0,2030203.

741. Ададҳои 21,4567; 738,245; 5402,362; 1305,45032; 5,678910-ро то ду аломати даҳӣ яклухт кунед:

742. Шумораи рақамҳои қурбноки ададро муайян кунед:
224,001; 103,0014; 23,0001; 0,00004; 0,10101042167.

743. Ададҳои 36,564; 241,319; 510,062; 5600,875; 72,403-ро то 3 рақами қурбнок яклухт кунед.

Машқҳо барои тақрир

744. Дар муддати 3 соату 20 дақиқа поезд 200 км масоваро тай намуд. Вай бо ҳамин суръат дар муддати 2 соату 30 дақиқа кадом масофаро тай мекунад?

745. Ҳаҷми порчаи санги массааш 535,5 г ба 63 см³ баробар аст. Агар массаи пораи санг ба: 459 г; 884 г баробар мебуд, ҳаҷми он ба чӣ баробар мешуд?

746. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $0,4 + 0,6 \cdot \left(\frac{1}{2} : 2 - 3\right) + 2\frac{1}{2}$; б) $0,4 + 0,2 \cdot \left(2 - 4 : \frac{3}{4}\right) - 2\frac{2}{3}$.

747. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{6^7 \cdot 7^8 \cdot 4^{15} \cdot 3^2}{42^7 \cdot 12^2 \cdot 4^7}$; б) $\frac{625 \cdot 44^5 \cdot 3^7}{27^3 \cdot 11^3 \cdot 2^{10} \cdot 5^4}$.

СУПОРИШҶОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ Ш

Ба параграфи 7

748. Асос ва нишондиҳандаи дараҷаро нишон диҳед:

5^3 ; $1,2^7$; $0,4^3$; $(-3)^6$; $(-30)^{31}$; 1.

749. Ададҳоро дар шакли квадрати ягон адад нависед:

49; 144; 169; 324; 961; 1225; 10000.

750. Ададҳоро дар шакли куби ягон адад нависед:

125; 216; 729; 1331; $-0,08$; $-0,064$.

751. Ҳосили зарбро ҳамчун дараҷа нависед:

а) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$; б) $\frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{3^2}$; в) $\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$.

752. Дараҷаро ҳамчун ҳосили зарб нависед:

а) 7^3 ; б) $(-5)^4$; в) $(0,4)^4$; г) $\left(2\frac{3}{5}\right)^4$.

753. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(-0,5)^3$; б) $(-2,5)^3$; в) $(0,8)^4$; г) $(0,03)^4$.

754. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $7 \cdot 2^5$; б) $6 \cdot 2^6$; в) $4 \cdot 3^4$.

755. Қимати ифодаро ёбед:

$2x^3 + 3x - 1$, агар $x = -4$; 2; 6; 5 бошад.

756. Ҳисоб кунед:

а) $10^2 - 5^3$; б) $(10 - 5)^3$; в) $-4 - (-1)^3$;
г) $8 \cdot 0,5^2 + 25 \cdot 0,2^2$; д) $0,2 \cdot 4^2 + 0,3 \cdot 2^4$; е) $4 \cdot (0,2)^3 + (0,2)^2$.

757. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{4 \cdot 4^2 \cdot 64}{4^6}$; б) $\frac{25 \cdot 5^3 \cdot 0,2}{5^4}$; в) $\frac{36 \cdot 6^4 \cdot 10}{36^2}$.

758. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $27^2 \cdot 3^4$; б) $3^4 \cdot 81^2$; в) $4^4 \cdot 256$; г) $5^3 \cdot 25$;
ф) $a^4 \cdot 4^2$; д) $a^3 \cdot 3^4 \cdot a$; е) $a^6 \cdot a^8 \cdot 16$; ё) $a^0 \cdot b^2 \cdot c^4$.

759. Ифодаи x^{36} -ро дар шакли ҳосили зарби ду дараҷаи асосҳояшон баробар нависед, ки яке аз онҳо чунин бошад:

а) x^{18} ; б) x^{24} ; в) x^{19} ; г) x^{35} .

760. Аз ҳамаи ҳолатҳои имконпазир истифода бурда, ифодаи x^6 -ро дар шакли ҳосили зарби дараҷаҳои асосҳояшон x нависед.

761. Ифодаро дар шакли дараҷа нависед:

а) $(0,7)^3 \cdot \frac{49}{100}$; б) $(0,6)^4 \cdot \frac{36}{100}$.

762. Дараҷаро дар шакли дараҷаи асосаш 4 нависед:

а) 2^{16} ; б) 8^4 ; в) 2^{64} ; г) 2^{100} .

763. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{2^3 \cdot 3^2}{4^4}$; б) $\frac{3^4 \cdot 4^3}{12^3}$; в) $\frac{2^6 \cdot 4^3}{10^5}$.

764. Дараҷаро ба дараҷа бардоред:

а) $(-8x^2y^3)^2$; б) $\left(-\frac{2}{5}m^2n^3\right)^3$; в) $(-a^2 \cdot a^n)^4$.

765. Ҳосили зарбро дар шакли дараҷа нависед:

а) $a^3 \cdot a^9 \cdot a^{12}$; б) $b^6 \cdot b^9 \cdot b^{15}$; в) $c^{11} \cdot c^{18} \cdot c^6$; г) $(-3x)^2 \cdot 3x \cdot 3$.

766. Ифодаро сода кунед:

а) $x^n : x^n$; б) $a^3 : a^n$; в) $y^{12} : y^7$; г) $z^n : z$.

767. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{4^8 \cdot 5^{10}}{4004} - \frac{6^4 \cdot 4^5}{576^2} - \frac{3^4 \cdot 7^5}{441^2}$; б) $\frac{(-2)^4 \cdot 64}{512} - \frac{(-3)^5 \cdot 81}{273} - \frac{8^3 \cdot 4^6}{2^{10} \cdot 1024}$.

768. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{3^4 \cdot 27 - 4^3 \cdot 16}{1163}$; б) $\frac{2^7 \cdot 3 + 3^7 \cdot 2}{1586}$; в) $\frac{5^4 \cdot 16 + 4^3 \cdot 25}{58 \cdot 5^2 \cdot 4^2}$.

769. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{a^m \cdot a^p \cdot a}{a^{m+1}}$; б) $\frac{b^4 \cdot b^n \cdot b^3 \cdot b}{b^{n+1}}$; в) $\frac{y^n \cdot y^4 \cdot 4}{2y^{n+4}}$; г) $\frac{c^4 \cdot c^n + x^3}{x^2 \cdot c^{9+x}}$.

Ба параграфи 8

770. Оё ифода якаъзоғӣ аст.

а) $6axb$; б) $-3a^2b$; в) $-xy + x^2$?

771. Якаъзоғиро дар шакли стандартӣ нависед:

а) $(-13)x \cdot 2 \cdot x^2$; б) $-1,3x^2 \cdot 4xy$; в) $(-2)^3 \cdot ab \cdot (-b)^2$.

772. Якаъзоғиро дар шакли стандартӣ нависед:

а) $0,24n^6 p^3 \cdot n^0$; б) $1\frac{3}{5} \cdot p \cdot 1\frac{3}{5}q$; в) $(-pq)^5$.

773. Коэффитсиенти якаъзоғиро муайян кунед:

а) $-\frac{1}{2}x^2y^3$; б) $-a^5 \cdot (-3,2)a$; в) -15 ; г) 0 .

774. Бари росткунча аз дарозиаш 6 маротиба хурд аст. Масоҳати росткунчаро бо формула ифода кунед.

775. Периметри квадратро 10 маротиба зиёд намуданд. Масоҳати квадрат чӣ гуна тағйир ёфт?

776. Яке аз тарафҳои росткунчаро n маротиба дароз карда, тарафи дигари онро n маротиба кӯтоҳ намуданд. Масоҳати росткунча чӣ гуна тағйир ёфт?

777. Якаъзоғиро ба квадрат бардоред:

а) $3ab$; б) $-3a^3b^2$; в) $2,4mn^4$; г) $\frac{3}{5} \cdot 15,5$.

778. Якаъзоғиро ба дараҷа бардоред:

а) $(3x^3y^4)^3$; б) $(-4a^5b^3)^3$; в) $(-0,1c^4d^4)^4$.

779. Якаъзоғиро ба дараҷа бардоред:

а) $(-1a^2b^3c)^6$; б) $(-ax^4y^3z^0)^{24}$; в) $(-m^7 \cdot n^{25} \cdot p^4)^0$.

780. Ҳавз 1624 л об дорад. Бо воситаи се қубури обпарто онро аз об ҳоли намудан мумкин аст. Дар ҳар дақиқа аз қубури якум 5 л, аз қубури дуум 4 л ва аз қубури сеюм 20 л об ҷорӣ мешавад. Агар ҳар се қубурро дар як вақт кушоанд, ҳавзро дар чанд вақт ҳоли намудан мумкин аст?

781. Дараҷаи якаъзоғиро муайян кунед:

а) $x^2y^3z^2$; б) xy^5a^1 ; в) $(-axy)^3$; г) $(-2abz)^4$.

782. Графики функцияҳоро дар як системаи координатӣ тасвир кунед:

а) $y = 2x^2$; б) $y = 3x^2$; в) $y = 2x^3$; г) $y = 3x^3$.

783. Дарозии тарафи квадрат ба: а) 0,5; б) 1,2; в) 4 воҳид баробар аст. Масоҳати квадратро ёбед.

784. Дарозии теғаи куб ба: а) 0,6; б) 1,2; в) 0,25 воҳид баробар аст. Ҳаҷми кубро ёбед.

Ба параграфи 9

785. Қимати аниқи тарафи квадрат 8 см аст. Онро бо хаткашак се маротиба чен карда, қиматҳои: 7,98 см; 8,02 см ва 8,01 см-ро ҳосил намуданд. Масоҳати квадратро ҳисоб намуда, саҳви мутлақи қимати тақрибиро дар се ченкунӣ муайян кунед.

786. Дар фарқи $\frac{3}{8} - \frac{4}{7}$ сурати ҳар як касрро ба махраҷаш тақсим намуда, дар касрҳои даҳии ҳосилшуда баъд аз вергул дутоғӣ рақамро боқӣ монда, рақамҳои минбаъдaro партоед. Саҳви мутлақи фарқро ёбед.

787. Қимати аниқи адад 16,42 аст. Онро бо адади тақрибии 16,4 ва 16,45 иваз намуданд. Дар кадом маврид қимати тақрибӣ бо барзиёди гирифта шудаасту дар кадом маврид бо норасоӣ?

788. Адади x ва қиматҳои тақрибии он дода шудаанд. Онҳоро дар тири координатавӣ тасвир кунед. Кадоме аз қиматҳои тақрибӣ бо норасоӣ гирифта шудаасту кадомаш бо барзиёди? Дар ҳар ду ҳолат саҳви мутлақро ёбед:

а) $x = 3,14$, $a = 3,18$, $b = 3,20$, $c = 3,15$;

б) $x = -0,6$, $a = -1$, $b = -0,8$, $c = 1,0$.

789. Адади x бо қимати тақрибии он a иваз карда шудааст. Дар ҳар чор маврид ду қиматеро нишон диҳед, ки аз сарҳади саҳви мутлақ берун набошанд:

а) $x = 1,47234$; $a = 1,472$; б) $x = 0,1850$; $a = 0,1$.

790. Адади 2,1236 бо адади 2,2 иваз карда шудааст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкунӣ ёфта шавад.

791. Масоҳати ноҳияи Данғара 2009,8 км² аст. Онро бо адади 2010 км² иваз намуданд. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкуниро ёбед.

792. Масофа аз шаҳри Панҷакент то шаҳри Хуҷанд 289,5 км аст. Ин масофаро 290 км қабул намуданд. Саҳви мутлақу саҳви нисбии ин адади тақрибӣ ёфта шавад.

793. Касрҳоро то садаҳо, даҳиҳо, якиҳо, даҳякӣ яклухт кунед: 673,7; 149,25; 665,24; 406,244; 567,765; 991,178; 1000,001.

794. Касрҳоро то даҳиҳо, якиҳо, даҳякӣ, садякӣ, ҳазорякӣ яклухт кунед: 12,346; 19,972; 15,256; 18,324; 13,045; 102,436; 82,12561.

795. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо барзиёди яклухт кунед: 3,257; 45,2631; 2,0103; 124,4503; 167,6530; 1,03541.

796. Ададҳоро бо саҳеҳии то 0,1; 0,01; 0,001 бо норасоӣ яклухт кунед: 6,273; 8,1245; 45,5679; 2,0103; 12,3876; 124,56065.

797. Олими машҳури Юнони қадим Архимед ба сифати қимати адади p қимати касри $\frac{22}{7}$ -ро қабул карда буд. Саҳви мутлақи ин қимати тақрибро то даҳҳазорякӣ яклухт кунед.

798. Шумораи аломатҳои даҳии адалдхоро ёбед:
2,4; 3,36; 0,0007; 7,0001; 256,458; 173,2056; 1250,54712.

799. Адалдҳои 45,321; 754,453; 5408,2034; 2806,5209; 1,423856-ро то ду аломати даҳӣ яклухт кунед.

800. Шумораи рақамҳои қурбнокӣ ададро ёбед:
403,01; 2003,3002; 0,000729; 0,52500; 0,3; 0,36; 2400000.

801. Адалдҳои 56,304; 762,001; 672,003; 3824,874; 72,10056-ро то 3 рақами қурбнок яклухт кунед.

ТЕСТИ 9

1. Бигзор $x = 1,64$ қимати аниқи бузургӣ буда, қимати тақрибии он 1,6 бошад. Саҳви мутлақи ин наздиксозиро ёбед.

A) 0,4; B) -0,04; C) 0,04.

2. Бигзор $y = 3,24$ қимати аниқи бузургӣ буда, 3,2 қимати тақрибии он бошад. Саҳви нисбии ин наздиксозиро ёбед.

A) 25%; B) 0,25%; C) 1,25 %.

3. Адади 6,45 бо адади 6,4 иваз карда шуд. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкуниро ёбед:

A) 0,05 ва 0,78%; B) 0,04 ва 0,75 %; C) 0,06 ва 0,87.

4. Адади 0,362307 бо адади 2,36 иваз карда шудааст. Адади хурдтаринеро нишон диҳед, ки он сарҳади саҳви мутлақро ифода месозад.

A) 0,002308; B) 0, 00231; C) 0,002307.

5. Адади $x = 8,47$ дода шудааст. Адади a дар кадом фосила тағйир ёфта метавонад, агар қимати тақрибии он саҳви мутлақи қиматаш 0,1-ро соҳиб бошад?

A) $8,47 \leq a \leq 8,57$; B) $8,37 \leq a \leq 8,57$; C) $8,37 \leq a \leq 8,47$.

6. Адади 8,364 бо қимати 8,4 иваз карда шудааст. Саҳви нисбии ин ивазкуниро ёфта, сарҳади саҳви нисбиро аниқ созед.

A) $\frac{3}{7}$ ва 1; B) $\frac{3}{7}$ ва адади аз $\frac{3}{700}$ калон; C) $\frac{2}{15}$ ва 0,01.

7. Адади 7,40952-ро то саҳеҳии 0,001 бо норасой яклухт кунед:

A) 7,40; B) 7,4095; C) 7,409.

8. Адади 7,40952-ро то саҳеҳии 0,001 бо барзиёӣ яклухт кунед:

A) 7,41; B) 7,410; C) 7,4096.

9. Адади 2,03004 чандто аломати даҳӣ дорад?

A) 2-то; B) 3-то; C) 5-то.

10. Адади 0,010203 чандто рақами боэтимод дорад?

A) 5-то; B) 6-то; C) 7-то.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Корҳои амалии ченкунӣ, аз ҷумла ёфтани масоҳати майдони квадратшакл дар замонҳои хеле қадим ба ёфтани квадрати адад асос гузошт. Шояд зарурати ёфтани чунин масоҳатҳо зуд-зуд ба миён меомад, ки донишмандони онвақта барои иҷроишашон ҷадвалҳои квадратҳои ададҳои натуралиро тартиб дода буданд.

Махсусан дар Бобулистони Қадим, ки гаҳвораи тамаддуни башарӣ ба ҳисоб меравад, ҷадвалҳои нақши хосса доштанд. Дар ин сарзамин ҷадвалҳои ададҳои аз 1 то 60 ба кор бурда мешуданд, зеро дар баробари корҳои ченкунӣ, мардум ба ҳисоби рӯзҳо ва чен кардани бузургии дараҷаи кунҷ эҳтиёҷ дошт. Кофтуковҳои археологӣ собит сохтанд, ки ҷадвалҳои нахустини квадрати ададҳои ҳанӯз 4000 сол пеш дар Байнаннаҳрайн вучуд доштанд. Пораеро аз ин дарёфтҳо дар навишти ҳозира меорем:

$$\begin{array}{llll} 6^2 = 36; & 8^2 = 1; & 4; & 11^2 = 2; & 1; & 19^2 = 6; & 1; \\ 7^2 = 49; & 9^2 = 1; & 21; & 12^2 = 2; & 24; & 58^2 = 56; & 1. \end{array}$$

Агар мо системаи ҳисоби шастиро истифода барем, ин навиштаҳо фаҳмо мешаванд. Дар навиштаҳои боло рақамҳои аввали пеш аз нуқта бо вергул омада ҳамчун воҳидҳои разряди дуҷуми 60 воҳиди разряди якумро дарбаргиранда фаҳмида мешаванд:

$$8^2 = 1 \cdot 60 + 4; \quad 9^2 = 1 \cdot 60 + 21; \quad 11^2 = 2 \cdot 60 + 1 \text{ ва ғайра.}$$

Бо ҳамин заминаи амали бадараҷабардорӣ дар замонҳои қадим гузошта шуд.

Ишораҳои барои ифодаи квадрат, куб ва дараҷаҳои болотари адади натуралӣ низ аввал дар Мисри қадим, баъд дар Осиёи Миёнаву Ҳиндустон пайдо шуданд. Математики машҳури асримиёнагии самарқандӣ Ғиёсиддин Чамшеди Кошонӣ (ал-Кошӣ) дараҷаи чоруми ададро ҳамчун квадрати квадрат, дараҷаи панҷуми онро ҳамчун квадрати куб, дараҷаи шашуми ададро ҳамчун куби куб ва ғайра номидааст.

Солҳои зиёде гузашт, то олимони барои навиштани хондани дараҷаҳои ишоратҳои то имрӯз истифодашавандаро қабул намоянд. Ишоратҳои a^2 ; a^3 ; a^4 ва ғайраро бори аввал олими фаронсавӣ Р. Декарт (соли 1637) қабул намуда буд. Олими машҳури англис И. Нютон барои ифодаи дараҷаи нишондиҳандаш n ишорати a^n -ро истифода бурдааст. Калимаи «нишондиҳанда»-и дараҷа бо номи олими немис М. Штифел (1496–1567) марбут аст. Дараҷаи нулиии ададро бори аввал ал-Кошӣ қабул намуд ва ин баъд аз ду аср ба аврупоиён маълум гашт. Қоидаи муосири навишти дараҷаҳо бошад, аз асри XVII оғоз ёфтааст.

БОБИ IV. БИСЁРАЪЗО

§ 10 . СУММА ВА ФАРҚИ БИСЁРАЪЗОҲО

10.1. Бисёраъзо ва шакли стандартии он

Ифодаи $3xy^2 - 6xy^2 + y^2 - 3$ аз суммаи якаъзоҳои $3xy^2$, $-6xy$, y^2 ва -3 иборат аст. Чунин ифода бисёраъзо ном дорад.

Таъриф. Суммаи якчанд якаъзоро бисёраъзо меноманд.

Якаъзоҳое, ки бисёраъзоро ташкил додаанд, *аъзои бисёраъзо* номида мешаванд. Аъзои бисёраъзои додашуда якаъзоҳои, $3xy^2$, $-6xy^2$, y^2 ва -3 мебошанд.

Агар бисёраъзо аз ду узв иборат бошад, онро дуъзо, агар аз се аъзо иборат бошад сеъзо ва ғайра меноманд. *Якаъзоро ҳамчун бисёраъзо аз як узв иборат ҳисобидан мумкин аст.*

Дар бисёраъзои $7 - 2a^2b - ab + ab - 3$ аъзои $-2a^2b$ ва a^2b бо ҳам монанд мебошанд, зеро онҳо дорои ҳамон як қисми умумии ҳарфӣ буда, танҳо бо коэффитсиентҳои фарқ мекунанд. Аъзои 7 ва -3 низ ҳамчун ҷамъшавандаҳои бе қисми ҳарфӣ, бо ҳам монанд мебошанд. Ҷамъшавандаҳои монанди бисёраъзоро аъзои монанди бисёраъзо меноманд. Агар дар бисёраъзо ислоҳи ҷамъшавандаҳои монанд гузаронида шавад, мегӯянд, ки *аъзои монанди бисёраъзо ислоҳ карда шудаанд.*

Мисоли 1. Дар бисёраъзои $3a^2b + 5 + 3ab^2 - 5a^2b - 9$ аъзои монандро ислоҳ мекунем:

$$\begin{aligned} \blacktriangleleft 3a^2b + 5 + 3ab^2 - 5a^2b - 9 &= (3a^2b - 5a^2b) + 3ab^2 + (5 - 9) \\ &= -2a^2b + 3ab^2 - 4. \end{aligned}$$

Ҳар як аъзои бисёраъзои $-2a^2b + 3ab^2 - 4$ якаъзоҳое мебошанд, ки дар шакли стандартӣ навишта шуда, бо ҳам монанд нестанд. Дар чунин маврид мегӯянд, ки *бисёраъзо дар шакли стандартӣ навишта шудааст* ►

Дар мисолҳои мушаххас нишон додан мумкин аст, ки бисёраъзои дилхоҳро ба шакли стандартӣ табдил додан мумкин аст. Барои ин ҳар як узви онро дар шакли стандартӣ навишта, аъзои монандро ислоҳ намудан зарур мебошад.

Мисоли 2. Бисёраъзои $(2m)^2 \cdot n^2 - 3 + n^2 \cdot m - (nm)^2 - mn^2$ -ро дар шакли стандартӣ менависем:

$$\begin{aligned} \blacktriangleleft (2m)^2 \cdot n^2 - 3 + n^2 \cdot m - (nm)^2 - mn^2 &= (4m^2 \cdot n^2 \\ + (n^2 \cdot m - m \cdot n^2) - 3 &= 3m^2 \cdot n^2 - 3. \blacktriangleright \end{aligned}$$

Аъзoi бисёраъзoi бху³ - x²y² - y⁵ + 15 якъзоҳое мебошанд, ки дараҷаҳои мувофиқан 4; 4; 5 ва 0 мебошанд. Калонтарини онҳо адади 5 дараҷаи бисёраъзо-ро ифода мекунад. Ҳамин тавр, дараҷаи бисёраъзoi дар шакли стандартӣ навишташуда дараҷаи калонтарини якъзоҳoi он мебошад. Масалан, дараҷаи бисёраъзoi (xy)⁰ + x²y - 6y² ба 3 баробар аст. Дараҷаи бисёраъзoi 2,5 + 7² ба 0 баробар аст.

Мисоли 3. Нишон медиҳем, ки дараҷаи бисёраъзoi $4a^4 - a^2b^2 - a^4 - 2a^4 + a^2b^2 - 1$ ба 4 баробар аст.

◀ Бисёраъзoi додашударо ба шакли стандартӣ меорем:

$$4a^4 - a^2b^2 - a^4 - 2a^4 + a^2b^2 - 1 = (4a^4 - a^4 - 2a^4) - (a^2b^2 - a^2b^2 + 1) = a^4 - 1.$$

Азбаски дараҷаи бисёраъзoi $a^4 - 1$ ба 4 баробар аст, пас дараҷаи бисёраъзoi додашуда низ 4 аст. ►

Дар корҳои амалӣ лозим аст, ки шакли бисёраъзoi аз як тағйирёбанда иборат бударо донем.

Ифодаи намуди $ax + b$ ё вобастагии хаттӣ (п. 14) дуаъзoi дараҷаи як аст. Масалан, ифодаҳои $3x + 2$; $-x + \frac{1}{2}$ мисолҳои чунин дуаъзоанд.

Ифодаҳои $7x^2 + 6$; $-\frac{1}{2}x^3 - 5$; $-x^4 - \frac{1}{3}x^2$, мувофиқан мисолҳои дуаъзоҳои дараҷаи 2; 3 ва 4 мебошанд.

Сеаъзoi дараҷаи ду намуди $ax^2 + bx + c$ -ро дорад.

Масалан, $2x^2 - x + 3$ ва $-\frac{2}{3} \cdot 2x^2 + 2x - 1$. Ифодаи мазкурро сеаъзoi квадратӣ низ меноманд.

Бисёраъзoi дараҷаи n гуфта, ифодаи намуди зеринро меноманд:

$$a_n x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0.$$

Дар ин ҷо ҳарфҳои $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ба ададҳои дилхоҳ баробар шуда метавонанд, вале шарт аст, ки $a_n \neq 0$ бошад.

Масалан, ифодаҳои: $x^{10} + 8x^5 - 1$ сеаъзoi дараҷаи 10; $x^{15} - x^{14} + x^8 + 6$ чораъзoi дараҷаи 15 ва $x^{2n} - x^n + 3$ сеаъзoi дараҷаи $2n$ мебошанд.

802. Аз байни ифодаҳо: а) дуаъзо; б) сеаъзoi чундо кунед:

а) $3x^3 + 2$; б) $-2x^2 + x$; в) $x^3 - x + 2\frac{1}{3}$; г) $-3\frac{1}{3}x^2 + 4x - 16$.

803. Кадоме аз ифодаҳо бисёраъзо нест:

а) $xy + x + y$; б) $2^x + x + y$; в) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - 1$; г) $\frac{6}{xy} - 30$.

804. Аъзои монандро ислоҳ кунед:

а) $-2x^4 + 3xy + x^4 - 3xy$; б) $-x^4 - 3y + x^4 + 2y - 5 + 3y$;
в) $6a^2b - b^2 - b^3 - a^2b^2 + b^2$; г) $3c^2 - cx^3 - c^4 + cx^3 - 2c^2 + 4$.

805. Бисёраъзоро ба шакли стандартӣ биёред:

а) $-3x^3 + 2x^2 + 2x^3$; б) $2mm^2 + m^2 - 2m^3 + m^2$;
в) $n^4 - 2m^3 + m^2 + 2m^3 - n^4$.

806. Бисёраъзоро ба шакли стандартӣ биёред:

а) $2a^2x^5 - x^3a^3 - 2x^3a^2 + x^3$;
б) $3p^3x^2 - px^2 - p^4 - 2p^3x^2 + 2x^2p + p^4 - x^2p$.

807. Қимати бисёраъзоро ёбед:

$3a^4 - a^2b^3 - 2a^4 + 2a^2b^3$, агар $a = 2$, $b = 3$ бошад.

808. Қимати бисёраъзоро $3p^2 + 6pq - 6qp + 12$ -ро, ҳангоми $p = -1$; 0 ; 4 ва $q = 2$ будан ёбед. Оё барои ягон қимати p қимати бисёраъзо ба 0 баробар мешавад?

809. Бисёраъзоро бо тартиби камшавии дараҷаҳои тағйирёбандаш нависед:

а) $7a^4 - 6a^5 + 6a - a^3 + 4 - a^2$; б) $14 - 6b^2 - b^4 + 6b^7 - b^5$.

810. Бисёраъзоро бо тартиби зиёдшавии дараҷаҳои тағйирёбандаш нависед:

а) $p^8 - 3 + p^3 + 2p^6 - 3p^2 + p$; б) $2q + q^5 - 3q^3 + 6q^4 - 5$.

811. Бисёраъзоро дараҷаи панҷоро тартиб диҳед, ки аз як тағйирёбанда вобаста бошад.

812. Бисёраъзоро дараҷаи сеоро нависед, ки тағйирёбандаҳои x ва y -ро дарбар гирифта бошад.

813. Дараҷаи бисёраъзоро муайян кунед:

а) $2a^7 - a^8 + 3a^4 - 2$; б) $6b^5 - b^3 - 1$;
в) $12 - 3c^2$; г) $pq + qk - 6pqt$.

814. Исбот кунед, ки бисёраъзоро $3x^6 + 2x^4 + x^2 + 6y^2 + 6$ барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳои x ва y қиматҳои мусбат қабул мекунад.

815. Бисёраъзоро дараҷаи 8-ро нависед, агар вай ду аъзо дошта бошад.

816. Бисёраъзоро дараҷаи чорро нависед, агар вай:

а) ду; б) се; в) чор аъзо дошта бошад.

817. Бисёраъзоро дараҷаи 6-ро аз тағйирёбандаи t тартиб диҳед.

818. Бисёраъзоро бо тартиби зиёдшавии дараҷаҳои тағйирёбандааш ҷойгир кунед:

а) $13x^4 + x^{16} - 3x + 2x^9 - x^3 + x^{13}$; б) $42 - y^6 + 4y^8 - y^3 - 2y - \frac{3}{4}$.

819. Бисёраъзоро бо тартиби камшавии дараҷаҳои тағйирёбандаи он ҷойгир кунед:

а) $x^7 - 14 + 3x^5 - x^2 - 0.3x + 2x^2$; б) $1 + x - x^2 + x^3 - 4x^4 - 6x^3$.

820. Бо ёрии калкулятор қимати бисёраъзоро ёбед:

а) $x^2 + 4,27$, агар $x = 1,23$; б) $y^4 + 2y$, агар $y = 2,43$ бошад.

Машқҳо барои такрор

821. Ҳисоб кунед:

а) $2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^6 + 5 \cdot 2^3 - 2^5$; б) $3 \cdot 3^5 - 2 \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 2$.

822. Муодиларо ҳал кунед:

а) $-\frac{2}{5}x + 3 \cdot 2^6 = \frac{3}{5}x + 192$; б) $64 + 4^3 \cdot x = 60x + 3 \cdot 4^2 - 4$.

823. Чор адади ҷуфти пай дар пайро нависед, ки аз $2k$ сар мешаванд. Суммаи ин ададҳо ба чӣ баробар аст?

824. Се адади ҷуфти пай дар пайро нависед, ки аз $2k - 1$ сар мешаванд. Суммаи ин ададҳо ба чӣ баробар аст?

825. Дар секунҷа бузургии кунҷҳо каратиҳои адади 10 мебошанд. Кунҷи якум аз дуҷум ва кунҷи дуҷум аз кунҷи сеҷум 20° хурданд. Бузургии ҳар як кунҷи секунҷаро ёбед.

826. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{5^3 \cdot 5^4}{5^6}$; б) $\frac{2^5 \cdot 8}{4^4}$; в) $\frac{4^8 \cdot 3^8}{6^{12}}$.

10.2. Ҷамъ ва тарҳи бисёраъзоҳо

Бисёраъзоҳоро ҳамчун ададҳо ҷамъу тарҳ намудан мумкин аст. Дар ин маврид ҳамон қоидаи маълуми кушодани қавсҳо (ниг. ба китоби дарсии «Математика» барои синфи 6-ум) амал мекунад.

Қоидаи кушодани қавс. Агар пеш аз қавс аломати «ҷамъ» омада бошад, ҳангоми кушодани қавс аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳои он нигоҳ дошта мешаванд; агар аломати «тарҳ» омада бошад, ҳангоми кушодани қавс аломати ҳамаи ҷамъшавандаҳо ба муқобилашон иваз карда мешаванд.

Қоидаи мазкурро ҳангоми ҷамъу тарҳи бисёраъзоҳо татбиқ мекунем.

Мисоли 1.

Бисёраъзоҳои $2x^3 - 3x^3 + 2x - 3$ ва $-x^3 + 3x^2 + 5x + 5$ -ро ҷамъ мекунем.

◀ Суммаи ин бисёраъзоҳо тартиб медиҳем:

$$(2x^3 - 3x^2 + 2x - 3) + (-x^3 + 3x^2 + 5x + 5).$$

Аз рӯйи қоидаи кушодани қавсе, ки дар пешаш аломати ҷамъ дорад, амал мекунем:

$$(2x^3 - 3x^2 + 2x - 3) + (-x^3 + 3x^2 + 5x + 5) = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3 - x^3 + 3x^2 + 5x + 5.$$

Аъзои монандро ислоҳ намуда, меёбем: $x^3 + 7x + 2$.

Инак, мо суммаи бисёраъзоҳои $2x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ ва $-x^3 + 3x^2 + 5x + 5$ -ро ба бисёраъзои $x^3 + 7x + 2$ табдил додем. ▶

Умуман, суммаи ду бисёраъзои дилхоҳро ба бисёраъзо табдил додан мумкин аст.

Мисоли 2. Аз бисёраъзои $-2x^3 + x^2 - 4x - 2$

бисёраъзои $-2x^3 - x^2 + 6x - 3$ -ро тарҳ мекунем.

◀ Бисёраъзоҳо дар қавсҳо гирифта, фарқи зеринро ҳосил мекунем: $(-2x^3 + x^2 - 4x - 2) - (-2x^3 - x^2 + 6x - 3)$. Аз рӯйи қоидаи кушодани қавсе, ки дар пешаш аломати «тарҳ» дорад:

$$(-2x^3 + x^2 - 4x - 2) - (-2x^3 - x^2 + 6x - 3) = -2x^3 + x^2 - 4x - 2 + 2x^3 + x^2 - 6x + 3.$$

Аъзои монанди бисёраъзои ҳосилшударо ислоҳ менамоем:

$$(-2x^3 + x^2 - 4x - 2) - (-2x^3 - x^2 + 6x - 3) = 2x^2 - 10x + 1.$$

Ҳамин тавр, фарқи бисёраъзоиҳои $-2x^3 + x^2 - 4x - 2$ ва $-2x^3 - x^2 + 6x - 3$ -ро ба бисёраъзои $2x^2 - 10x + 1$ табдил додем. ▶

Умуман, фарқи бисёраъзоҳои дилхоҳро ҳамчун бисёраъзо навиштан мумкин аст.

Хулоса. Сумма ва фарқи ду бисёраъзо боз бисёраъзо аст.

Баъзан лозим меояд, ки баръакс, бисёраъзои додашуда ҳамчун сумма ё фарқи бисёраъзоҳо навишта шавад. Дар ин маврид қавсҳо аз рӯйи қоидаи зерин тартиб додан лозим меояд

Қоида. Агар пеш аз қавс аломати «ҷамъ» навишта шавад, ҳамаи аъзои қавс бо ҳамон аломатҳояшон навишта мешаванд; агар «тарҳ» навишта шавад, аломати ҳамаи аъзои қавс ба муқобилашон иваз мешаванд.

$$\text{Масалан, } 5a - 7b + c = 5a + (-7b + c); \quad 5a - 7b + c = 5a - (7b - c).$$

Қоидаи охирин нишон медиҳад, ки бояд чӣ тавр бисёраъзо ё қисми он дар қавс (қавсҳо) муттаҳид карда шавад.

Мисоли 3. а) $6 - 2x^2 + xy - y^2 = 6 - (2x^2 - xy + y^2)$;

$$\text{б) } -x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x - 3 = -(x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x + 3).$$

◀ Қавсҳои тарафи рости баробариҳоро аз рӯйи қоидаи кушодани қавсҳо кушода, ба дурустии онҳо бовар ҳосил намудан мумкин аст. ▶

Қайд: Ду бисёраъзо аз як тағйирёбандаи x вобаста баробар мешаванд, агар коэффитсиентҳои назди дараҷаҳои якхелаи тағйирёбандаҳо баробар бошанд.

Фарқи байни ду бисёраъзои бо ҳам баробар ба бисёраъзое баробар аст, ки ҳамаи коэффитсиентҳояш аз нулҳо иборатанд. Чунин бисёраъзоро *бисёраъзои нулӣ* меноманд.

Масалан, суммаи ду бисёраъзои коэффитсиентҳои назди дараҷаи якхелаи тағйирёбандаҳо аломатҳои муқобилдошта бисёраъзои нулиро ташкил медиҳад:

$$ax^2 + bx + c \text{ ва } -ax^2 - bx - c, \quad ax^2 + bx + c + (-ax^2 - bx - c) = 0.$$

827. Ифодаҳоро чамъ кунед:

а) $x + 1$ ва $1 - x$; б) $-x + 1$ ва $x + 1$.

828. Суммаи бисёраъзоҳои $3a^3 - 2a^2 + a$ ва $a^3 + a^2 - 2a$ -ро тартиб диҳед.

829. Фарқи бисёраъзоҳои $5a^3 + a - 3$ ва $-2a^3 + 4a + 5$ -ро тартиб диҳед.

830. Ду бисёраъзо дода шудааст: $-4a^3 + 3a^2 - 2$ ва $3a - a^2 + a - 1$.

а) фарқи байни бисёраъзои якуму дуумро тартиб диҳед;

б) фарқи байни бисёраъзои дууму якумро тартиб диҳед.

831. Қавсҳоро кушод:

а) $3a - (2a - 6) - (3a - 2) - (a - 3)$;

б) $3x^2 - (4,5 + x^2) + (4,5 - x^2)$.

832. Дар шакли бисёраъзои стандартӣ нависед:

а) $6a^2 - (2 - 3a) + 6a^2$; б) $(8 - 3b^2) - (b^3 - b^2) - 8$.

833. Ифодаро сода кунед:

а) $2,4a - (3,6a + 2,2a^2)$; б) $-3,6b^2 + 5,2b + (4,8b - 0,4b^2)$;

в) $12c^2 - (3 - 2x^2) - (10c^2 + 2x^2)$; г) $(2d - d^3 + 5) + 6d - (-d^3 + 6d)$.

834. Ба бисёраъзои шакли стандартӣ табдил диҳед:

а) $(1 - x^2) - (2x - x^3 + 4)$; б) $1 - (4x^3 - 3x^4 + 1 - x^2)$.

835. Сумма ва фарқи бисёраъзоҳоро тартиб диҳед:

а) $2x + 1$ ва $2x - 1$; б) $2x - 1$ ва $2x + 1$;

в) $-2x - 1$ ва $2x - 1$; г) $2x - 1$ ва $1 - 2x$.

836. Нишон диҳед, ки қимати ифодаи:

а) $2a - b - (2b - a) - 3(a - b)$ айнан ба 0;

б) $(b^2 - 3ab) - (5 - ab) + (2ab - b^2)$ айнан ба -5 баробар аст.

837. Ҳосили ҷамъи кадом бисёраъзо бо бисёраъзои додашуда ба нул баробар аст:

а) $a + 3$; б) $-x + 16$; в) $-y^2 + 6y - 1$?

838. Ҳосили ҷамъи кадом бисёраъзо ва бисёраъзои $3x^2 + 5x - 2$ айнан ба: а) 0; б) 6; в) $x + 3$; г) $2x^2 - x + 7$ баробар аст?

839. Чунин бисёраъзои P -ро тартиб диҳед, ки ҳангоми онро ба баробарӣ гузоштан, айният ҳосил шавад:

а) $P + (3x^2 + xy) = 4x^2 + 9xy$; б) $P(x^2 + 2x - 6) = x^2 - x - 1$;

в) $3y^3 + 2y + P = 3(y^3 - 1)$; г) $6y^3 + 2y^2 - y - 3 = P$.

840. Ифодаро сода кунед:

а) $(x^2 + 4x) + (2x^2 - 3) - (3x^2 - 4x)$; б) $(8,2 - 2y^2) - (4,8 + y^2) - (3 - 6y)$.

841. Қимати ифодаро ҳангоми $a = 2$ ва $b = 1$ будан ёбед:

$$(3,6a^2b - 1,6ab + 8b^3) - (6,4a^2b + 6b^3).$$

842. Қимати ифодаи $x^2 - (6ax - 5x^2) + a^2$ -ро, ҳангоми $x = 0,25$ ва $a = 0,5$ будан, ёбед.

843. Ба бисёраъзои $2p^2 + q^2 - 3pq + 4$ кадом дуъзогиро ҷамъ намоем, то бисёраъзои: а) тағйирёбандаи p - ро дарбарнагирифта; б) тағйирёбандаи q -ро дарбарнагирифта ҳосил шавад?

844. Исбот кунед, ки қимати ифода аз p ва q вобаста нест:

$$\left(\frac{1}{2}p^2 - \frac{3}{4}p^2 + q\right) - (0,5q^2 - 0,75p^2q + 0,5p^2) - \frac{1}{2}p^2.$$

845. Бигзор $a = x^2 - y^2$, $b = 2xy - x^2$ ва $c = x^2 + y^2 - 2xy$ бошад. Ин қиматҳои a , b ва c -ро ба баробариҳо гузошта, онҳоро сода кунед:

а) $a + b + c$; б) $a - 2c + 3b$.

846. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(6 + 2x) + (6x - 12) = 18$; б) $(13 - 2x) - (3x - 4) = 42$;

в) $(2,4 - x) - (1 - 2x) = 1,6$; г) $1 - (0,3x - 2,7) = 10,8 + 0,7x$;

ғ) $4,8 - 1,5x + (3x - 0,8) = x + 2$; д) $6,2x + 0,5 = 3,2x - (1 - 0,5x) + 3$.

847. Ифодаро ҳамчун суммаи дуъзоҳо нависед:

а) $5x^3 - x^2 + 2x - 4$; б) $-3y^4 + 3y^2 - 2x^2 - 4x + x - 3$.

848. Ифодаро ҳамчун фарқи якаъзо ва сеъзо нависед:

а) $2x^4 - x^3 + 2x^2 - x$; б) $-3x^5 - 5x^3 + 6x - 3$.

849. Дар хонаи якум x нафар; дар хонаи дуюм аз хонаи якум b нафар зиёд, вале дар хонаи сеюм аз хонаи дуюм 6 нафар кам одам зиндагӣ дорад. Дар се хона чанд нафар одам зиндагӣ дорад?

Машқҳо барои тақрор

850. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{6^3 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^2)^2}{72 \cdot 2^6}$; б) $\frac{8^4 \cdot (2^3)^2 \cdot 4}{16 \cdot 2^{18}}$.

851. Адад бо қимати тақрибиаш иваз карда шудааст. Саҳви мутлақ ва саҳви нисбии ин ивазкуниро ёбед:

а) 2,45 бо 2,4; б) 10,64 бо 10.

852. Ададҳоро то даҳякӣ, садякӣ ва ҳазорякӣ яқлухт кунед: 21,9632; 12,0376; 421,0159; 1070,1070; 6,2345; 10,0043.

853. Аломатҳои даҳӣ ва рақамҳои қурбнокӣ ададҳоро ёбед: 0,376; 124,0001; 0,0007; 1,0001; 456,000; 0,23023; 1,9800.

854. Ифодаро дар шакли 3^n ё -3^n нависед:

а) $(-(-3^3)^4)$; б) $(-3^2)^3$; в) $-(3^4)^2$; г) $(-3^2) \cdot (-3^3)$.

855. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна адади натуралии k :

а) рақами охирини адади 3^{4k} ба 1 баробар аст; б) адади $10^k - 1$ ба 3 тақсим мешавад.

856. Ададро дар шакли дараҷаи адади 2 ё адади 3 нависед:

а) 64; б) 81; в) 512; г) 729; ғ) 1024.

ТЕСТИ 10

1. Муодиларо ҳал кунед: $15 - 3x = 2x + 5$.

А) 2; В) -2; С) 0.

2. Суммаи кунҷҳои дарунии чоркунҷа 360° аст. Бузургии кунҷи яқум аз кунҷи дуум 3 маротиба калон аст. Кунҷи сеюм назар ба кунҷи дуум 8 маротиба калонтар буда, кунҷи чорум аз кунҷи дуум 2 баробар калонтар аст. Кунҷи калонтарини чоркунҷаро ёбед.

А) 140° ; В) 160° ; С) 200° .

3. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаҳои

$\frac{12-6x}{3}$ ва $\frac{3x+5}{4}$ баробар мешаванд?

А) -2; В) 2; С) 1.

4. Фарқи ду адад 705 аст. Яке аз онҳо аз дигараш 4 маротиба калонтар аст. Суммаи ин ду ададро ёбед.

А) 1175; В) 1145; С) 940.

5. Муодиларо ҳал кунед: $\frac{x+5}{5} - x + 4 = \frac{x+4}{3} - \frac{x-1}{2}$.

А) 5; В) 4; С) 2.

6. Дараҷаи бисёраъзогири нишон диҳед:

$-3x^2y^3z^2 + 5xy^3z^5 - xy^2$.

А) 7; В) 8; С) 9.

7. Муодиларо ҳал кунед:

$$(5x - 3) + (7x - 4) = 8 - (15 - 11x).$$

A) -3; B) 0; C) 3.

8. Масофаи байни шаҳраку деҳаро савори дучарха бо суръати 10 км/соат тай кард. Дар бозгашт ба деҳа, бо суръати 15 км/соат ҳаракат карда, 1 соат камтар вақт сарф кард. Масофа аз деҳа то шаҳрак чанд км буд?

A) 30; B) 24; C) 32.

9. Периметри росткунҷа 60 см аст. Агар дарозии онро 10 см зиёд карда, бари онро 6 см кӯтоҳтар созем, масоҳати росткунҷа назар ба масоҳати росткунҷаи додашуда 32 см² хурд мешавад. Масоҳати росткунҷаро маълум кунед:

A) 164 см²; B) 186 см²; C) 221 см².

10. Муодиларо ҳал кунед: $(7x - 1)(x + 5) = (3 + 7x)(x + 3)$.

A) 0,8; B) 1,4; C) 2,2.

§ 11. ЗАРБИ БИСЁРАЪЗОҲО

11.1. Зарби якаъзо ба бисёраъзо

Дар п.10.1 таъкид кардем, ки якаъзогиरो ҳамчун бисёраъзогии аз як аъзо иборат ҳисобидан мумкин аст. Тавре медонем, якаъзогиरो ба шакли стандартӣ овардан мумкин. Ҳаминро ба эътибор гирифта, якаъзогии $2a^3$ -ро бо дуаъзогии $3a^2 + 6$ зарб мезанем. Дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз рӯйи ҷамъ менависем:

$$2a^3 \cdot (3a^2 + 6) = 2a^3 \cdot 3a^2 + 2a^3 \cdot 6 = 6 \cdot a^{3+2} + 12a^3 = 6a^5 + 12a^3.$$

Ҳамин тавр, ҳосили зарби якаъзои $2a^3$ ва бисёраъзои $3a^2 + 6$ -ро дар шакли бисёраъзои стандартӣ навиштем.

Айнан ҳамин тавр, якаъзои $-5a^2$ -ро бо сеаъзои $6a^4 - a^3 + 2a$ зарб мезанем:

$$\begin{aligned} -5a^2 \cdot (6a^4 - a^3 + 2a) &= (-5) \cdot 6 \cdot a^{2+4} + (-5) \cdot (-1) \cdot a^{2+3} + (-5) \cdot 2 \cdot \\ &\cdot a^2 + 1 = -30a^6 + 5a^5 - 10a^3. \end{aligned}$$

Ҳосили зарби якаъзои $-5a^2$ ва сеаъзои $6a^4 - a^3 + 2a$ -ро низ дар шакли бисёраъзои стандартӣ менависем: $-30a^6 + 5a^5 - 10a^3$.

Умуман, ҳосили зарби якаъзо ва бисёраъзои дилхоҳро дар шакли бисёраъзои стандартӣ навиштан мумкин аст.

Қоида. Барои бо бисёраъзо зарб задани якаъзо, ҳар як аъзои бисёраъзоро бо якаъзо зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ намудан лозим аст.

◀ **Мисоли 1.** Якаъзогии $-\frac{3}{2}b^3$ -ро бо сеаъзогии $3b^4 - b + 42$ зарб мезанем:

$$-\frac{3}{2}b^3 \cdot (3b^4 - b + 42) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 3b^{3+4} + \left(-\frac{2}{3}\right)(-1)b^{3+1} + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 42b^3. \blacktriangleright$$

Қайд мекунем, ки ҳисобҳои фосилавиरो навишта, ҳалли мисолро мухтасар навиштан мумкин аст:

$$-\frac{3}{2}b^3 \cdot (3b^4 - b + 42) = -2b^7 + \frac{2}{3}b^4 - 28b^3.$$

◀ **Мисоли 2.** Ифодаи $4c^3 - 2c^2(3c - 4)$ -ро сода менамоем.

$$4c^3 - 2c^2(3c - 4) = 4c^3 - 6c^3 + 8c^2 = -2c^3 + 8c^2. \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Муодилаи $1 - 2(x^2 - x + 3) = (4 - 2x)x$ -ро ҳал мекунем:

◀ Амалҳоро пай дар пай иҷро менамоем:

$$1 - 2x^2 + 2x - 6 = 4x - 2x^2.$$

$$-2x^2 + 2x - 4x + 2x^2 = 6 - 1, -2x = 5, x = 5 : (-2) = -2,5. \blacktriangleright$$

Мисоли 4. Муодилаи $\frac{6x-5}{3} - \frac{7x-1}{5} = 2$ -ро ҳал мекунем.

◀ Ҳар ду тарафи баробариро бо хурдтарин каратии умумии махраҷи касрҳо, яъне адади 15 зарб зада ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{6x-5}{3} - \frac{7x-1}{5}\right) \cdot 15 = 2 \cdot 15;$$

$$\frac{6x-5}{3} \cdot 15 - \frac{7x-1}{5} \cdot 15 = 30;$$

$$5(6x-5) - 3(7x-1) = 30;$$

$$30x - 25 - 21x + 3 = 30;$$

$$9x = 25 + 30 - 3 = 52;$$

$$x = \frac{52}{9} = 5\frac{7}{9}. \blacktriangleright$$

Мисоли 5. Қимати ифодаи $26a - 2a(13 - a^2) - 2b^2a$ -ро, ҳангоми $a = -1$ ва $b = 3$ будан, ёбед.

◀ Қавсро кушода, ифодаро сода менамоем:

Дар ифодаи ҳосилшуда қиматҳои $a = -1$ ва $b = 3$ гузошта, ҳосил менамоем:

$$2a^3 - 2b^2a = 2 \cdot (-1)^3 - 2 \cdot 3^2 \cdot (-1) = -2 + 18 = 16. \blacktriangleright$$

857. Зарбро иҷро кунед:

а) $2a(a + 6)$; б) $-3b(b - 5)$; в) $4c^2(c^3 - 1)$; г) $-6p^3\left(1 - \frac{3}{2}p\right)$.

858. Зарбро иҷро кунед:

а) $2x(x^2 - 3x + 6)$; б) $-4y(3y^2 + 5y - 2)$;

в) $(5a^3 - 2a^2 + a) \cdot (-2a^3)$; г) $(b^2 - 1,2b + 5) \cdot 2,5b$.

859. Дар шакли бисёраъзо нависед:

а) $3t^3(t + 6n) - 2m(m^3 - 8n)$; б) $-12a + 3 - (-3a^2 + a + 3)$;

в) $5p^2q^3 - (6p^2q + q - 1)$; г) $-6ab(3 - a) - 2a(b - 1)$.

860. Ифодаро сода кунед:

а) $12a + 2a(6 - a)$; б) $2y^2 - 3y(2 - 2y)$;

в) $5p^2q^3 - (6p^2q + q - 1)$; г) $-6ab(3 - a) - 2a(b - 1)$.

861. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $-2x^2 \cdot (-x^4 + x^3 + x - 1)$; б) $(1 + 2y - y^3) \cdot 3by + 3by^4$;

в) $x^2a \cdot (18a - 2,7x) + 36$; г) $c^4z^2 \cdot (2,4c - 3,2z - 8)$.

862. Ифодаро дар шакли бисёраъзо нависед:

а) $6a(a - 3) - 2a(a^2 - 1) + 6a^3$; б) $-a^2b(a^3 - 3) - 6a^3b - 2ab^3$;

в) $-3x(x^2 - 3) + 3x(x^2 + 3) - x^3$; г) $y^2(y - 2) + 2(y^3 - 4) - (y^2 + 1)$.

863. Ифодаро сода намуда, қиматашро ёбед:

а) $-2x(x^2 - 2x + 1)$, агар $x = 1$ бошад;

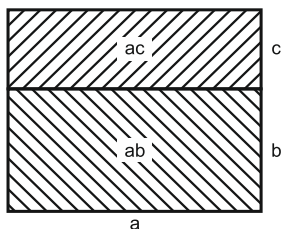
б) $y(y^2 + 0,5) - (y^2 - 0,5)$, агар $y = -1$ бошад.

864. Ифодаро сода кунед:

а) $(2a^2)^3 - a^3(1 - 5a^3) - 9a^6$; б) $(-4a^2)^2 - a^2(a^2 - 3) + 4a^4 + 3$;

в) $(-3a^3)^2 - a^2(2a^4 - a^2) - 1$; г) $(-1)^6 \cdot (-a)^4 - (2a^3 + (-a)^2 - 1)$.

865. Аз рӯйи расми 29 маънои геометрии формулаи $a(b + c) = ab + ac$ -ро барои қиматҳои мусбати a , b ва c маънидор кунед.



Расми 29.

866. Иббот кунед, ки ифодаи $x(3x - 1) - x^2(3 + x) + (x^2 + 1)x - 5$ барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаи x ҳамеша як қимат қабул мекунад.

867. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2x(4x - 3) - 8(x^2 - x) = 10$;

б) $-2y(y - 3) + y(2y + 1) = 14$;

в) $-0,5(4x - 2x^2) - (x - 1)(x + 1) = 9$;

г) $-0,1(10y - y^2) - y(3 + 0,1y) = 12;$

ғ) $(2x + 3)(2x - 3) - 4(x^2 - 3x) = 24;$

д) $(1 - 2y)(1 + 2y) + 4y^2 + 6y = 13.$

868. Решаи муодиларо ёбед:

а) $3(y - 5) + 8(2y - 3) = -1;$ б) $6(z - 3) + 2(z + 2) = 10;$

в) $5(t - 1) - 4(t - 3) = -20;$ г) $3(2x - 1) - 5(x - 3) + 6x = 81.$

869. Барои кадом қимати тағйирёбанда қимати ифодаи:

а) $3x - 5$ аз қимати ифодаи $2x + 1$ ду маротиба калон аст;

б) $-\frac{3x}{5}$ аз қимати ифодаи $\frac{6x-1}{4}$ 2 воҳид хурд аст?

870. Муодиларо ҳал кунед:

а) $1,3(x - 0,7) + 0,7x = 9,1;$

б) $2,5(x - 3) - (0,5x + 2) = \frac{1}{2};$

в) $1,3(x - 0,7) - 0,12(x + 10) = 3;$

г) $7(0,3x - 2) - 3(0,7x + 3) = 3.$

871. Решаи муодиларо ёбед:

а) $3(x - 4) - (x - 6) = -18;$

б) $-(x + 5) + 3(5 - x) = 4;$

в) $-2(y - 4) + 6(1 - y) = 46;$

г) $1,2(2x - 3) - 0,8(1 - x) = 5,2;$

ғ) $0,15(x - 4) = 9,9 - 0,3(x - 1);$

д) $0,3 - 0,2(y - 1) = y + 0,5.$

872. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{a-1}{3} + \frac{a+3}{4} = \frac{a}{2};$

б) $\frac{5b-7}{12} - \frac{b-5}{8} = 1 - b;$

в) $\frac{12-c}{4} - \frac{2-c}{3} = \frac{c}{12};$

г) $1 - \frac{x-3}{2} = \frac{2-x}{3} + 4.$

873. Суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст. Бузургии кунҷҳо ба се адади пай дар пайи натуралӣ баробаранд. Онҳоро ёбед.

874. Синни миёнаи 11 нафар футболбози дастаи «Помир» ба 22 баробар буд. Дар бози яке аз онҳо лат хӯрда, аз майдон берун баромад. Пас аз ин синни миёнаи бозингарони дар майдон боқимонда ба 21 баробар шуд. Бозингари латхӯрда чанд сол дошт?

875. Падар ба саволи «Чанд сол доред?» чунин посух дод: «Агар ба синни ман нисфи он, баъд чоряки он ва боз 1 соли дигарро илова кунед, 134 ҳосил мешавад». Падар чанд сол дорад?

876. Падар дар сабад себ овард. Агар \bar{y} ба фарзанди калонӣ нисфи шумораи онҳо ва як себ, ба фарзанди мобайнӣ нисфи шумораи себҳои боқимонда ва боз ду себ диҳад, он гоҳ дар сабад 6 себ боқӣ мемонад. Падар чанд дона себ оварда буд?

877. Аз деҳаи дурдаст бо суръати 50 км/соат автомобили боркаш ба роҳ баромад. Пас аз 1 соат, аз дунболи вай бо суръати

70 км/соат, автомобили сабукраве равона шуд. Автомобили сабукрав пас аз чанд вақт ба автомобили боркаш мерасад?

Машқҳо барои тақрир

878. Нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

а) $x + y = 1$ ва $-x + y = 2$; б) $2x - y = 3$ ва $x - y = 1$;

879. Нуқтаи буриши хатҳои ростро бо тирҳои координатаҳо ёбед:

а) $3x - 2y = 12$; б) $x - 3y = 6$; в) $3x - y = 0,6$; г) $-x + \frac{y}{2} = 3$.

880. Ифодаро сода кунед:

а) $4x(x - 1) - 2(2x^2 - 1) + 4x$; б) $2y(x^3 - 2y) - (x^3y + 4y^2)$.

881. Муодиларо ҳал кунед:

а) $6x - 2(x + 2) - 3(1 - x) = 28 - 14x$;

б) $0,5(2y - 1) - (0,5 - 0,3y) + 2 = 0$.

882. Қавсро кушод: $-((a - b) - (a - (a - b)))$.

11.2. Аз қавс баровардани ҳамзарибӣ умумӣ

Ҳангоми ҳалли мисолу масъалаҳо ва ё иҷрои корҳои дигари амалӣ, лозим меояд, ки бисёрраъзои додашуда дар шакли ҳосили зарби ду ё зиёда зарбшаванда навишта шавад. Дар чунин маврид мегӯянд, ки бисёрраъзо ба зарбшавандаҳо (зарбкунандаҳо) ҷудо шудааст. Зарбшавандаҳо метавонанд ҳатто бо ҳам баробар бошанд.

Дар дураъзои $6 + 10x$ аъзои якумро ҳамчун $2 \cdot 3$ ва дуумро ҳамчун $2 \cdot 5x$ навиштан мумкин аст: $6 + 10x = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5x$. Ифодаи ҳосилшударо дар асоси қонуни ҷудошавии зарб аз рӯйи ҷамъ (п. 5), дар шакли ҳосили зарби ду зарбшаванда навиштан мумкин аст. Яке аз онҳо зарбшавандаи умумии 2 буда, дигараш суммаи $3 + 5x$ мебошад.

Ҳамин тавр, $6 + 10x = 2(3 + 5x)$.

Мо бисёрраъзои додашударо дар шакли ҳосили зарби якъзогии 2 ва дураъзои $3 + 5x$ навишта, бо ҳамин онро ба зарбшавандаҳо ҷудо намудем. Чунин тарзи ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёрраъзоро аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ меноманд.

Мисоли 1. Бисёрраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$-35x^2 + 56xy.$$

◀ Аъзои ин бисёрраъзо зарбшавандаҳои гуногунро соҳибанд: 5; 7; 8; x ; y .

Ҳангоми аз қавс баровардани зарбшавандаи умумӣ ба он бояд муваффақ шуд, ки аъзои дар қавс боқимонда зарбшавандаи умумии ҳарфӣ надошта бошанд. Ба ғайр аз ин бояд қимати мутлақи коэффитсиентҳои онҳо тақсимкунандаи умумиро дар бар нагирифта бошад.

Дар бисёраъзои $-35x^2 + 56xy$ қиматҳои мутлақи коэффитсиентҳо ададҳои 35 ва 56 мебошанд. Калонтарин тақсимкунандаи умумии онҳо 7 аст. Бинобар ҳамин ба сифати коэффитсиенти зарбшавандаи умумӣ адади 7-ро интихоб намудан мумкин аст. Ҳамаи аъзои бисёраъзо тағйирёбандаи x ва y -ро соҳибанд. Тағйирёбандаи x дар онҳо дар дараҷаи 1 ва 2 иштирок дорад. Аз ин ҷо аз қавс x -ро баровардан мумкин аст. Тағйирёбандаи y бошад, дар ифода дар дараҷаҳои 1 ва 0 иштирок дорад, аз ин рӯ, аз қавс y -ро баровардан мумкин нест. Ҳамин тавр, аз қавс якъзогии $7x$ -ро баровардан мумкин аст:

$$-35x^2 + 56xy = -7 \cdot x \cdot 5x + 7 \cdot x \cdot 8y = -7x(5x - 8y). \blacktriangleright$$

Мисоли 2. Ифодаи зеринро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем: $5x^2y^3 - 15x^3y^2 + 30x^2y^2$.

◀ Дар ин сумма ҳар як ҷамъшаванда дорои зарбшавандаи умумии $5x^2y^2$ аст. Зарбшавандаи $5x^2y^2$ -ро аз қавс бароварда ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} 5x^2y^3 - 15x^3y^2 + 30x^2y^2 &= 5x^2y^2 \cdot y - 5x^2y^2 \cdot 3x + 5x^2y^2 \cdot 6 = \\ &= 5x^2y^2(y - 3x + 6). \blacktriangleright \end{aligned}$$

Мисоли 3. Суммаро ба ҳосили зарб табдил медиҳем:

$$x \cdot (p - q) + y(q - p)$$

◀ Зарбшавандаҳои $p - q$ ва $q - p$ аз ҳамдигар танҳо бо аломатҳояшон фарқ мекунанд. Агар аз ифодаи $q - p$ зарбшавандаи -1 -ро аз қавс барорем, ҳар ду ҷамъшаванда дорои ҳамон як зарбшавандаи умумӣ мешавад. Дар ин маврид зарбшавандаи умумии $p - q$ -ро аз қавс баровардан мумкин аст: $x(p - q) + y(q - p) = x(p - q) + y(-1)(p - q) = x(p - q) - y(p - q) = (p - q)(x - y)$.

Чунин амалиётро мухтасар ин тавр навиштан мумкин:

$$x(p - q) + y(q - p) = x(p - q) - y(p - q) = (p - q)(x - y). \blacktriangleright$$

Бо ибораи дигар, агар дар ифодаи $y(q - p)$ аломати зарбшавандаи дуюм ва ҳосили зарб тағйир ёбанд, қимати ифода тағйир намеёбад.

Таъриф. Ба ҳосили зарби ду ё зиёда зарбшаванда ифода намудани бисёраъзо, ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёраъзо ном дорад.

Дар мисоли 1 бисёраъзо ба ҳосили зарби якаъзо ва дуаъзо, дар мисоли 2 ба ҳосили зарби якаъзо ва сеаъзо ҷудо карда шуд. Бисёраъзои дар мисоли 4 омада ҳамчун ҳосили зарби дуто дуаъзо ифода карда шуд.

Мисоли 4. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$7a^2(3x - 2y) + 3(3x - 2y).$$

◀ Дар ифодаи додашуда ҳар як ҷамъшаванда дорои зарбшавандаи умумии $3x - 2y$ аст. Онро аз қавс бароварда, бо ҳамин бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$7a^2(3x - 2y) + 3(3x - 2y) = (3x - 2y)(7a^2 + 3). \blacktriangleright$$

Мисоли 5. Муодиларо ҳал мекунем: $5x^2 + 12x = 0$.

◀ Дар ифодаи $5x^2 + 12x$ зарбшавандаи умумии x -ро аз қавс бароварда менависем: $x(5x + 12) = 0$.

Ҳосили зарби $x(5x + 12)$ фақат ва фақат дар ҳама ҳолат ба нул баробар мешавад, агар ҳадди ақал яке аз зарбшавандаҳо ба нул баробар бошад, яъне: ё $x = 0$ ё $5x + 12 = 0$.

Муодилаи хаттии $5x + 12 = 0$ -ро ҳал намуда меёбем: $5x = -12$, $x = -2,4$.

Ҳамин тавр, ҳосили зарби $x(5x + 12)$ ҳангоми $x = 0$ ва $x = -2,4$ будан ба нул баробар аст. Бо ибораи дигар муодилаи $5x^2 + 12x = 0$ ду реша дорад: 0 ва $-2,4$. ▶

Мисоли 6. Исбот мекунем, ки қимати ифодаи $4^3 + 4^5 + 4^6$ ба адади 27 тақсим мешавад.

◀ Дар ифодаи додашуда дараҷаи хурдтарини адади 4 ба 3 баробар аст. Бинобар ҳамин 4^3 -ро аз қавс бароварда, ҳосил мекунем:

$$4^3 + 4^5 + 4^6 = 4^3 \cdot 1 + 4^3 \cdot 4^2 + 4^3 \cdot 4^3 = 4^3(1 + 16 + 64) = 81 \cdot 4^3$$

Бо ҳамин мо суммаи $4^3 + 4^5 + 4^6$ -ро ба ҳосили зарби ду адади бутун ифода намудем, ки яке аз онҳо $27 \cdot 3$ аст.

Ҳамин тавр, исбот намудем, ки суммаи додашуда ба 27 тақсим мешудааст, яъне қаратӣ мебошад. ▶

883. Дуаъзогиро ба зарбшавандаҳо ҷудо намуда, натиҷаро санҷед:

а) $ax + bx$; б) $ay - ax$; в) $-mb + nb$.

884. Ифодаро дар шакли ҳосили зарб нависед:

а) $6x + 12y$; б) $5a - 10b$; в) $4a + 16c$.

885. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $a + ax$; б) $c - cz$; в) $4m - 20n$;
г) $-xm - ym$; ё) $11n - 44n$; д) $-8p + 48q$.

886. Ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

- а) $4ab + 4bm$; б) $c - cz$; в) $4m - 10n$.

887. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $-8xy + 12y^2$; б) $x^3y^2 - x^2y^3$; в) $pq - p^2q^2$;
г) $-q^2k^2 + qk$; ё) $-2pt + 6p^2t$; д) $-n^2 - m^2n^2$.

888. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

- а) $4a^2 - 6a^2x^2 + 8x^2$; б) $3by - 6by^2 - 9b^2y$;
в) $12a^2b - 18ab^2 - 30ab^3$; г) $10n^2z - 15n^3 - 20n^4z$;
ё) $12a^4b^4 - 4a^2b^2 + 8a^3b^3$; д) $-3x^4y^2 - 6x^2y^2 + 9x^2y^4$.

889. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $3a(x + y) + b(x + y)$; б) $z(b - a) - 2(a - b)$;
в) $-4b(1 - p) + (1 - p)^2$; г) $(n + m)^2 - 3(n + m)$.

890. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x^2 + 2x = 0$; б) $3x^2 - x = 0$; в) $4x^2 = x$;
г) $6y^2 - 24y = 0$; ё) $5y^2 - 6y = 0$; д) $7y^2 = 42y$;
е) $0,25z^2 + z = 0$; ё) $0,1t^2 = 0,5m$. ж) $0,04c^2 = 6,4$.

891. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $8x^2 + 3x = 0$; б) $y^2 - 2,5y = 0$; в) $6z^2 - 4,8z = 0$;
г) $0,6a^2 - 6a = 0$; ё) $5b^2 - 0,2b = 0$; д) $6c^2 - 5,4c = 0$;
е) $0,8p - p^2 = 0$; ё) $-q^2 = q$. ж) $-2,4t^2 = 5,76$.

892. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $2,25x - x^2$, ҳангоми $x = 1,5$ будан;
б) $a^2x^2 + a^3$, ҳангоми $a = 4$ ва $x = -2,5$ будан.

893. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

- а) $18^3 + 18^2$ ба 19; б) $42^6 - 42^5$ ба 41;
в) $25^2 - 5^9$ ба 20; г) $5^{16} - 25^7$ ба 120 тақсим мешавад.

894. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

- а) $4^8 - 4^7 + 4^6$ ба 13; б) $3^{10} - 3^8 - 3^6$ ба 71;
в) $27^3 - 9^2 + 3^6$ ба 753; г) $64^4 - 8^6 + 2^{15}$ ба 505 қаратӣ аст.

895. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $2a(3x - 2) - 3b(2 - 3x)$; б) $(2x - 1)^2 - 2b(2x - 1)$;
в) $5p(p - 2)^2 - (p - 2)$; г) $-3q(3 - q)^3 + (3 - q)^2$.

896. Ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

а) $(a^2 - 3) - b(a^2 - 3)$; б) $7(c + 2) + (c + 2)^2$;
в) $(x - y)^2 - 3(y - x)$; г) $-(2x - 3y) - 4(2x - 3y)^2$.

Машқҳо барои такрор

897. Аз баробарӣ номаълумро ёбед:

а) $\frac{x-3}{2} + \frac{3x-3}{3} = 5$; б) $\frac{6-x}{5} + \frac{3x-5}{4} = 3$.

898. Суммаи чор адад 40 аст. Адади дуум аз якум 2 воҳид, адади сеюм аз дуум 6 воҳид ва адади чорум аз сеюм 18 воҳид калонанд. Ин ададҳоро ёбед.

899. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{42 \cdot 136}{49 \cdot 34} - \frac{36 \cdot 9}{27 \cdot 4}$; б) $\frac{64 \cdot 84}{16 \cdot 12} + \frac{128 \cdot 441}{32 \cdot 21}$.

900. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2(x - 4)(x - 4) = x - 4$; б) $-(x + 3) - 6(x + 3) = -3 - x$.

901. Яке аз тарафҳои секунҷа аз тарафи дигараш 4 см кӯтоҳ буда, аз тарафи сеюм 2 маротиба дароз аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед, агар периметри он 44 см бошад.

902. Мошини боркаш аз маҳалли А бо суръати 60 км/соат равон шуд. Пас аз 2 соат аз маҳалли А аз дунболи вай мошинаи сабукрав ба роҳ баромаду бо суръати 90 км/соат ҳаракат кард. Дар кадом масофа аз А мошинаи сабукрав ба мошини боркаш мерасад?

11.3. Зарби бисёраъзо бо бисёраъзо

Дуаъзoi $x + y$ -ро бо дуаъзогии $a + b$ зарб мезанем. Зарби ин ифодаҳоро тартиб медиҳем: $(x + y) \cdot (a + b)$.

Дуаъзoi $x + y$ -ро бо t ишора менамоем. Дар натиҷа, ҳосили зарби $t(a + b)$ -ро аз рӯи қоидаи зарби якъзо бо бисёраъзо табдил медиҳем: $t(a + b) = ta + tb$. Дар ифодаи $ta + tb$ ба ҷои t дуаъзогии $x + y$ -ро гузошта, аз қоидаи зарби якъзо бо бисёраъзо бори дигар истифода мебарем:

$$ta + tb = (x + y)a + (x + y)b = xa + xb + ya + yb.$$

Ҳамин тавр, $(x + y)(a + b) = xa + xb + ya + yb$ аст. Яъне, якъзоҳои тарафи рости баробарӣ дар натиҷаи ба ҳар як аъзoi дуаъзoi $x + y$ зарб зада шудани ҳар як аъзoi дуаъзoi $a + b$ ҳосил шудаанд. Бо ҳамин тарз нишон додан мумкин аст, ки умуман, ҳосили зарби ду бисёраъзоро дар шакли бисёраъзо навиштан мумкин аст.

Қоида. Барои бо ҳам зарб задани ду бисёраъзо ҳар як аъзои бисёраъзои якумро бо ҳар як аъзои бисёраъзои дуюм зарб зада, ҳосили зарбҳоро чамъ намудан лозим аст.

Мисоли 1. Дуаъзои $x + y$ -ро бо сеаъзогии $a + b + c$ зарб мезанем.

◀ Дар асоси қоидаи овардашуда амал менамоем:

$$t(a + b - c) = ta + tb - tc = (x + y)a + (x + y)b - (x + y)c = xa + ya + xb + yb - xc - yc.$$

Ҳосили зарби дуаъзои $x + y$ бо сеаъзои $a + b - c$ ба шашаъзои $xa + xb + ya + yb - xc - yc$ баробар шуд. ►

Ҳамин тавр, нишон додан мумкин аст, ки агар яке аз бисёраъзоҳо n ва дигараш m аъзо дошта бошад, дар натиҷаи зарби онҳо, пеш аз ислоҳ намудани чамъшавандаҳои монанд, $n + m$ -аъзо ҳосил мешавад. Аз ин далели муҳим Ҳангоми тафтиши шумораи аъзои бисёраъзо истифода бурдан муҳим аст.

Мисоли 2. Дуаъзои $ax + b$ -ро бо худаш зарб мезанем.

◀ Аз қоидаи зарби бисёраъзо истифода мекунем:

$$(ax + b)(ax + b) = a^2x^2 + abx + bax + b^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2.$$

Пас $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$. ►

Мисоли 3. Ифодаи $(4a - 5)(3 - a) - 5a(7 - a)$ -ро сода мекунем.

$$\begin{aligned} \leftarrow (4a - 5)(3 - a) - 5a(7 - a) &= 12a - 4a^2 - 15 + 5a - 35a + 5a^2 = \\ &= a^2 - 18a - 15. \end{aligned} \blacktriangleright$$

Мисоли 4. Исбот мекунем, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи $4n(n + 3) - (4n - 28)(n + 3)$ ҳам ба 4 ва ҳам ба 7 катъ мебошад.

◀ Ифодаи додашударо табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} 4(n + 3)n - (4n - 28)(n + 3) &= 4n^2 + 12n - (4n^2 + 12n - 28n - 84) = \\ &= 4n^2 + 12n - 4n^2 - 12n + 28n + 84 = 28n + 84 = 4 \cdot 7(n + 3). \end{aligned}$$

Аз баробарии ҳосилшуда аён аст, ки барои ҳар як адади натуралии n ҳосили зарби $4 \cdot 7 \cdot (n + 3)$ ҳам ба 4 тақсим мешаваду ҳам ба 7. Аз ин ҷо ифодаи $4n(n + 3) - (4n - 28)(n + 3)$ низ барои ҳамин n ҳам ба 4 тақсим мешавад, ҳам ба 7. ►

903. Зарбро иҷро кунед:

а) $(a + b)(x - y)$; б) $(a - b)(p + q)$; в) $(b - a)(m - n)$.

904. Дуаъзоҳоро бо ҳам зарб занед:

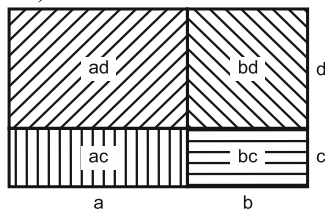
а) $(a - 2)(a + 3)$; б) $(x + 3)(x - 5)$; в) $(3 - y)(y - 6)$;
г) $(b - c)(x + y)$; ғ) $(2p - 1)(5p + 2)$; д) $(5m - 4)(4 - 3m)$.

905. Ифодаро ба шакли бисёраъзо биёред:

а) $(a - b)(c + d)$; б) $(9q - 3)(9 - q)$;

в) $(7 - x)(3 - x)$; г) $(5x - 3y)(3y - 5x)$.

906. Аз рӯйи расми 30 маънои геометрии формулаи $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ -ро барои ададҳои мусбати a ; b ; c ва d маънидод кунед.



Расми 30.

907. Дар шакли бисёраъзо нависед:

а) $(2a^2 - b)(a^2 + b)$; б) $(7a^2 + x^2)(x^2 - 5a^2)$.

908. Ба бисёраъзо тақдир диҳед:

а) $(x + 3)^2$; б) $(1 - x)^2$; в) $(2x - 1)^2$.

909. Ба бисёраъзо тақдир диҳед:

а) $(a^2 + ax - x^2)(a + x)$; б) $(b^2 - bc + c^2)(b - c)$;

в) $(b + y)(b^2 - by - y^2)$; г) $(b - p)(b^2 - bp - p^2)$.

910. Қавсҳоро кушод:

а) $(2a^2 - 4ab + 5b^2)(3a + 5b)$; б) $(16b^2 + 24bx + 2x^2)(2x - 3y)$;

в) $(-3p^2 + p + 1)(3p - 2)$; г) $(5 - 2c)(4c^2 + 4c - 3)$.

911. Ба бисёраъзо тақдир диҳед:

а) $(a^2 - ab - b^2) \cdot (a + b)$; б) $(c^2 + cd - d^2) \cdot (c - d)$;

в) $(2p^2 + p + 1) \cdot (p - 1)$; г) $(2 - q) \cdot (3q^2 + q - 2)$.

912. Ифодаро сода кунед:

а) $(3a - 4)(5 - 2a) + 4a^2$; б) $(7b - 2)(2b + 3) - 13b$;

в) $x^2 - (x - 3)(x + 4)$; г) $z^3 - (z^2 - 2z)(z + 3)$.

913. Бисёраъзоро бо бисёраъзо зарб занед:

а) $3x^2 - x + 4$ ва $x^2 - 2x + 1$; б) $y^2 - 3y + 3$ ва $y - 4y^2 + 2$;

в) $-4z^3 + 2z^2$ ва $z^3 + z^2 - z$; г) $-k^3 + 5k - 2$ ва $k^2 - 3k + 3$.

914. Ифодаро сода кунед:

а) $(6a - 3)(a + 2) - 6(2 - a)$; б) $(4a - b)(a + 5b) - 8ab$;

в) $(3x + 2y)(5x - y) + 3y^2$; г) $(3p - 1)(4p + 5) - 4p(p - 3)$.

915. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x(x + 5) - x(x - 5) - 20 = 0$;
б) $x(x - 7) + x(2x - 3) = x(3x - 5) + 50$;

в) $2y(4y + 17) - y(8y + 3) = 62$;
г) $5y(2y + 3) + 2y(7 - 5y) - 87 = 0$;

ғ) $z(4z - 5) + 15 = 4z(z + 3) + 5(2z + 3)$;
д) $3z(z - 2) + 8z = z(3z + 2) - 5$;

е) $a(5a - 2) + 26 = 5a(a - 3) + 13(a + 2)$;
ё) $2(3m - 2) = 3m(2m + 5) + 2m(5 - 3m) + 91$.

916. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x(x + 3) = x(x - 3) - 12$;

б) $y(y + 7) + y(2y + 3) = y(3y - 5) + 50$;

в) $12z(4z + 7) - 6z(8z + 3) = 132$;

г) $(3k - 7)(k - 1) = (5 + k)(3k - 14)$;

ғ) $(m + 33)(12 + m) = (m + 17)(18 + m)$;

д) $(n + 15)(4 - n) = (8 + n)(5 - n)$;

е) $(21 + a)(6 - a) = (11 - a)(6 + a)$;

ё) $(20 - b)(b - 6) = (b - 8)(24 - b)$.

917. Бисёраъзоро бо бисёраъзо зарб занед:

а) $(3x^2 + 2x - 3)(-2x^2 + x + 1)$; б) $(-4x^2 - x + 2)(-4x^2 + 3x - 4)$.

918. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(a + 65)(1 - a) = (7 - a)(17 + a)$;

б) $(24 - b)(3 - b) = (8 - b)(9 - b)$;

в) $(2x + 12)(12x - 15) = (4x + 3)(6x - 4)$;

г) $(12 + y)(2 - y) = (4 - y)(y + 10)$;

ғ) $(-c + 3)(c + 3) + (c - 2)^2 = 1$;

д) $(k - 7)(k + 7) = (5 + k)(k - 5)$;

е) $(4p - 7)^2 = (4p + 3) \cdot (4p - 3) + 58$;

ё) $(3q - 5)(3q + 5) = 9(q - 4)(q + 4)$.

919. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи $(n + 2)(n + 3) - n(n + 2)$ ба 3 қаратӣ мешавад.

920. Исбот кунед, ки қимати ифода аз тағйирёбандаи он вобаста нест:

а) $(a + 7)(a - 7) - (a + 3)(a - 3)$; б) $(b + 2)(b + 3) - b(b + 5)$.

921. Исбот кунед, ки қимати ифода ба нул баробар аст:

а) $[(a - b)^2 - (b - a)^2](a + b)$; б) $[(4b - 3)^2 - (3 - 4b)^2](x - y)$.

922. Исбот кунед, ки қимати ифодаи

$$n(n + 2) - (n - 7)(n + 5) - 4n + 1$$

ба 36 баробар аст.

923. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2x - 3)(1 - x) + 2x^2 = 10$;

б) $(1 - 2y)(1 - 3y) = y(6y - 1) - 1$;

в) $4 - z(z - 2) + (z - 1)(z + 1) = 9$;

г) $(t + 4)(t + 1) = t - (t - 2)(2 - t)$.

924. Решаи муодиларо ёбед:

а) $3 + a^2 = (a + 2)(a + 3)$;

б) $3 - b^2 = (5 - b)(1 + b)$;

в) $n(n - 4) - (n + 3)(n - 4) = 0$;

г) $(2m - 1)(2m + 1) - 4(m + 1)(m + 3) = -16m - 13$;

ғ) $(2p - 1)^2 - 4p(p - 1) = 1$;

д) $(1 - 2q)^2 - q(4q + 3) = 15$.

Машқҳо барои тақрир

925. Ифодаҳоро хонед: $a^2 - b^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)^2$; $a^2 + b^2$; $a^3 - b^3$; $(a - b)^3$; $a^3 + b^3$.

926. Чор адад дода шудааст. Ададҳои чорум аз сеюм, сеюм аз дуум ва дуум аз якум 15 воҳид калон мебошанд. Агар суммаи се адади аввал 60 бошад, ин ададҳоро маълум кунед.

927. Бузургии яке аз кунҷҳои секунҷа аз дигараш 45° калон буда, аз бузургии кунҷи сеюми он 18° хурд аст. Бузургии кунҷҳои секунҷаро ёбед.

928. Периметри чоркунҷа 336 см аст. Яке аз тарафҳои он аз дигараш 19 см кӯтоҳ буда, аз тарафи сеюм 13 см дароз аст ва нисфи тарафи чорумро ташкил медиҳад. Дарозии тарафҳои чоркунҷаро ёбед.

929. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3x(2x-1) - 6x(7+x) = 90$; б) $1,5x(3+2x) = 3x(x+1) - 30$.

930. Решаи муодиларо ёбед:

а) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 14$; б) $\frac{5-x}{2} + \frac{3x-1}{5} = 4$; в) $\frac{5x-7}{12} - \frac{x-5}{8} = 5$; г) $\frac{5-6y}{3} + \frac{y}{8} = 0$.

11.4. Усули гурӯҳбандии ҷамъшавандаҳо

Баъзан имконият пайдо мешавад, ки бисёраъзо бо тарзҳои дигар низ ба зарбшавандаҳо ҷудо карда шавад. Яке аз чунин тарзҳо *усули гурӯҳбандӣ* ном дорад.

Мисоли 1. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c.$$

◀ Се имконияти ба гурӯҳҳо муттаҳид намудани ҷамъшавандаҳо мавҷуд аст.

1) Ҷамъшавандаҳои якумро бо дуум ва сеюмро бо чорум:

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (10a^2c - 15abc^2) + (8ab - 12b^2c).$$

Аз ҳар гурӯҳ зарбшавандаи умумиро аз қавс мебарорем:

$$5ac(2a - 3bc) + 4b(2a - 3bc).$$

Маълум мешавад, ки ҳар ду ҷамъшавандаи ифода дорои ҳамон як зарбшавандаи умумии $2a - 3bc$ мебошад. Ҳамин дуаъзогиро аз қавс бароварда, бо ҳамин бисёраъзогии додашударо ҳамчун ҳосили зарби дуаъзогиҳои $2a - 3bc$ ва $5ac + 4b$ менависем:

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (2a - 3bc)(5ac + 4b).$$

2) Ҷамъшавандаҳои якумро бо сеюму дуумро бо чорум:

$$\begin{aligned} 10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c &= (10a^2c + 8ab) + (-15abc^2 - 12b^2c) \\ &= 2a(5ac + 4b) - 3bc(5ac + 4b) = (5ac + 4b)(2a - 3bc). \end{aligned}$$

Тавре пай бурдед, боз ҳамон натиҷа ҳосил шуд.

3) Чамъшавандаи якумро бо чоруму дуумро бо сеюм.

$$10a^2c - 15abc^2 + 8ab - 12b^2c = (10a^2c - 12b^2c) + (-15abc^2 + 8ab).$$

Мебинем, ки чамъшавандаҳои суммаи ҳосилшуда зарбшавандаи умумӣ надоранд. Аз ин рӯ, чунин тарзи гурӯҳбандии чамъшавандаҳо манфиатовар нест. ►

Мисоли 2. Бисёраъзоро ба ҳамзарбҳо чудо мекунем:

$$a^2x^2 - aby^2 - abx^2 + b^2y^2.$$

◀ Чамъшавандаҳои якумро бо сеюму дуумро бо чорум ба гурӯҳҳо муттаҳид менамоем. Аз гурӯҳи аввал зарбшавандаи умумии ax^2 ва аз гурӯҳи дуум зарбшавандаи by^2 -ро аз қавс мебарорем. Дар натиҷа баробарии зеринро ҳосил мекунем:

$$a^2x^2 - aby^2 - abx^2 + b^2y^2 = (a^2x^2 - abx^2) - (aby - b^2y^2) = ax^2(a - b) - by^2(a - b) = (a - b)(ax^2 - by^2). \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Сеаъзоро ба ҳамзарбҳо чудо мекунем:

$$a^2 - 13a + 12$$

◀ Чамъшавандаи $-13a$ -ро ҳамчун $-12a - a$ навишта, аъзои сеаъзоро ин тавр ба гурӯҳҳо чудо менамоем:

$$a^2 - 13a + 12 = a^2 - 12a - a + 12 = (a^2 - a) + (-12a + 12) = a(a - 1) - 12(a - 1) = (a - 1)(a - 12). \blacktriangleright$$

931. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

а) $a(x + y) + 5x + 5y$; б) $b(c - d) + 6c - 6d$;
в) $p(m - n) + n - m$; г) $k(p - q) + q - p$;

932. Ба шакли ҳосили зарби бисёраъзоҳо биёред:

а) $ax + ay + 3x + 3y$; б) $bx - by + 8x - 8y$;
в) $1 - px - x + p$; г) $xy + 2x - 2y - 4$.

933. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

а) $xy - 6x - yp + 6p$; б) $ax - b + bx - a$;
в) $xz - xb - az + ab$; г) $cd - ct - kd + kt$.

934. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

а) $a^3 + a^2 + a + 1$; б) $b^4 + 2b^3 - b - 2$;
в) $abx^2 + 2ax - 3bx - 6$; г) $a^2x^2 + 2axy - axy - 2y^2$.

935. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

а) $a^6 - 3a^4 - 2a^2 + 6$; б) $c^2 - cd - 8c + 8d$;
в) $bx - bz - cx + cz$; г) $ma + bm - 2na - 2nb$.

936. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $x^2 + 3x + bx + 3b$; б) $3a + ax - 3x - x^2$;
в) $2c - ac - 2a + a^2$; г) $10a + 2ax - 5x - x^2$.

937. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $ax^2 + bx^2 + cx^2 - ap - bp - cp$; б) $ax^2 + ap + bx^2 + bp - cx^2 - cp$.

938. Қимати ифодаро ёбед: $pq + p^2q^2 - p^3 - q^3$ агар $p = 0,5$ ва $q = -0,5$ бошад.

939*. Дар шакли ҳосили зарби бисёраъзоҳо нависед:

а) $x^3 + x^2y + 5x^2 + x + y + 5$; б) $2x^3 + x^2y - 3x^2 - 2x - y + 3$;

в) $3x^3 + 3xy^2 + 6x - x^2 - y^2 - 2$; г) $x^4 + 2x^2y - 4x^2 + ax^2 + 2ay - 4a$.

940. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $a^2b + ab^2 + 2ab + a + b + 2$; б) $x^2y - xy^2 - 2xy - x + y + 2$.

941. Сеаъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $4a^2 + 4ab + b^2$; б) $9b^2 - 6bc + c^2$; в) $x^2 - 4xy + 4y^2$;

г) $9p^2 - 12pq + 4q^2$; ғ) $25m^2 - 30mn + 9n^2$; д) $16m^2 + 40mp + 25p^2$.

942. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $4x^4 - 12x^2 + 9$; б) $25a^8 - 30a^4b^7 + 9b^{14}$;

в) $a^4 - 2a^5 + a^6$; г) $9x^8 - 12x^{11} + 4x^{14}$.

Машқҳо барои тақрир

943. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x(x - 3) - x(x + 3) = -30$; б) $x(x + 2) - x^2 + 4x = 3x + 51$;

в) $2x(1 - x) + x^2(2 - x) = 8 - x^3$; г) $-(x^2 + 5x) + x(x + 3) + 1 = 7$.

944. Қимати ифодаро ёбед: $3x^2 - 2y^2 + 1$, агар $x = 2$ ва $y = 2$ бошад.

945. Тракторчӣ 25 %-и майдонро, ки ба 144 га баробар аст, шудгор намуд. Барои он ки ӯ иҷрои супоришро то 65 % расонад, бояд чанд гектар майдонро шудгор намояд?

946. Агар ҷойҳои рақамҳои адади дурақамаро иваз намоем, вай 27 воҳид хурд мешавад. Рақами даҳиҳои адад 4 аст. Ададро маълум кунед.

11.5. Исботи баъзе айниятҳо

Таърифи айният дар п. 2.2 оварда шуд. Айният гуфта баробариеро меноманд, ки барои ҳамаи қиматҳои имконпазири ҳарфҳои дуруст аст. Дар ҳамон ҷо оварда шудааст, ки ду ифодаи айниятан баробар барои ҳамаи қиматҳои ҳарфҳои рақамҳои баробар қабул мекунанд. Аз ҷумла, ду бисёраъзогӣ айниятан баробар номида мешаванд, агар онҳо барои ҳамаи қиматҳои

тағйирёбандаҳояшон қиматҳои баробарро қабул намоянд (ниг. ба қайд дар п. 10.2).

Барои исботи айният аз табдилдиҳии айнияти ифодаҳо истифода мебарем. Се тарзи исботи айният вучуд дорад:

1) Қисми чапи баробариро табдил дода, қисми рости онро ҳосил менамоем. 2) Қисми рости баробариро табдил дода, қисми чапашро ҳосил мекунем. 3) Агар чунин табдилдиҳиҳо гузаронида нашаванд, айниятро бо тарзи дигар низ исбот намудан мумкин аст. Мекӯшем нишон диҳем, ки ҳам қисми чапу ҳам қисми рости баробарии додашуда ба ҳамон як ифодаи сеюм баробаранд.

Мисоли 1. Айнияти $ab - 4b + 5a - 20 = (a - 4)(b + 5)$ -ро исбот мекунем.

◀ Тарзи I. Қисми рости баробариро табдил медиҳем. Дар асоси қоидаи зарби бисёраъзо бо бисёраъзо менависем:

$$(a - 4)(b + 5) = ab + 5a - 4b - 20.$$

Дар натиҷа ифодаи қисми чапи баробарӣ ҳосил шуд.

Тарзи II. Қисми чапи баробарии додашударо табдил медиҳем:
 $ab - 4b + 5a - 20 = (ab - 4b) + (5a - 20) = b(a - 4) + 5(a - 4) = (a - 4)(b + 5)$.

Дар охир ифодаи қисми рости баробарӣ ҳосил шуд. Бо ҳамин айният исбот шуд. ▶

Мисоли 2. Айнияти $(a - 6)(a + 3) + 6 = (a - 5)(a + 2) - 2$ -ро исбот менамоем.

◀ Қисмҳои чапу рости баробарии додашударо табдил медиҳем:

$$(a - 6)(a + 3) + 6 = a^2 - 6a + 3a - 18 + 6 = a^2 - 3a - 12;$$

$$(a - 5)(a + 2) - 2 = a^2 - 5a + 2a - 10 - 2 = a^2 - 3a - 12.$$

Бо ҳамин нишон додем, ки ифодаҳои қисми чапу рости баробарӣ ба ҳамон як ифодаи $a^2 - 3a - 12$ баробаранд. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки ифодаҳои мазкур бо ҳам айниятан баробаранд. ▶

947. Кадоме аз баробариҳо айният асту кадомаш муодила:

а) $x + 1 = x$; б) $x - 2 = x$; в) $x = x$; г) $x = 3x$?

948. Айниятро исбот кунед:

а) $a(a - b - c) = -a(b + c - a)$;

$$\text{б) } (x - y)(p - q) = (y - x)(q - p);$$

в) $-(x - p)(y - q) = (p - x)(y - q)$;

$$\text{г) } (x - 1)(x - 2)(x - 3) = -(1 - x)(2 - x)(3 - x).$$

949. Исбот кунед $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$ аст.

950*. Нишон диҳед, ки баробарӣ аиният аст:

а) $(2^2 + 3^2)(a^2 + b^2) = (2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2$.

б) $2ab + 5b - 4a - 10 = (2a + 5)(b - 2)$.

951. Аиниятро исбот кунед:

а) $-a(1 - a)(1 + a) = a(a - 1)(a + 1)$;

б) $(-a - b)(a + b) = -(a + b)^2$;

в) $(-a + b)(a - b) = -(a - b)^2$;

г) $-(a - b)(b - a)^2 = (b - a)^3$.

952. Аиниятро исбот кунед:

а) $(a + c)(b + c) = ab + ac + bc + c^2$;

б) $(x + p)(9y - p) = xy + py - px - p^2$;

в) $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$;

г) $(p - q)^2 = p^2 - 2pq + q^2$.

953. Аиниятро исбот кунед:

а) $(a - \frac{1}{2})(a + \frac{3}{2}) = a^2 + a - \frac{3}{4}$; б) $(b + \frac{4}{5})(b - \frac{3}{5}) = b^2 - 0,2b + 0,48$;

в) $(m - 0,5)(m + 0,5) = m^2 - 0,25$; г) $(4 - n)(4 + n) = 16 - n^2$.

954. Исбот кунед:

а) $z(x - y) + x(y - z) = y(x - z)$;

б) $(ax + by)(cx + dy) = acx^2 + (ad + bc)xy + bdy^2$.

955. Исбот кунед, ки ифодаҳо аиниятан баробаранд:

а) $(x - 2)(x + 5) - 15$ ва $(x + 8)(x - 5) + 15$;

б) $(2x - 3)(x - 1) - 10$ ва $(-2x + 1)(2 - x) - 9$.

956. Аиниятро исбот кунед:

а) $(5a + 3b)(a + b) = 5a^2 + 8ab + 3b^2$;

б) $(5a - 2b)(2a + 3b) = 10a^2 + 11ab - 6b^2$;

в) $(-a + b)(7a + b) = -7a^2 + 6ab + b^2$;

г) $(2a - b)(5a + 6b) = 10a^2 + 7ab - 6b^2$.

Машқҳо барои тақрир

957. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(3x + 4)(4 - x) + 3x^2 = 0$; б) $(x - 1)(2x + 3)(2 - x) = 0$.

958. Барои кадомаш қимати a : фарқи касрҳои $\frac{a-4}{5}$ ва $\frac{2a+5}{3}$ ба 10 баробар аст?

959. Оё барои қиматҳои x нобаробарӣ дуруст аст:

а) $x^2 + 2 > 0$; б) $(x - 2)^2 < 0$; в) $(x + 2)^2 > 0$?

960. Аиниятро исбот кунед:

а) $(x+a)(x+a) = x^2 + (a+a)x + a^2$;

$$\text{б) } (x+a)(x-\text{в}) = x^2 + (a-\text{в})x - a\text{в};$$

$$\text{в) } (x-a)(x+\text{в}) = x^2 + (\text{в}-a)x - a\text{в};$$

$$\text{г) } (x-a)(x-\text{в}) = x^2 + (a+\text{в})x + a\text{в}.$$

961. Заврақи мотордор аз бандари *A* то бандари *B* шино намуда, боз ба бандари *A* баргашта омад. Барои ин 5 соат вақт сарф кард. Агар суръати ҳаракати заврақ дар оби ором 15 км/соат ва суръати ҷараёни оби дарё 3 км/соат бошад, масофаи байни бандарҳо ба чанд баробар аст?

Т Е С Т И 11

1. Қимати ифодаи $\frac{7,8 \cdot 8,7 + 7,8 \cdot 1,3}{100}$ -ро ёбед.

А) 0,13; В) 0,87; С) 0,78.

2. Бо тарзи осонтар ҳисоб кунед:

$$0,16 \cdot 6,41 \cdot 1,25 - 0,16 \cdot 1,252 - 0,162 \cdot 1,25.$$

А) 1,25; В) 1; С) 0,16.

3. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед: $30x^2 + 10y - 25xy - 12x$.

А) $(5x - 2)(6x - 5y)$; В) $(6x - 2)(5x - 5y)$; С) $(5y - x)(6y - 2x)$.

4. Яке аз узвҳои бисёраъзоро дар шакли суммаи узвҳои ба ҳам монанд навишта, бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед: $x^2 - 5x + 6$.

А) $(x - 2)(x + 3)$; В) $(x - 2)(x - 3)$; С) $(x - 3)(x + 2)$.

5. Муодиларо ҳал кунед: $3x^2 + 10x + 3 = 0$.

А) $\frac{1}{3}$ ва -3 ; В) -3 ва $+3$; С) -3 ва $-\frac{1}{3}$.

6. Бо тарзи гурӯҳбандӣ ҳалҳои муодиларо ёбед:

$$x^2 - 6x + 8 = 0.$$

А) 2 ва 4; В) 3 ва 4; С) -2 ва -4 .

7. Муодиларо ҳал кунед: $9m^2 + 0,27m = 0$.

А) $-0,03$ ва 0; В) 3 ва 0,3; С) -3 ва 3.

8. Қимати ифодаро ёбед: $(a + b)^2 + (a - b)^2 - 2a^2 - 2b^2$.

А) -1 ; В) 0; С) 1.

9. Периметри росткунча 30 см аст. Агар дарозии онро 3 см хурд карда, барашро 5 см дароз намоем, масоҳати росткунча 8 см² кам мешавад. Масоҳати росткунчаи аввалро ёбед.

А) 55,25 см²; В) 44, 5 см²; С) 50 см².

10. Муодиларо ҳал кунед:

$$3(x - 1) - 2(3 - 7x) = 2(x - 2).$$

§ 12. СИСТЕМАҲОИ ҲИСОБ ВА ИЧРОИ АМАЛҲО

Тарзи номгузорӣ ва навишти ададро системаи ҳисоб меноманд.

Системаи бароямон шинос системаи ҳисоби даҳӣ номида шудааст. Дар он барои навишти ададҳо фақат даҳ рақам: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 истифода бурда мешавад. Дар ин система ҳар як адад аз ҷойи ишғолкардаи (мавқеи) рақамҳояш вобаста мебошад.

Дар навишти даҳии адад ҳар як разряди минбаъда аз пештара 10 маротиба калон аст. Ҳамаи разрядҳои номбурда дараҷаҳои адади 10 мебошанд:

$100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, $10000 = 10^4$, $100000 = 10^5$ ва ғайра. Аз ин рӯ, гуфтан ҷоиз аст, ки навишти адад дар системаи ҳисоби даҳӣ дар намуди суммаи дараҷаҳои 10 бо коэффитсиентҳои мувофиқ ифода намудани он мебошад. Коэффитсиентҳои навишти адад рақамҳо мебошанд. Масалан, навишти **143706** дар ин система чунин аст:

$$143706 = 1 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0.$$

Тарафи рости ин баробарӣ ба бисёраъзо монанд аст (ниг. ба п.10.1). Дар ҳақиқат он қимати бисёраъзои $1 \cdot x^5 + 4 \cdot x^4 + 3 \cdot x^3 + 7 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 6$ - ро ҳангоми $x = 10$ будан мемонад. Навишти адад дар шакли суммаи ҳосили зарби рақамҳо бо дараҷаҳои гуногуни 10 шакли дигари ифодаи адад мебошад.

12.1. Системаҳои ҳисоби мавқеӣ

Инсон бо баробари бо ангуштони дасташ шумурдани ашёро ёд гирифтани дар таърихи тамаддуни хеш қадами устувор гузошт. Ангуштони дастони ӯ ҳамчун “мошини ҳисобкунии” одитарин муаррифӣ шуданд. Бо ёрии ангуштон ӯ метавонист то 5 шумурад, ҳисоб кунад. Агар ӯ боз 5 ангушти дасти дигарашро истифода мебард, метавонист то 10 ва агар ангуштони пойҳояшро низ истифода мебард, метавонист то 20 шумурад. Баъди то 10 ёд гирифтани шумурдан инсон тавонист, ки ашёро ба 10 гурӯҳи даҳтоғӣ, яъне садтоғӣ ҷудо кунад. Ҳамин тавр системаи даҳии ҳисоб ба миён омад, ки алҳол қариб тамоми аҳолии сайёра аз он истифода мебарад. Тавре огаҳӣ дорем, барои навишти адади дилхоҳ дар системаи ҳисоби даҳӣ даҳ рақам истифода мешавад:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Адади 10 асоси системаи даҳии ҳисобро ташкил медиҳад. Бо ёрии ин рақамҳо адади дилхоҳи натуралиро ифода кардан мумкин

аст. Системаи даҳии ҳисоб аз он чиҳат манфиатовар аст, ки дар он қимати ҳар як рақам аз мавқеи ҷойгиршавиаш дар навишти адад вобаста аст. Масалан, навишти “сесаду шасту ҳафт” маънои онро дорад, ки ин адад аз 3 садӣ, 6 даҳӣ ва 7 якӣ (воҳид) иборат аст.

Яъне, $367 = 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7$ ё ки $367 = 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7$.

Вале системаи даҳии ҳисоб дар асли хеш ягона набуд. Бошандагони манотиқи ҷануб аз системаи бистии ҳисоб истифода мебуданд. Халқҳои арзҳои шимолӣ системаи панҷии ҳисобро афзалтар меҳисобиданд. Дар минтақаҳои камари замин боз қавмҳои низ дучор меоманд, ки онҳо ашӯро 60–тоғӣ мешумурданд. Ин ҷо системаи шастии ҳисоб вучуд дошт. Ба ин қабил мардумон шумерҳо, бобулиҳои қадим мисол шуда метавонистанд. Онҳо дар корҳои амалӣ, ченкунӣ ва ҳисобҳои ситорашиносӣ аз системаи шастии ҳисоб истифода мебуданд. То ҳоло ба 60 дақиқа ҷудо шудани 1 соат, ба 60 сония ҷудо шудани 1 дақиқа аз ҳамин мардумон мерос мондааст. Онҳо медонистанд, ки $6 \cdot 60^0 = 360^0$ ё даври пурраи гардиши солонаи Офтоб 360^0 аст ва ғ.

Дар асрҳои қадим ва миёна баъзе халқҳо аз системаи 12-ии ҳисоб истифода бурдаанд. Адади 12-ро “дюжина” (дувоздаҳтоғӣ) ном мебуданд. Дар мағоза ба фурӯш мондани 12-тоғӣ лаълича, қошукча ва ғ. низ аз ҳамин ҷост. Ҷудошавии лавҳаи соат ба 12 ҳисса, давомнокии сол ба 12 моҳ, дар илми ситорашиносӣ ба 12 бурҷ ҷудо карда шудани роҳи ҳаракати солонаи Офтоб низ бо ҳамин адади 12 марбут аст.

Ҳамон як ададро ба воситаи системаҳои гуногуни ҳисоб ифода карда, навиштаҳои гуногунро соҳиб шудан мумкин. Бо вучуди ин шумораи рақамҳои, ки барои навишти адад дар ягон системаи ҳисоб истифода бурда мешавад, ба асоси ин система баробар мебошад. Масалан, дар системаи ҳисоби асосаш 5 панҷ рақам истифода мешаваду бас. Инҳо 0,1,2,3,4 мебошанд. Минбаъд шарт мегузorem, ки дар навишти адад дар шакли индекси поёӣ асоси системаи ҳисобро қайд кунем. Масалан, $(973)_{10}$, $(402)_5$ ва ғ. Ҳамин тавр, адади $(324)_5$ навишти адад дар системаи асосаш 5 – ро ифода менамояд. Вай аз 4 “якӣ”, 2 “даҳӣ” ва 3 “садӣ” иборат аст.

Меҳоҳем донем, ки ба он дар системаи асосаш 5 кадом адад мувофиқ меояд. Барои ин адади 324-ро аз рӯи разрядҳои системаи панҷӣ ҷудо мекунем:

$$(324)_5 = 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 4 = 3 \cdot 25 + 2 \cdot 5 + 4 = (89)_{10}.$$

Гузариш аз системаи даҳӣ ба системаи асосаш ғайримуқаррарии 5 андаке мураккабтар аст. Масалан, меҳоҳем, ки адади $(364)_{10}$ –ро ба системаи ҳисоби асосаш 5 гардонем. Барои

ҳамин онро дар шакли суммаи разрядҳои дараҷаҳои 5 менависем. Медонем, ки $5^1 = 5$, $5^2 = 25$, $5^3 = 125$, $5^4 = 625$ ва ғ. мебошанд. Азбаски 5^4 аз адади додашуда 364 калонтар аст, бояд мо муайян намоем, ки адади 5^3 дар адади 364 чанд маротиба “меғунҷад”. Барои ин адади 364 –ро ба $5^3 = 125$ тақсим карда меёбем: $364 = 2 \cdot 5^3 + 114$. Акнун, меёбем, ки 5^2 дар бақия чанд маротиба “меғунҷад”: $114 = 4 \cdot 5^2 + 14$. Ҳамин тавр, $14 = 2 \cdot 5^1 + 4$. Бинобар ҳамин менависем:

$$(364)_{10} = 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 4.$$

Аз коэффитсиентҳои назди дараҷаҳои 5 (аз чап ба рост бо ранги ғафси сиёҳ навишта шудаанд) адади номаълумро ҳосил мекунем:

$$(364)_{10} = (2424)_5.$$

962. Ададҳои зеринро дар системаи даҳӣ нависед:

а) $(10)_2$; б) $(100)_2$; в) $(1000)_2$; г) $(10\ 000)_2$.

963. Ададро дар шакли суммаи разрядҳои даҳӣ нависед:

а) $(12)_{10}$; б) $(144)_{10}$; в) $(1750)_{10}$.

964. Ададҳоро ба системаи ҳаштӣ гардонед:

а) $(1205)_{10}$; б) $(8791)_{10}$; в) $(6348)_{10}$.

965. Ададҳоро ба системаи даҳӣ гардонед:

а) $(7542)_8$; б) $(3605)_8$; в) $(3014)_8$.

966. Нишон диҳед, ки $(38697)_{10} = (113451)_8$.

967. Нишон диҳед, ки баробарии зерин дурустанд:

а) $(13)_{10} = (1101)_2$; б) $(20)_{10} = (10100)_2$;

в) $(25)_{10} = (11001)_2$; г) $(50)_{10} = (110010)_2$.

968. Оё баробарии $(100)_{10} = (1100100)_2$ дуруст аст?

969. Адади 2736 дар системаи даҳӣ ҳисоб дода шудааст. Онро дар системаи ҳисоби асосаш 2 нависед.

12.2. Системаи ҳисоби дӯй ва татбиқи он

Пас аз системаи даҳӣ системаи дуии ҳисоб аз серистифода ба шумор меравад. Ададро дар чунин система танҳо бо воситаи ду рақам 0 ва 1 навиштан мумкин аст. Қатори ададҳои натуралӣ дар чунин системаи ҳисоб чунин намуд мегирад (дар поёни ҳар як адади натуралӣ ифодаи он дар системаи дӯй оварда шудааст):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ...
1; 10; 11; 100; 101; 110; 111; 1000; 1001; 1010; 1011; 1100; ...

Камбудии ин системаи ҳисоб дар он аст, ки бо баробари калонтар шудани ададҳо ифодаи онҳо доманадор, дароз мешавад ва ҷойи бештарро талаб менамояд. Масалан, барои навишти

адади дурақамаи 43 шаш рақам 101011 сарф мешавад:

$(101011)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 = (43)_{10}$. Барои ифодаи адади 200 ҳамагӣ 8 рақам истифода мешавад:

$$(200)_{10} = (11001000).$$

Вале, иҷрои ҷадвали ҷамъу тарҳи ҳисоб дар системаи дуй хеле одӣ ва фаҳмо мебошад.

Дар ин ҷадвали ҷамъ $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$, $1+1=10$ аст. Дар ҷадвали зарб ҳамагӣ як сатри ғайринолӣ мавҷуд аст:

$1 \times 1 = 1$. Дигар ҳамаи ҳосили зарбҳо аз 0 иборатанд: $1 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $0 \times 0 = 0$.

Масалан, ҷамъи ду адади бисёрқимата дар он ба монанди амали ҷамъи ададҳои бисёррақамаи системаи даҳӣ (аз разряди якиҳо ба разрядҳои боло) сурат мегирад:

Ададҳои касрӣ ҳам ҳамин тавр ҷамъ карда мешаванд:

$$\begin{array}{r} 1011100101 \\ + 0111100 \\ \hline 1110100001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10011,0101 \\ + 1101,0111 \\ \hline 00000,1100 \end{array}$$

Амали зарбу тақсими ададҳои бисёррақама низ бо осонӣ ҳосил карда мешавад. Ду мисоли зарби ададҳои бисёррақамаро меорем:

$$\begin{array}{r} 11011 \\ \times \underline{100,1} \\ 11011 \\ + \underline{11011} \\ \hline 1111001,1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111001101 \\ \times \underline{1110001} \\ 1100101101111101. \end{array}$$

Амали тарҳи ададҳои бисёррақама низ бо осонӣ иҷро мешавад:

$$\begin{array}{r} 1101001101 \\ - \underline{11100110} \\ \hline 1001100111 \end{array}$$

Ин система бо сабаби хосиятҳои барои корҳои амалия хеле муфид мебошад. Рақамҳои 0 ва 1 – ро ҳамчун муродифи рамзҳои “ҳа” ва “не” истифода бурдан мумкин аст. Ибораҳои “рост” ва “дурӯғ”-ро низ ҳамчун муродифи рамзҳои 0 ва 1 қабул кардан мумкин аст. Ҳангоми иҷрои амалиёти компютерӣ, агар дар хати алоқа дар лаҳзаи додасуда ҷараёни электр мавҷуд бошад, ба рақами 1 мувофиқ меояд (“ҷараён ҳаст”) ва агар ҷараён мавҷуд набошад ба рақами 0 мувофиқ аст (“ҷараён нест”)-ро ифода менамояд.

Хулоса. Системаи дуии ҳисоб барои иҷрои амалиёт дар мошинҳои электроники ҳисоббарор хеле қулай мебошад.

970. Ададҳо дар системаи даҳӣ дода шудаанд. Онҳоро дар системаи дуй ифода намоед:

а) 148; б) 702; в) 1234; г) 86451.

971. Ададҳо дар системаи дуй дода шудаанд. Онҳоро дар системаи даҳӣ ифода намоед:

а) 11101; б) 101010; в) 11111; г) 1110001.

972. Дар системаи дуии ҳисоб амали ҷамъро иҷро кунед:

а) $10 + 11$; б) $101 + 110$; в) $1001 + 1101$; г) $10101 + 10011$.

973. Дар системаи дуии ҳисоб амали зарбро иҷро кунед:

а) $10 \cdot 11$; б) $101 \cdot 110$; в) $1001 \cdot 1101$; г) $10101 \cdot 10011$.

974. Дар кадом системаи ҳисоб : а) $5+3 = 10$; б) $2 \cdot 2 = 4$ аст?

975. Амали тарҳро дар системаи дуй иҷро кунед:

$$1000110111 - 1100111.$$

976. Амалро дар системаи дуй иҷро кунед:

$$1110001010,01 + 11101110,00 + 1111101,11.$$

977. Амали зарбро дар системаи дуй иҷро кунед:

$$1100011101 \cdot 1100011.$$

978. Адади 11011- ро дар системаи дуии ҳисоб ба квадрат бардоред.

12.3. Масъалаҳо бо истифодаи системаи даҳии ҳисоб

Ҳар гуна адади дурақама аз шумораи муайяни даҳӣ (a) ва шумораи муайяни якиҳо ё воҳидҳо (b) таркиб ёфтааст. Чунин ададро мо дар шакли

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b \quad (1)$$

навишта метавонем. Дар ин навишт ҳарфҳои $a \neq 0$, инчунин, b яке аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ё 9 – ро қабул мекунад. Масалан, $43 = 4 \cdot 10 + 3$; $70 = 7 \cdot 10 + 0$ ва ғ. Ҳамин тавр ҳар гуна адади серақама

\overline{abc} аз шумораи муайяни садҳо (a), даҳҳо (b) ва якиҳо (c) таркиб ёфтааст. Бинобар ин менависем:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c. \quad (2)$$

Дар ин навишт ҳарфҳои $a \neq 0$, b , c яке аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ё 9 – ро қабул мекунад.

Масалан, $456 = 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6$, $800 = 8 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 0$ ва ғ.

Ҳар гуна адади аз ду рақам иборат (аз 10 то 99) дар системаи ҳисоби даҳӣ бо формулаи $\overline{ab} = 10a + b$ ифода мешавад. Дар ин формула ҳарфи a шумораи даҳҳо ҳарфи b шумораи якиҳои (воҳидҳои) ададро нишон медиҳанд. Масалан, $57 = 5 \cdot 10 + 7$; $50 = 5 \cdot 10 + 0$ ва ғайра. Хатчаи болои навишти адад нишон медиҳад, ки ин ҷо на зарби a бо b , балки дуаъзои $10a + b$ дар назар

аст. Мувофиқи ин навишт, масалан баробарии $\overline{ab} = 37$ маънои онро дорад, ки $a=3, b=7$ аст.

Ҳар гуна адади серақамаи (аз 100 то 999) дар системаи ҳисоби даҳӣ бо формулаи \overline{abc} ифода карда мешавад. Дар он a шумораи садиҳо, b шумораи даҳҳо ва c шумораи якиҳои ададро нишон медиҳад. Масалан, $483 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 = 4 \cdot 102 + 8 \cdot 101 + 3$; $608 = 6 \cdot 102 + 0 \cdot 101 + 8$. Аз ҷумла, аз баробарии $\overline{abc} = 590$ хулоса мебарояд, ки $a=5, b=9, c=0$ аст.

Тавре пай бурдем, адади дилхоҳи натуралиро ҳамчун суммаи ҳосили зарби рақамҳову дараҷаҳои гуногуни 10, дар шакли бисёрраъзии стандартии аз як тағйирёбанда вобаста навиштан мумкин аст. Ҳамин тавр мо адади дилхоҳи n -рақамро бо воситаи дараҷаҳои 10 ин тавр навишта метавонем:

$$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0 \quad (*)$$

Дар ин ҷо $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ – рақамҳо ва n – адади бутун мебошанд. Аз ҷумла касрҳои даҳиро низ дар чунин шакл навиштан мумкин аст:

$$0,222 = 0,2 + 0,02 + 0,002 = \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{2}{1000} = 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$$

$$0,784 = 0,7 + 0,08 + 0,004 = \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000} \quad \text{ва ғ.}$$

Дар мисолҳои минбаъда мо танҳо ададҳои бутуни дурақама ва серақамро меомӯзем.

Масъалаи 1. Адади дурақамаеро меёбем, ки ба дучанди ҳосили зарби рақамҳояш баробар бошад.

◀ Аз навишти адади дурақама дар системаи ҳисоби даҳӣ истифода бурда, баробарии $10a + b = 2 \cdot a \cdot b$ -ро ҳосил менамоем. Дар он ҳарфи a -шумораи даҳҳо, ҳарфи b шумораи якиҳои ададро ифода менамояд. Баробарии охириро ин тавр менависем: $b = 2ab - 10a$. Аз ин ҷо $b = 2a(b - 5)$. Қисми рости баробарии ҳосилшуда зарбшавандаи 2-ро дорад. Бинобар ҳамин b бояд рақами ҷуфти аз 5 калон бошад. Вале $b = 8$ намешавад. Дар акси ҳол қимати a бутун намешавад. Пас $b = 6$ аст. Ин қиматро ба баробарии $b = 2a(b - 5)$ гузошта меёбем, ки $a = 3$ будааст. **Ҷавоб:** 36. ▶

Масъалаи 2. Дар баробарии $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$ -ҳарфҳои гуногун рақамҳои гуногунро ифода менамоянду ҳарфҳои якхела рақамҳои баробарро. Ададҳои дурақама ва серақамаеро меёбем, ки ин баробариро қонеъ созанд.

◀ Аз навишти ададҳои дурақама ва серақама дар системаи ҳисоби даҳӣ истифода бурда, баробарии зеринро ҳосил мекунем:

$$10a + b + 10b + c + 10c + a = 100a + 10b + c.$$

Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда ҳосил мекунем:

$$89a = 10c + b.$$

Дар ин баробарӣ a , b ва c рақамҳо мебошанд. Маълум мешавад, ки адади дурақамаи $10c + b$ ба $89a$ баробар аст. Ин танҳо ҳамоно вақт ҷой дорад, агар $a = 1$ бошад. Қимати $a = 1$ -ро ба баробарии охирин гузошта, меёбем, ки $10c + b = 89$, яъне $c = 8$ ва $b = 9$ аст.

Ҷавоб: $198 = 19 + 98 + 81$. ►

Масъалаи 3. Адади серақамаеро меёбем, ки аз суммаи рақамҳояш 13 маротиба калон аст.

◀ Адади номаълумро бо \overline{abc} ишора менамоем. Маълум аст, ки $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ мебошад. Аз рӯи шарт бояд $100a + 10b + c = 13(a + b + c)$ бошад. Аъзои монанди ин баробариро ислоҳ карда, меёбем:

$$87a = 3(b + 4c).$$

Аз ин баробарӣ хулоса мебарояд, ки $a = 1$ аст (дар акси ҳол $87a$ адади дурақама намешавад). Қимати $a = 1$ -ро ба баробарии охирин гузошта баробарии $87 = 3(b + 4c)$ ё ки $b + 4c = 29$ -ро ҳосил мекунем. Аз ин баробарӣ номаълуми c -ро бо воситаи b ифода месозем: $c = \frac{29-b}{4}$. Дар ин баробарӣ ба ҷойи b рақамҳоро гузошта, қимати c -ро меёбем; агар, $b = 1$ бошад, $c = 7$, агар $b = 5$ бошад, $c = 6$ ва агар $b = 9$ бошад, $c = 5$ мешавад.

Ҷавоб: 117, 156 ва 195. ►

Масъалаи 4. Дар адади дурақамаи \overline{ab} рақами якиҳо аз худи адад 7 маротиба хурд аст. Адади дурақамаро ёбед?

◀ Мувофиқи шарти масъала дар асоси баробарии (1) менависем:

$$\overline{ab} = 7b \quad \text{ё} \quad 10a + b = 7b. \quad \text{Он гоҳ:}$$

$$10a = 6b,$$

$$5a = 3b$$

Ин баробарӣ танҳо дар мавриди $a=3$ ва $b=5$ будан дуруст асту бас.

Ҷавоб: 35. ►

Масъалаи 5. Аз тарафҳои чапу рости 37 ҳамоно як рақамро (a) нависед, ки адади чоррақамаи $\overline{a37a}$ ба 6 тақсим шавад.

◀ Аз нишонаи тақсимшавӣ ба 6 хулоса мебарорем, ки a бояд ҷуфт буда, $2a+7+3$ ба 3 тақсим шавад. Аз инҷо меёбем, ки $a=4$ аст.

Ҷавоб: 4374 ($4374=6 \cdot 729$). ►

Масъалаи 6. Аз адади дурақамаи \overline{ab} адади аз он хурди дурақамаи \overline{ba} -ро тарҳ карда, адади ба 8 каратиро ҳосил карданд.

Ин адади дурақамаро ёбед.

◀ $\overline{ab} - \overline{ba} = 8 \cdot k$ (k – ягон адади натуралӣ). Аз ин чо

$$10a + b - (10b + a) = 8 \cdot k \quad (k\text{–адади натуралӣ})$$

$$9a - 9b = 8 \cdot k \quad (k\text{– адади натуралӣ})$$

$$9(a - b) = 8 \cdot k,$$

Аз ин чо $a - b = k > 0$ ё $a = 9, b = 1$.

Ҷавоб: 72 ($91 - 19 = 72$). ►

979. Адади дурақамаеро ёбед, ки ба сечанди суммаи рақамҳояш баробар бошад.

980. Адади дурақамаеро ёбед, ки он аз суммаи рақамҳояш чор маротиба калон бошад.

981. Адади дурақамаеро ёбед, ки он аз суммаи рақамҳояш 5 маротиба калон бошад.

982. Адади дурақамае аз ҳосили ҷамъи рақамҳояш 8 маротиба калон аст. Ин ададро ёбед.

983. Адади дурақамаеро ёбед, ки он ба квадрати рақами якиҳояш баробар бошад.

984. Адади хурдтарини серақамаро ёбед, ки ба 3 кататӣ буда, рақамҳояш гуногун бошанд.

985. Аз чап ва рости адади 10 чунин рақами a -ро нависед, ки адади чоррақамии $a10a$ ба 9 тақсим шавад.

986. Адади дурақамаеро ёбед, ки он ба суммаи рақами даҳиҳо ва квадрати рақами якиҳояш баробар бошад.

987. Пеш аз рақами даҳиҳои адад 2 навиштанд. Дар натиҷа адади серақамии ҳосилшуда аз адади аввалла 9 баробар калон шуд. Адади дурақамаро ёбед.

988. Адади дурақама аз ҳосили зарби рақамҳояш 4 баробар калон аст: Ҳамаи ҳамин гуна ададҳоро ёбед.

989. Ададҳои хурдтарин ва калонтарини серақамаеро ёбед, ки ҳосили зарби рақамҳояшон 12 бошад.

990. Адади серақамаеро ёбед, ки он аз суммаи рақамҳояш 17 маротиба калон бошад.

991. Ҳамаи рақамҳо ва суммаи рақамҳои адади серақамае ба ададҳои сода баробаранд. Бар замми ин адади серақамии мазкур адади сода аст. Ин адади содаи серақамаро ёбед.

992. Суммаи рақамҳои адади дурақама ба калонтарин адади якрақама баробар буда, шумораи даҳиҳои он назар ба ин сумма ду воҳид камтар аст. Ин ададро ёбед.

993. Дар адади серақамии додашуда рақами мобайниашро хат заданд. Дар натиҷа адади дурақамае ҳосил шуд, ки аз адади

1005. Қимати ифодаро ёбед: $\frac{3}{4}a^2b - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}a^2b - \frac{1}{2}ab$, агар $a = -2$ ва $b = 3$ бошад.

1006. Бисёраъзогии $a^3b + 5a^5b^4 - ab^3 + 4a^2b^2 - 3a + 5b - 4$ -ро:
а) аз рӯи тартиби афзоиши дараҷаҳои a ; б) аз рӯи тартиби камшавии дараҷаҳои b нависед.

1007. Дараҷаи бисёраъзоро муайян кунед:

а) $3x^5y - 5x^4y - 6xy^3$; б) $-a^3b + a^4b^3 - a^6 + b^7 - 13$.

1008. Бисёраъзоҳоро ҷамъ кунед:

а) $3x^3 + 2x^2 - xy + 3y$; ва $x^3 + 5x^2 - 4xy + 3$;

б) $-a^3 + 6a^2 + 2a - 1$; ва $-10a^3 - a^2 + 7a - 2$.

1009. Фарқи бисёраъзоҳоро ёбед:

а) $4x^3 + x^2 - 8x - 7$ ва $6x^3 - x^2 + 6x - 3$;

б) $-3x + x^3 - x^2$ ва $4x^3 - 2x^2 - 2x$.

1010. Фарқро дар шакли бисёраъзо нависед:

а) $(-x^2 + 6x + 1) - (x^2 - x + 5) - 4x$; б) $(3a^2 - 2a + 3) + (-3a^2 + a - 3)$.

1011. Аз бисёраъзои $3x^2 + 5x - 2$ кадом бисёраъзоро тарҳ намудан лозим, то фарқи байни онҳо айниятан ба нул баробар шавад?

1012. Аз бисёраъзои $x^2 - 3x + 4$ кадом бисёраъзоро тарҳ намудан лозим аст, ки фарқи байни онҳо ба: а) 0; б) 6; в) x^2 ; г) $-x^2 + 3$ баробар шавад?

1013. Исбот кунед, ки барои қиматҳои гуногуну дилхоҳи x фарқи байни бисёраъзоҳои $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 1\frac{3}{4}x + \frac{4}{5}$ ва $0,5x^4 - 0,25x^3 - 0,75x^2 + 0,75x - \frac{1}{5}$ қиматҳои мусбат қабул мекунад.

1014. Бигзор $m = 3a^2 + 6ab$, $n = -4a^2 + 2ab$; ва $p = -7a^2 - ab$ бошад. Ин бисёраъзоҳоро ба ҷойҳои m , n ва p дар баробарӣ гузошта, онро сода кунед: а) $m + n + p$; б) $m - n - 2p$.

1015. Бисёраъзоро аз рӯи тартиби камшавии дараҷаҳои x нависед:

а) $3x - x^6 + 5x^2 - 3x^4 + 15$; б) $-x + 6 - 5x^5 - x^3 + 2x^4 - x^2$.

1016. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2 - 3x) - (x + 3) = (x - 4) - x$; б) $5 - 2y - (4 - 2y) = 6 - (x + 3)$;

в) $5 - (x + 2) = (x - 8) + 2$; г) $-3,2y - (1,6 + y) = (y - 3) + 2y$.

1017. Суммаи бисёраъзоҳоро навишта, онро сода кунед:

а) $x^3 + 2 - (x + 3x^2)$ ва $-x^3 - 2$; б) $2x^4 + 3 - (2x^3 + 1)$ ва $1 + 2x^3 - 3$.

1018. Исбот кунед, ки суммаи ададҳои дурақамаи: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ ба 11 тақсим мешавад.

1019. Чор ададери ёбед, ки бо 3, 5, 7 ва 9 мутаносиб буда, фарқи байни суммаи ду адади охиру суммаи ду адади аввал 16 бошад.

1020*. Заврақ дар 3 соату 30 дақ. масофаи ба 20 км баробарро бо равиши қараёни об ва ба 40 км баробарро ба муқобили равиши қараён шино кард. Бори дигар вай 40 км бо равиши қараёну 20 км ба муқобили он ҳаракат карда, барои ин 3 соату 15 дақ. вақт сарф кард. Суръати ҳаракати қараёни об ва суръати ҳаракати заврақ дар оби ором ёфта шаванд.

1021. Якаъзоро ба сеаъзо зарб занед:

а) $2a^2b^3 \cdot (3a^4 + 36ab - b^3)$; б) $-3x^4y \cdot (x^4 - 2x^3y^2 + 3y^3)$.

Ба параграфи II

1022. Ҳосили зарбро ба бисёраъзо табдил диҳед:

а) $(x^2 + x - 1)(y^2 + y + 1)$; б) $(x^5 + x^3 + x)(1 - x - x^3)$.

1023. Ифодаро дар шакли бисёраъзогӣ нависед:

а) $3(x^2 - 2x + 1) - 2(x^2 - 3x)$;

б) $7(y^2 - 3y + 1) - 2(y^2 + y - 1)$.

1024. Ифодаро сода кунед:

а) $-7x(x - 3) - (x - 1) + 3(x + 4)$; б) $14y(y + 1) - y(y + 2) + 6(1 - y)$;

в) $ab(b - a) - b(a - 2b) - 3a$; г) $pq(2p - q) - q(p - 2q^2)$.

1025. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3(y + 5) - 2(y - 1) = 6$; б) $3(2y + 4) - 2(1 - 2y) = 10$;

в) $0,5(z - 3) - (1 + z) + 4 = 0$; г) $2,4z - (z + 6) = 1 - 12z$.

1026. Барои кадом қимати a қимати ифодаи: а) $3(a - 2)$ аз қимати ифодаи $3a - 2$ 4 маротиба калон; б) қимати ифодаи $6a - 3$ аз қимати ифодаи $3(a - 6)$ 4 воҳид хурд аст?

1027. Решаи муодиларо ёбед:

а) $5(x - 1)x - (5x - 3)x = 6$; б) $2(y - 3) - 3(y - 3) = 0$;

в) $-b(b + 4) + b^2 = 4b - 2$; г) $4\left(a - \frac{1}{4}\right) + 2\left(\frac{1}{4} - a\right) = 0$.

1028. Қавсҳоро кушод:

а) $(2x - 3)(6x - 4)$; б) $(4x + 5)(3 - x)$;

в) $(-0,4x - 2)(2x - y)$; г) $\left(1 - \frac{x}{2}\right)(2x - 6)$.

1029. Амали зарбро иҷро кунед:

а) $(3x - 5y)(7x + y)$; б) $(-2a + 3b)(5b - 7a)$;

в) $(7b - 5c)(-a + 2b)$; г) $(-6p + 5q)\left(-\frac{2}{3}p + \frac{q}{5}\right)$.

1030. Дар шакли бисёръзо нависед:

а) $(ax + 3)(bx - cy + 4)$; б) $(-ax + 3)(bx + cy - 3)$.

1031. Қавсҳоро кушод:

а) $(a + b)\left(p + \frac{1}{2}q - \frac{3}{2}k\right)$; б) $\left(-x + \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{3}{2}a - \frac{2}{5}b - 1\right)$.

1032. Бисёръзоҳоро бо ҳам зарб занед:

а) $-x^2 + 2x - x$ ва $x^2 + x + 3$; б) $2x^2 + 6x + 4$ ва $-x + 2x^2 - 1$;

в) $6x^3 + x^2 - 1$ ва $x^3 + 4x + 4$; г) $4x^3 - 3 + 2x$ ва $x^3 - x^2 - 6$.

1033. Ифодаро сода кунед:

а) $(a^2 - 3)(a + 1) - (a - 1)(a - 4)$; б) $(b - 3)(b + 3) - (2b - 1)(2b + 1)$;

в) $2x^2 - (x + 3)(x - 5) - 15$; г) $y^2 - (1 - y)(2 + y) - 2y^3$.

1034. Ифодаро сода кунед:

а) $(m - 4)(2m - 1) - (m + 2)m$;

б) $(n - m)(2m - n) - (m - n)nm$.

1035. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи:

а) $(n + 2)(n + 7) - n(n + 9)$ ба 14;

б) $n(n - 2)(n + 3) - (n + 1)(n + 2) \cdot n$ ба 2 тақсим мешавад.

1036. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(3 + x)(x - 4) = 0$; б) $a(a + 3) = (a + 3)(a - 4)$;

в) $(x - 3)(5 - x) = 0$; г) $(2x - 3)x = (3 + 2x)x - 2$.

1037. Решаи муодиларо ёбед:

а) $x(x - 7) + x(2x - 3) = x(3x - 5) + 50$; б) $x(x + 5) = x(x - 5) - 20$;

в) $2y(4y + 7) - y(8y + 3) = 66$; г) $5y(2y + 3) + 2y(7 - 5y) = 87$;

ғ) $(z - 3)(z - 5) = z^2 - 11z + 3$; д) $(z - 1)^2 + 6 = (z - 2)(z + 1)$.

1038. Ададҳои дурақама ва серақамаро дар шакли бисёръзогӣ нависед:

а) \overline{xy} ; б) \overline{ab} ; в) \overline{yx} ; г) \overline{xo} ; ғ) \overline{xyz} ; д) \overline{yux} ; е) \overline{xoy} .

1039. Суммаи рақамҳои адади серақама, ки дар ҷойи рақами даҳиқояш 0 дорад, ба 8 баробар аст. Агар ҷойҳои рақамҳои канории онро иваз намоем, адади ҳосилшуда аз адади додашуда 594 воҳид хурд мешавад. Адади номаълумро ёбед.

1040. Адади дурақамаеро ёбед, ки аз рақами яқиқояш 9 маротиба калон аст.

1041. Аз адади дурақама адади дурақамаи аз ҳамон рақамҳо, вале таркибашон чаппаро тарҳ намуда, рақами даҳиқои адади авваларо ҳосил намуданд. Ин ададро маълум кунед.

1042. Дар адади серақамае рақами даҳиқояшро хат заданд. Адади дурақамаи ҳосилшуда аз адади серақама б баробар хурд шуд. Ин кадом адад аст?

1043*. Адади серақамаи ду рақами аввалааш баробару рақами яқиқояш 5-ро ба рақама тақсим намуда, дар бақия 8 ҳосил намуданд. Тақсимшаванда, тақсимкунанда ва ҳосили тақсимро ёбед:

1044*. Адади серақамаеро ёбед, ки ба куби рақами воҳидқояш баробар бошад.

Ба параграфи 12

1045. Дуаъзоро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

а) $7a + 28b$; б) $6 - 24a$; в) $8c - 24d$.

1046. Ифодаро дар намуди ҳосили зарб нависед:

а) $a(x + 3) - b(x + 3)$; б) $p(x + y) + c(x + y)$;

в) $m(3 + k) + n(3 + k)$.

1047. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

а) $3a(x - y) - (y - x)$; б) $z(a + b) - 5(a + b)$;

в) $4x(b - 7) + 5(7 - b)$.

1048. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

а) $x(a - b) - a(b - a)^2$; б) $y(b - c)^2 + c(c - b)$;

в) $z(a - p) - (p - a)^2$; г) $t(a - n)^2 + (n - a)^3$;

ғ) $t(t - 5)^3 - 2(t - 5)^2$; д) $-t(n - p)^3 + 2n(p - n)^2$.

1049. Ифодаро дар шакли ҳосили зарб нависед:

а) $n(n - 1)(n + 2) - n^3$;

б) $p(3p - 2)(2p + 1) - (2p + 1)(3p^2 - 6)$.

1050. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3x^2 + 6x = 0$; б) $4p^2 - 2p = 0$; в) $x^3 + x^2 = 0$; г) $x^4 + x^3 = 0$;

1051. Решаи муодиларо ёбед:

а) $a^2 - 35 - 7a + 5a = 0$;

б) $x^2 - 3x - 6 + 2x = 0$;

в) $y^2 - 4y = 4 - y$;

г) $8b = b^2 - 6b + 48$.

1052. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

а) $(2^6 - 2^5)(2^4 + 2^2)$ ба 64; б) $(3^6 - 3^5)(3^4 + 3^2)$ ба 24;

в) $(16^3 - 8^3)(4^2 + 2^4)$ ба 128; г) $(5^4 + 5^3)(5^4 - 5^2)$ ба 144.

тақсим мешавад.

1053. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $xy - py - 5x + 5p$; б) $yq - qp + 5y - 5p$;
в) $ab - bx - ay + xy$; г) $pm - qt + 3p - 3q$.

1054. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $a(x - p) + 2(p - x)$; б) $b(x - a) - 3(x - a)^2$;
в) $t(b - a)^3 - (a - b)^2$; г) $p(b - y)^2 - 2(y - b)^3$.

1055. Зарбшавандаи умумиро аз қавс бароред:

- а) $-0,2(a - b) + 2,4(b - a)^2$; б) $x(a - y) + (y - a)^3$;
в) $b(z - 3p) + (z - 3p)^3 = 0$; г) $d(y - a) + (a - y) - (y - a)^2$.

1056. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $x^6 - x^4 + x^2$; б) $a^7 - a^5 + 3a^5$;
в) $-p^{12} + p^8 - p^5$; г) $-q^9 + 2q^6 - q^3$.

1057. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $(a + b + c)^2 - (a + b + c)$; б) $(1 - x - y)^2 + (x + y - 1)$.

1058. Қимати ифодаро ёбед: $x^2 + xy + y^2$, агар $x = 3$ ва $y = 4$ бошад.

1059. Ифодаро дар шакли ҳосили зарби бисёраъзоҳо нависед:

- а) $ax + ay + 8a + bx + by + 8b$; б) $ax - ay - 6a - bx + by + 6b$;
в) $q^2p^2 + qp - p^2q^2 - pq + 5p + 5q$; г) $ta + tp - na - np + 4a + 4p$.

1060. Сеаъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $x^2 + x - 20$; б) $x^2 - x - 6$; в) $2x^2 + 7x - 4$;
г) $3x^2 - x - 2$; ё) $-19x + 4x^2 + 12$; д) $10x^2 + 15x - 4x - 6$.

1061. Айниятро исбот кунед:

- а) $(a - 3)(a + 5) = a^2 + 2a - 15$; б) $(b - 4)(b - 2) = b^2 - 6b + 8$;
в) $(c - 4)(3c - 2) = 3c^2 - 14c + 8$; г) $(q - 6)(5q + 2) = 5q^2 - 28q - 12$.

1062. Исбот кунед, ки:

- а) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b) = 0$;
б) $a(b + c) - abc - b(c + a - ac) + c(b - a) = 0$;
в) $(2k - 5)(k - a) = 2k^2 - 2ka - 5k + 5a$;
г) $(4p - 3)(p - t) = 4p^2 - 4pt - 3p + 3t$ аст.

1063*. Исбот кунед, ки агар $a + b + c = 0$, бошад, он гоҳ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ мешавад.

1064*. Айниятро исбот кунед:

- а) $-5x^2 + 17x - 12 = (1 - x)(5x - 12)$;
б) $(y^2 + 1)^2 = y^4 + 2y^2 + 1$;
в) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$;

$$г) z^4 + z^2 + 1 = (z^2 + z + 1)(z^2 - z + 1).$$

1065. Исбот кунед, ки ифодаҳо айниятан баробаранд:

а) $-(x - a)(x + b)$ ва $(a - x)(b + x)$; б) $(-p - q)(p + q)$ ва $-(p + q)^2$;
 в) $36 - (-9c + 15)$ ва $3(3c + 7)$; г) $y(-2 - (y - 4))$ ва $y(2 - y)$.

1066*. Айниятро исбот кунед:

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2.$$

1067*. Айниятро исбот кунед:

а) $a^2(a^2 - 3b^2)^2 + b^2(3a^2 - b^2)^2 = (a^2 + b^2)^3$;
 б) $a^2(a^2 + 3b^2)^2 - b^2(3a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^3$.

1068. Оё айният дуруст аст: $|x| + 1 = |x+1|$?

ТЕСТИ 12

1. Нишон диҳед, ки адади дилхохи дурақамаи рақамҳояш баробар ба 11 тақсим мешавад.

2. Нишон диҳед, ки адади серақамаи дилхохи рақамҳояш баробар ба 37 тақсим мешавад.

3. Адади 101010110000 дар системаи ҳисоби дуй дода шудааст. Ададиро ёбед, ки ба он дар системаи даҳӣ мувофиқ меояд.

4. Нишон диҳед, ки

$$(235,53125)^{10} = (11101011,10001)^2 \text{ аст.}$$

5. Адади 101–ро дар системаи дуии ҳисоб ба куб бардоред.

6. Суммаи чор адади дурақамаи пай дар пай ба 158 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

А) 39,40,41,42; В) 37,38,39,43; С) 38,39,40,41.

7*. Дар адади дурақама яке аз рақамҳояшро хат заданд. Ададе ҳосил шуд, ки аз адади аввала 31 маротиба хурд аст. Ин ададро ёбед.

А) 31,62,93; В) 93,62,31; С) 62,31,93.

8. Дар соли 1999 синни Рухшона ба суммаи рақамҳои соли таваллудаш баробар шуд. Рухшона кадом сол таваллуд ёфтааст?

А) 1976; В) 1986; С) 1972.

9. Пеш аз рақами даҳӣҳои адади дурақама 2-ро навиштанд. Дар натиҷа адади серақамаи ҳосилшуда аз адади дурақама 9 маротиба калон шуд. Ин ададҳоро ёбед.

А) 35; 235; В) 25; 225; С) 55; 255.

10*. Рақами якуми адади серақамаро хат зада, адади дурақамаро ҳосил намуданд. Агар онро ба 7 зарб занем, адади серақама ҳосил мешавад. Ин ададҳоро маълум кунед.

А) 440; 40; В) 50; 250; С) 350; 50.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Амалҳо бо дараҷаҳо ва аз ин ҷо бо бисёраъзогиҳо ҳанӯз аз замонҳои хеле қадим маълум буданд (боби III). Танҳо камбудӣ дар он аст, ки ин амалҳо на бо ишоратҳои ҳарфӣ, балки бо ибораҳо ифода ёфтаанд, ки барои истифода нобоб ҳисоб меёбанд. Аз ибтидои асри XVII сар карда амалҳо бо дараҷаҳо ва якъзогиҳо ҳамон тавре, ки мо ҳоло бо онҳо одат кардаем, дар Аврупо паҳн гаштан гирифтанд. Аз ин ҷо имкони зарби якъзогӣ бо якъзогӣ, якъзогӣ бо бисёраъзогӣ ва сипас бисёраъзогӣ бо бисёраъзогӣ ба миён омад. Ба ибораи дигар, алгебра оҳиста-оҳиста шакли ҷиддиву пай дар пайро соҳиб гашт. Тақрибан дар охири асри XVII ва ибтидои асри XVIII ба ҳамон мундариҷае соҳиб гашт, ки мо ҳоло онро дар мактабҳо меомӯзем. Дар барқароршавӣ ва устуворшавии алгебра ҳамчун шоҳаи мустақили математика олимони бисёр мамлакатҳо, хусусан Осиёи Миёна саҳмгузоранд.

Агар поягузори алгебра ҳамчун илм олими бузург Муҳаммад Хоразмӣ (787–850) ҳисоб ёбад, файласуф ва математику ситорашиноси дигари форсу тоҷик Умари Хайём (1048–1123) пас аз се асри ҳаёти ӯ ин илми бостониро қуввату илҳоми тоза бахшид.

Дар инкишофи алгебра ҳиссаи олимони итолиёвии асри XVI Тарталия (1499–1557) ва Кардано (1501–1576) олими бузурги немис Декарт (1596–1650), олими фаронсавӣ Франсуа Виет (1540–1603) низ калон аст. Вале ҳеҷ ягон фан, алалхусус математика, ки аз эҳтиёҷи ҳаррӯзаи инсон пайдо шуда, дар қорҳои сохтмонӣ, шинои баҳрӣ, ҳатто парвозҳои кайҳонӣ ҳамчун ёрдамчи беминнат хизмат мекунад, сукут накарда, ҳамеша рӯ ба тараққист, инкишоф меёбад, ғанӣ мегардад. Аз ин ҷост, ки дар давоми асрҳои XVII–XIX аз алгебра шоҳаи нав, аз қабилӣ алгебраи бисёраъзо ба миён омад.

Риёзидонони Осиёи Миёна, аз Ал-Хоразмӣ сар карда, ифодаҳои дуъзо ва сеъзои квадратино ба ду гурӯҳ — сода ва мураккаб ҷудо намуда, дар асоси онҳо 6 намуди мухталифи муодилаҳоро ҳал намудаанд. Дар ин қорӣ заҳматталаб, инчунин, номи олимони тоҷик Алӣ Қушчӣ (асри XV), Баҳоваддини Омулӣ, Наҷмиддин Алихонро бо некӣ ёдовар шудан мумкин аст. Онҳо дар баробари пешниҳод намудани формулаҳои ҳалли муодилаҳои аз бисёраъзои дараҷаи ду тартибёфта, инчунин муодилаҳои тартиби болотарро низ бо тарзҳои сунъӣ ҳал намуда, дар назарияи муодилаҳои тартиби се ва чор тағйироти ҷиддӣ ворид сохтаанд.

БОБИ V. ФОРМУЛАҲОИ ЗАРБИ МУХТАСАР

§ 13. КВАДРАТИ СУММА ВА КВАДРАТИ ФАРҚ

13.1. Квадрати сумма

Бо баробари зиёд гардидани шумораи аъзои бисёраъзо зарби онҳо низ мураккаб мешавад. Аммо, баъзан зарби бисёраъзоро ба тариқи кӯтоҳ иҷро намудан мумкин аст. Ин ба шарофати истифодаи формулаҳои зарби мухтасар муяссар мешавад.

Маълум, ки $x^2 = x \cdot x$ мебошад. Агар дар ҳамин баробарӣ $x = a + b$ гузорем, баробарии зеринро ҳосил мекунем:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2.$$

Ҳамин тавр,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

Формулаи (1) квадрати суммаи ду ҷамъшаванда ё мухтасар *квадрати сумма* номида мешавад. Онро ин тавр мехонанд: “квадрати суммаи ду ҷамъшаванда ба ҳосили ҷамъи квадратҳои онҳо ва дучанди ҳосили зарбашон баробар аст”.

Ифодаи $a^2 + 2ab + b^2$ -ро, ки дар тарафи ростии формулаи (1) омадааст, минбаъд *квадрати пурраи дуаъзогии $a + b$* меномем.

Мисоли 1. Суммаи $3x + 8$ -ро ба квадрат мебардорем.

◀ Дар асоси формулаи квадрати сумма менависем:

$$(3x + 8)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 8 + 8^2 = 9x^2 + 48x + 64. \blacktriangleright$$

Мисоли 2. Ифодаи $-5y - 3z$ -ро ба квадрат мебардорем.

◀ Азбаски $(-5y - 3z)^2 = ((-5y) + (-3z))^2$ аст, пас менависем:

$$\begin{aligned} (5y - 3z)^2 &= ((-5y)^2 + (-3z)^2 = (-5y)^2 + 2 \cdot (-5y) \cdot (-3z) + (-3z)^2 = \\ &= 25y^2 + 30yz + 9z^2. \blacktriangleright \end{aligned}$$

Мисоли 3. Ифодаи $(2x + 5)^2 - 2(2x^2 + 5)$ -ро сода мекунем.

◀ Ифодаи $(2x + 5)^2$ -ро дар асоси формулаи (1) мекушоём.

$$\begin{aligned} \text{Бинобар ҳамин } (2x + 5)^2 - 2(2x^2 + 5) &= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 - 4x^2 - \\ - 10 &= 4x^2 + 20x + 25 - 4x^2 - 10 = 20x + 15. \blacktriangleright \end{aligned}$$

Татбиқи формулаи (1), ҳангоми ба квадрат бардоштани ададҳои бисёрақама, ҳисобро осон мегардонад:

$$\text{а) } 53^2 = (50 + 3)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 3 + 3^2 = 2500 + 300 + 9 = 2809;$$

$$\text{б) } 102^2 = (100 + 2)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 10000 + 400 + 4 = 10404.$$

Формулаи (1) барои се ва зиёда ҷамъшаванда низ ҷой дорад. Азбаски $(a + b + c)^2 = (a + (b + c))^2$ аст, пас ифодаи $b + c$ -ро бо t ишорат намуда, аз формулаи (1) ҳосил мекунем:

$$(a + b + c)^2 = (a + t)^2 = a^2 + 2at + t^2.$$

Дар ифодаи ҳосилшуда ба ҷойи t ифодаи $b + c$ -ро гузошта, бори дигар барои ҷамъшавандаи сеюми сумма формулаи (1)-ро татбиқ мекунем:

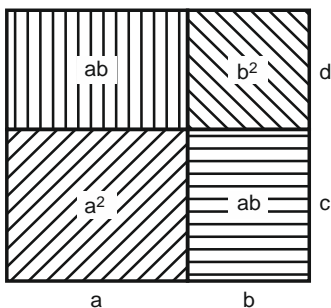
$$(a + (b + c))^2 = a^2 + 2a(b + c) + (b + c)^2 = a^2 + 2a(b + c) + b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc).$$

Мисоли 4. Сеаъзогии $x + 2y + z$ -ро ба квадрат мебардорем:

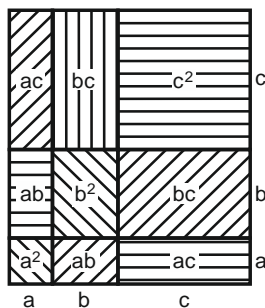
$$\blacktriangleleft (x + 2y + z)^2 = (x + (2y + z))^2 = x^2 + 2 \cdot x(2y + z) + (2y + z)^2 = x^2 + 4xy + 2xz + 4y^2 + 2 \cdot 2y \cdot z + z^2 = x^2 + 4y^2 + z^2 + 2(2xy + xz + 2yz). \blacktriangleright$$

Барои қиматҳои мусбати a ва b формулаи (1)-ро ба таври аёни маънидод намудан мумкин аст (расми 31).

Ҳангоми мусбат будани a , b ва c формулаи квадрати суммаи се ҷамъшавандаро низ ба таври аёни маънидод намудан мумкин аст (расми 32).



Расми 31.



Расми 32.

1069. Қавсро кушоед:

- а) $(x + y)^2$; б) $(m + n)^2$; в) $(n + p)^2$;
 г) $(4 + y)^2$; ғ) $(z + 6)^2$; д) $(5 + k)^2$.

1070. Қавсро кушоед:

- а) $(-a - x)^2$; б) $(-b - y)^2$; в) $(-z - c)^2$;
 г) $(-2 - n)^2$; ғ) $(-3 - m)^2$; д) $(2n + 1)^2$.

1071. Ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(3x + 2)^2$; б) $(2x + 5y)^2$; в) $(-5x - 3b)^2$; г) $(-7x - 5c)^2$.

1072. Ба бисёраъзо табдил диҳед:

а) $(0,1m + 5p)^2$; б) $(0,6 + 2y)^2$;
в) $(4a + 0,25p)^2$; г) $(1,3a - 5b)^2$.

1073. Ба бисёраъзо табдил диҳед:

а) $\left(\frac{x}{2} + y\right)^2$; б) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)^2$; в) $\left(\frac{3}{4}z + \frac{1}{3}a\right)^2$; г) $\left(3\frac{1}{2}t + \frac{2}{3}\right)^2$.

1074. Ифодаро ба бисёраъзо табдил диҳед:

а) $(x + 2)^2 + x^2 - 4x$; б) $(z + 3)^2 - z^2 - 9$;
в) $(1 + a)^2 - (2 + a)^2$; г) $(-b - 4)^2 - 8b - 16$.

1075. Айниятро исбот кунед:

а) $(a + b)^2 = (-a - b)(-a - b)$; б) $(a + b)^4 = (-a - b)^4$.

1076. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(a^2 + 2)^2$; б) $(a^2 + b^2)^2$; в) $(a^2 + 2c^2)^2$; г) $(3c + 2b^2)^2$.

1077. Ифодаро ба квадрат бардоред:

а) $x + a + b$; б) $2a + 3b + c$; в) $-a - 2b + 3c$.

1078. Ба ҷойи * чунин якаъзогиеро гузоред, ки айният ҳосил шавад: а) $(2a + *)^2 = 4a^2 + 4a* + b^2$;

б) $(3 \cdot b + *)^2 = 9b^2 + 6ba + (*)^2$.

1079. Ифодаро сода кунед:

а) $(2x + 9)^2 - x(4x + 36)$; б) $(2x + 5)^2 - (4x^2 + 25)$.

1080. Ба бисёраъзо табдил диҳед:

а) $(x^3 + 1)^2$; б) $(2 + 3y^2)^2$; в) $(12z^2 + p)^2$;
г) $(-8n - 3m)^2$; ғ) $(-2p^2 + q^2)^2$.

1081. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x + 9)^2 = x^2$; б) $(x + 5)^2 = x^2 - 15$;
в) $(2x + 1)^2 = x(4x - 1)$; г) $(3x + 2)^2 = 3x(3x - 5)$;
ғ) $x(x + 3) = (x + 3)^2$; д) $(x + 4)^2 = x(x + 4)$.

Машқҳо барои такрор

1082. Ифодаро хонед:

а) $(a + 2x)^2$; б) $a^2 + 2ax$;
в) $(-a - 2x)^2$; г) $-a^2 - 2(x + a)$.

1083. Чумлаҳоро дар шакли ифодаи ҳарфӣ нависед:

а) суммаи квадратҳои a ва b ; б) квадрати суммаи x ва y .

1084. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$; б) $x^3 + 6x^2 - 12 - 2x$.

1085. Ифодаро дар шакли бисёраъзо нависед:

а) $(a^2 - a + 1)(2a^2 - a + 4)$; б) $(-5b^2 + 2b + 3)(4b^2 - 2b + 1)$.

13.2. Квадрати фарқ

Азбаски $(a - b)^2 = (a + (-b))^2$ аст, формулаи (1)-ро аз дарси гузашта татбиқ намуда, ҳосил мекунем:

$$(a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2 \cdot a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

Ҳамин тавр,

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

Формулаи (2) квадрати фарқи ду ҷамъшаванда ё мухтасар *квадрати фарқ* ном дорад. Онро ин тавр мехонанд: “квадрати фарқи ду ҷамъшаванда ба фарқи суммаи квадратҳои онҳо ва дучанди ҳосили зарбашон баробар аст”.

Ифодаи $a^2 - 2ab + b^2$ -ро, ки дар тарафи рост формулаи (2) омадааст, минбаъд, *квадрати нурраи фарқи a - b* меномем.

Мисоли 1. Квадрати фарқи $3x - 2$ -ро ба бисёрраёзгӣ табдил медиҳем.

◀ Аз формулаи (2) истифода бурда меёбем:

$$(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4. \blacktriangleright$$

Мисоли 2. Квадрати фарқро аз рӯи формулаи (2) кушода, ифодаро сода мекунем:

$$\blacktriangleleft (3a - 2b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2. \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Квадрати ададҳои 97 ва 49-ро меёбем:

$$\blacktriangleleft 97^2 = (100 - 3)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 = 10000 - 600 + 9 = 9409;$$

$$49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1 = 2500 - 100 + 1 = 2401. \blacktriangleright$$

Формулаи (2) барои се ва зиёда ҷамъшаванда низ дуруст аст. Масалан, онро барои се ҷамъшаванда ин тавр навиштан мумкин аст:

$$\begin{aligned} (a - b + c)^2 &= ((a - b) + c)^2 = \\ &= (a - b)^2 + 2(a - b) \cdot c + c^2 = \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab - bc - ac). \end{aligned}$$

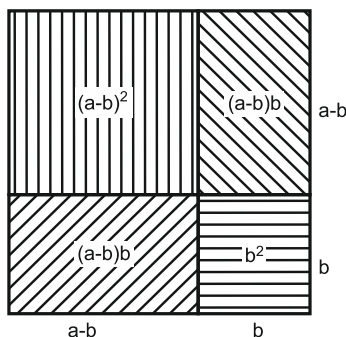
Ҳангоми $a > b$ будан формулаи (2)-ро ба таври аёнӣ маънидод намудан мумкин аст (расми 33).

1086. Қавсҳоро кушоед:

а) $(x - y)^2$;

б) $(m - n)^2$;

в) $(n - p)^2$.



Расми 33.

1087. Қавсқоро кушоед:

- а) $(a - x)^2$; б) $(2b - y)^2$; в) $(c - 2z)^2$;
г) $(3d - k)^2$; ғ) $(-p + 4q)^2$; д) $(3p - 7k)^2$.

1088. Квадрати фарқро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(3x - 5a)^2$; б) $(5y - 3b)^2$; в) $(7z - 2k)^2$.

1089. Квадрати фарқро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(0,25 - 5n)^2$; б) $(0,6 - 2m)^2$; в) $(2,4n - 0,3m)^2$.

1090. Квадратро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(4x - 9y)^2$ б) $(0,3y - 2z)^2$; в) $\left(3z - \frac{2}{3}t\right)^2$.

1091. Қавсқоро кушоед:

- а) $(x^2 - 2)^2$; б) $(3 - y^2)^2$; в) $(4 - z^3)^2$.

1092. Ифодаро сода кунед:

- а) $(x - 3)^2 - x^2 - 9$; б) $(2y - 5)^2 - 4y^2 - 25$; в) $(2 - z)^2 - 3(1 - z)^2$.

1093. Ифодаро сода кунед:

- а) $(2x - 9)^2 - x(4x + 1)$; б) $(2x - 5)^2 - (4x^2 + 20)$;
в) $-6(x - 3)^2 + 3(2x^2 + 9)$.

1094. Ифодаро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(x^3 - 1)^2$; б) $(2 - 3y^2)^2$; в) $(2z^2 - 3z)^2$; г) $(1 - x^3)^2 + 2x^3 - x^6$.

1095. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 4x + 3$; б) $2(y - 3)(3 - y) = -2y^2$;
в) $6(z - 1)^2 = (3z - 2)(2z - 1)$; г) $2v(3 - 2v) = -4(v + 1)^2$.

1096. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(x - 2)^2 + 2(x - 2) = 0$; б) $(2y - 3)^2 - 2(2y^2 - 3) = 0$;
в) $(2z + 5)(z - 5) = 2z^2 - z$; г) $(2u - 1)(2u + 3) = 4u^2$.

- 1097.** Қимати ифодаро ёбед: а) $(x^2 - 1)^2$, агар $x = -1$ бошад;
б) $36 - 3a + 0,25$, агар $a = -1,5$ бошад.

- 1098.** Барои кадом адади натуралии n қимати ифодаи $4(2n + 1)^2 - 4(2n - 1)^2$ а) мусбат; б) манфӣ мешавад?

Машқҳо барои тақрор

1099. Ифодаро хонед:

- а) $2ab - b^3$; б) $(a + b)^2 - a^2$; в) $(a - b^2)^2 - (a + b^2)^2$.

1100. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $-a^6 - a^5 + a^4 + a^3$; б) $n^4 - 2n^2 + n^3 - 2n$.

1101. Дар шакли ифодаҳои ҳарфӣ нависед:

- а) квадрати фарқи a ва 2 ; б) фарқи квадратҳои 3 ва $2b$;
в) дучанди ҳосили зарби n ва $p + 3$.

13.3. Татбиқи формулаҳои квадрати сумма ва квадрати фарқ

Формулаҳои (1) ва (2) имкон медиҳанд, ки ифодаҳои аз квадрати сумма ва квадрати фарқ тартибёфта сода карда шаванд. Инчунин, бо ёрии ин формулаҳо ифодаҳои намуди $a^2 + 2ab + b^2$ ва $a^2 - 2ab + b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо намудан мумкин аст.

Формулаҳои (1) ва (2)-ро аз рост ба чап менависем:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2, \quad (1')$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2. \quad (2')$$

Мисоли 1. Сеаъзои $4a^2 + 12a + 9$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◀ Чамъшавандаи якум $4a^2$ аз квадрати $2a$, чамъшавандаи сеюм 9 аз квадрати 3 иборатанд. Чамъшавандаи мобайнӣ $12a$ ба дучанди ҳосили зарби чамъшавандаҳои $2a$ ва 3 баробар аст: $12a = 2 \cdot 2a \cdot 3$. Бинобар ҳамин,

$$4a^2 + 12a + 9 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3 + 3 = (2a + 3)^2 = (2a + 3)(2a + 3). \quad \blacktriangleright$$

Мисоли 2. Бисёраъзои $9a^2 - 12ab + 4b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

$$\blacktriangleleft \text{ Ҳосил мекунем: } 9a^2 - 12ab + 4b^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 2b \cdot 3a + (2b)^2 = (3a - 2b)^2 = (3a - 2b)(3a - 2b). \quad \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

$$\blacktriangleleft \text{ а) } 9p^2q^2 - 12pq^2 + 4q^2 = (3pq)^2 - 2 \cdot 2q \cdot 3pq + (2q)^2 = (3pq - 2q)^2;$$
$$\text{ б) } \frac{1}{9}k^2 + \frac{2k}{4}m \cdot n + \frac{9}{16}m^2 \cdot n^2 = \left(\frac{1}{3}k\right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot k \cdot m \cdot n + \left(\frac{3}{4}mn\right)^2 = \left(\frac{1}{3}k + \frac{3}{4}mn\right)^2. \quad \blacktriangleright$$

Дар ҳар ду ҳолат а) ва б) ҳангоми ба квадрати дуаъзо иваз намудани бисёраъзо мо аз формулаҳои (1') ва (2') истифода бурдем.

1102. Сеаъзоро дар шакли квадрати пурраи дуаъзо нависед:

$$\text{ а) } a^2 + 2a + 1; \quad \text{ б) } 16 + 8x + x^2;$$
$$\text{ в) } 4b^2 - 4bc + c^2; \quad \text{ г) } y^2 - 16xy + 64x^2.$$

1103. Сеаъзоро ҳамчун квадрати сумма ё квадрати фарқ нависед:

$$\text{ а) } 4x^2 - 4x + 1; \quad \text{ б) } -30y + 9 + 25y^2; \quad \text{ в) } 16 + 49z^2 - 56z.$$

1104. Сеаъзоро дар шакли квадрати дуаъзо нависед:

$$\text{ а) } \frac{4}{9}m^2 + 4n^2 - \frac{1}{8}mn; \quad \text{ б) } \frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{5}x^2y^3 + \frac{9}{25}y^6;$$

в) $-10ab + \frac{1}{4}a^2 + 100b^2$.

1105. Сеаъзоро ҳамчун квадрати сумма ё квадрати фарқ нависед:

а) $1 + y^2 - 2y$; б) $8ab + b^2 + 16a^2$; в) $1 + y^4 - 2y^2$;
 г) $8a^2 b^2 + b^4 + 16a^4$; д) $49x^2 - 28xy + 4y^2$; е) $100x^2 - 20xy + y^2$.

1106. Сеаъзоро ба квадрати дуаъзо табдил диҳед:

а) $\frac{1}{9}p^2 + \frac{2}{15}pq + \frac{1}{25}q^2$; б) $\frac{1}{16}n^2 - nb + 4b^2$.

1107. Оё барои қимати дилхоҳи a нобаробарӣ дуруст аст:

а) $a^2 + 1 > 0$; б) $(a - 1)^2 > 0$; в) $(1 + a)^2 > 0$;
 г) $-a^2 + 6a - 90$; д) $-1 + 2a - a^2 < 0$; е) $a \geq a^2$

1108. Ифодаро сода намуда, қиматашро ёбед:

$(x - 6)^2 - x(x + 20)$, агар $x = 0,9$ бошад;

1109. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x - 5)^2 - x(x - 6) = 21$; б) $(5t + 3)^2 = (7 - 5t)^2 + 10$;
 в) $(8y - 3)^2 + (16y - 3)(5 - 4y) = -94$; г) $(3z - 7)^2 = (2 - 3z)^2 + 135$.

1110. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(6y + 5)^2 = (4y - 3)(9y + 5) - 27$;
 б) $(7x - 5)^2 + 19 = (9 - 8x)^2 - 15x^2$;
 в) $(5 - 4u) \cdot (u + 1) = (3 + 2u)^2 - 3u + 14$;
 г) $(5v - 8)^2 + 115v = (3 + 4v)^2 + 9v^2$.

1111. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $1,6^2 - (1,24 - 2,48 \cdot 0,24 + 0,24)^2$; б) $18,7^2 + 3,3^2 - 6,7^2 - 15,3^2$.

1112. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{5 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9}{(3 \cdot 2^{17})^2}$; б) $\frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^{10} \cdot 2^{10} + 12^{10}}$.

1113. Ифодаро ба квадрат бардоред:

а) $(x + y + z)$; б) $(a - b - c)$; в) $(1 + x + x^2)$.

1114*. Айниятро исбот кунед:

$x(y - z)^2 + y(z - x)^2 + z(x - y)^2 = (x + y)(x + z)(y + z) - 8xyz$.

1115. Нишон диҳед, ки $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$ аст.

1116*. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $bc(b - c) - ca(a - c) + ab(a - b)$; б) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b)$.

Машқҳо барои такрор

1117. Дар шакли квадрати якаъзо нависед:

а) $4x^2 y^2$; б) $9x^6 y^4$; в) $y^4 z^8$; г) $25x^{10} y^{12} z^{16}$.

1118. Дар шакли кубӣ якаъзо нависед:

а) $8a^3b^6$; б) $27a^9c^{12}$; в) $-64b^9c^6$.

1119. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $867000 : 5 - 505 \cdot 2,5$; б) $26,16 : 6 + 2,6 \cdot 1,4 : 0,4 - 0,4$.

1120. Қимати ифодаро ёбед:

а) $(12 - 8\frac{5}{12}) + (17\frac{1}{2} - 16\frac{1}{5})$; б) $(63\frac{2}{5} + 3\frac{1}{8}) - (13 - 10\frac{5}{6})$.

ТЕСТИ 13

1. Сеаъзоро бо квадрати дуаъзо иваз кунед: $x^2 + 6x + 9$.

А) $(x + 3)^2$; В) $(2x + 3)^2$; С) $(x - 3)^2$.

2. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед: $ax + bx + cx + ay + by + cy$.

А) $(x + y)(a + b + c)$; В) $(a + b - c)(x - y)$; С) $(x - y)(a - b - c)$.

3. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

$2b^3 - 4b^2 + 3b - 6$.

А) $(b - 2)(2b^2 + 3)$; В) $(b + 3)(b^2 + 2)$; С) $(3b^2 - 2)$.

4. Муодиларо ҳал кунед: $25y^2 - 49 = 0$.

А) $y = \pm \frac{7}{5}$; В) $y = -\frac{5}{7}$; С) $y = \frac{5}{7}$

5. Қимати ифодаро бо тарзи осонтар ёбед:

$76,42 + 13,62 + 2 \cdot 76,4 \cdot 13,6$.

А) 90,0; В) 100; С) 80,6.

6. Қимати ифодаро ёбед:

$(\frac{97^2 - 53^2}{44} + 97 \cdot 53) : (152,5^2 - 27,5^2)$.

А) 3; В) 1; С) 2.

7. Ба ҷойи * чунин яқъзоеро гузоред, ки баробарии дуруст ҳосил шавад: $b^2 + 20b + * = (b + 10)^2$.

А) 20; В) 22; С) 102.

8. Ба ҷойи * чунин яқъзоеро гузоред, ки баробарии дуруст ҳосил шавад:

$* - 42xy + 49y^2 = (* - *)^2$.

А) $6x - 7y$; В) $7x - 6y$; С) $6x - 7y$.

9. Ҳисоб кунед: $\frac{27^3 - 13^3}{27^2 + 27 \cdot 13 + 13^2}$.

А) 14; В) 13; С) 12.

10. Қимати ифодаро ёбед:

$\frac{9^{23} + 9^{22} + 9^{21}}{27^{14} - 27^{13}}$.

А) 27,3; В) 95,4; С) 94,5.

§ 14. ФАРҚИ КВАДРАТҲО

14.1. Табдил додани ҳосили зарби сумма ва фарқ

Дар дарсҳои гузашта ифодаҳои намуди $(a + b)(a + b)$, инчунин $(a - b)(a - b)$ -ро ба бисёраъзо табдил додем. Ҳоло бошад, ифодаи намуди $(a + b)(a - b)$ -ро ба бисёраъзо табдил медиҳем.

$$\text{Ҳосил мекунем: } (a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$$

Ҳамин тавр,

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad (3)$$

Формулаи ҳосилшударо ин тавр мехонанд: ҳосили зарби сумма ва фарқи ду ифода ба фарқи квадратҳои онҳо баробар аст.

Мисоли 1. Суммаи $x + 3y$ -ро бо фарқи $x - 3y$ зарб мезанем

◀ Дар асоси формулаи (3) ҳосил менамоем:

$$(x - 3y)(x + 3y) = x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2. \blacktriangleright$$

Мисоли 2. Ҳосили зарби $(3a - 7b)(3a + 7b)$ -ро ба бисёраъзо табдил медиҳем:

◀ Менависем: $(3a - 7b)(3a + 7b) = (3a)^2 - (7b)^2 = 9a^2 - 49b^2. \blacktriangleright$

Мисоли 3. Ҳосили зарбро ба шакли бисёраъзо меорем:

$$(3 - a(x + y))(3 + a(x + y)).$$

◀ Менависем:

$$(3 - a(x + y))(3 + a(x + y)) = 3^2 - (a(x + y))^2 = 9 - a^2(x + y)^2.$$

Ин табдилдиҳиро бо тарзи дигар низ иҷро намудан мумкин аст.

$$(3 - a(x + y))(3 + a(x + y)) = 3 \cdot 3 + 3a(x + y) - 3a(x + y) - (a(x + y))^2 = 9 - a^2(x + y)^2. \blacktriangleright$$

Мисоли 4. Ифодаи $20,5p^2 - (4p - 0,5)(4p + 0,5)$ -ро сода мекунем.

◀ Менависем:

$$\begin{aligned} 20,5p^2 - (4p - 0,5)(4p + 0,5) &= 20,5p^2 - ((4p)^2 - (0,5)^2) = \\ &= 20,5p^2 - 16p^2 + 0,25 = 4,5p^2 + 0,25. \blacktriangleright \end{aligned}$$

Мисоли 5. Муодилаи $(3 - x)(3 + x) + (x - 2)^2 = 1$ -ро ҳал мекунем.

◀ Қавсҳои аввалро мувофиқи формулаи (3) ва қавси дуюмро дар асоси формулаи (2) мекушоём. Дар натиҷа баробарии $9 - x^2 + x^2 - 4x + 4 = 1$ ҳосил мешавад. Чамъшавандаҳои монандро ислоҳ намуда, меёбем, ки $4x = 12$ ё ки $x = 3$ аст.

Пас, қимати $x = 3$ ҳалли муодила будааст. \blacktriangleright

◀ **Мисоли 6.** Ифодаҳои зеринро зарб мезанем:

$$\left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{4} = \frac{4ab}{4} = ab. \blacktriangleright$$

Дар ин маврид ҳам, баъди татбиқи формулаи (3) аз формулаҳои (1) ва (2) истифода бурдем.

1121. Зарбро иҷро кунед:

- а) $(4a - 5b)(4a + 5b)$; б) $(3b - 7c)(3b + 7c)$;
 в) $(6p + 5q)(6p - 5q)$; г) $(9x - 7y)(9x + 7y)$;
 ғ) $(a + b + 1)(a + b - 1)$; д) $(k - t - 3)(k + t + 3)$.

1122. Фарқро бо сумма зарб занед:

- а) $(2 - x)(2 + x)$; б) $(3 - y)(3 + y)$; в) $(5 - z)(z + 5)$;
 г) $(p - 2q)(p + 2q)$; ғ) $(2m - n)(2m + n)$; д) $(3a - b)(3a + b)$.

1123. Ба фарқи квадратҳо иваз кунед:

- а) $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)$; б) $(3 - b)(3 + b)(9 + b^2)$;
 в) $(c^2 + 1)(c + 1)(c - 1)$; г) $(2^2 - n^2)(2^2 + n^2)(4^2 + n^2)$.

1124. Ҳисоб кунед:

- а) $(100 - 1)(100 + 1)$; б) $(70 - 2)(70 + 2)$; в) $201 \cdot 199$;
 г) $84 \cdot 76$; ғ) $74 \cdot 66$; д) $1,05 \cdot 0,95$.

1125. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(x - 7)(x + 7) = x(5 + x) - 1$;
 б) $2(1 - y)(1 + y) = y(-2y - 1)$;
 в) $(4z - 1)^2 = (4z - 3)(4z + 3) + 10$;
 г) $(3t - 5)(3t + 5) = 9(t - 4)(t + 4) + 119 \cdot t$.

1126. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(a - 3)(a + 3) - (a - 4)^2 = 39$;
 б) $(b + 6)(b - 6) - (b - 6)^2 = 0$;
 в) $8c(1 + 2c) - (4c + 3)(4c - 3) = 2c$;
 г) $d - (1 - 12d)3d = 11 - (5 - 6d)(5 + 6d)$;
 ғ) $(8p - 1)(8p + 1) - 4(16p^2 - p) = 44$;
 д) $(8 - 9q)q = -40 + (6 - 3q)(6 + 3q)$.

1127. Дар шакли бисёраъзо нависед:

- а) $(x^2 - 10)(x^2 + 10)$; б) $(9a - x^2)(x^2 + 9a)$; в) $(a^2 - c^3)(c^3 + a^2)$.

1128. Қимати ифодаи

- а) $(x^2 - 1) - (x^2 + 1)$ -ро ҳангоми $x = 0,25$ будан;
 б) $(x^3 - 2y)^2 - (2y + x^3)^2$ -ро, ҳангоми $x = 1,5$ ва $y = 1$ будан, ёбед.

Машқҳо барои тақрор

1129. Ифодаро ҳамчун квадрати сумма ё квадрати фарқ нависед:

а) $b^4 - 2a^2b^2 + a^4$; б) $4a^6 + 4a^3b^2 + b^4$.

1130. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

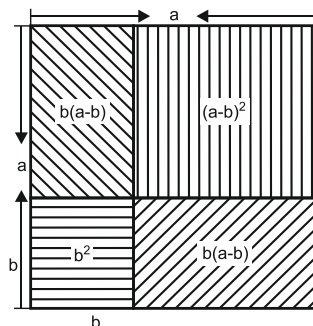
а) $7a^3 + a^2b$; б) $c^3a^2 + a^3c^2$; в) $7a^3 + a^2b - 28a - 4b$.

1131. Калонтарин тақсимкунандаи умумӣ ва хурдтарин каратии умумии ададҳоро ёбед: а) 18 ва 60; б) 72 ва 96; в) 396 ва 180; г) 34; 51 ва 68.

1132. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x - 2)^2 = x^2$; б) $(x + 3)^2 = x(x - 3)$.

1133. Аз расми 34 маънои геометрии формулаи $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ -ро барои қиматҳои дилхоҳи $a > b > 0$ шарҳ диҳед.



Расми 34.

14.2. Ба ҳамзарбҳо ҷудо кардани фарқи квадратҳо

Қисмҳои чапу рости формулаи (3)-ро иваз намуда, ҳосил мекунем:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b). \quad (3')$$

Дар чунин маврид мегӯянд, ки фарқи квадратҳои $a^2 - b^2$ ба зарбшавандаҳои $(a - b)$ ва $(a + b)$ ҷудо шудааст.

Мисоли 1. Ифодаи $81 - x^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◀ Азбаски $81 = 9^2$ аст, пас дар асоси формулаи (3) менависем: $81 - x^2 = 9^2 - x^2 = (9 - x)(9 + x)$. ▶

Мисоли 2. Дуаъзои $25a^2 - 9b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◀ Аввал аъзои дуаъзоро ба шакли формулаи фарқи квадратҳо мувофиқ намуда, баъд онро татбиқ менамоем:

$$25a^2 - 9b^2 = (5a)^2 - (3b)^2 = (5a - 3b)(5a + 3b). \quad \blacktriangleright$$

Мисоли 3. Фарқи квадратҳои ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

◀ а) $13^2 - 8^2 = (13 - 8)(13 + 8) = 5 \cdot 21 = 105$;

б) $21,4^2 - 0,6^2 = (21,4 - 0,6)(21,4 + 0,6) = 20,8 \cdot 22 = 457,6$. ▶

Мисоли 4. Қимати ифодаи: а) $0,625^2 - 0,375^2$; б) $\frac{32^2 - 24^2}{48^2 - 8^2}$ -ро меёбем.

◀ а) $0,625^2 - 0,375^2 = (0,625 - 0,375)(0,625 + 0,375) = 1 \cdot 0,25 = 0,25$;
 б) $\frac{32^2 - 24^2}{48^2 - 8^2} = \frac{(32-24)(32+24)}{(48-8)(48+8)} = \frac{8 \cdot 56}{40 \cdot 56} = 0,2$. ▶

Мисоли 5. Муайян мекунем, ки барои кадом a қимати ифодаи:

а) $x^2 - ax + 36$; б) $y^2 + ay + 64$ квадрати дуаъзо мешавад?

◀ а) дар асоси формулаи квадрати фарқ

$x^2 - ax + 36 = x^2 - ax + 6^2 = (x - 6)^2 = x^2 - 12x + 6^2$ мешавад. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки бояд $-ax = -12$ (ниг. ба п. 13.2) ё $a = 12$ бошад;

б) дар асоси формулаи квадрати сумма бояд $y^2 + ay + 64 = y^2 + ay + 8^2 = (y + 8)^2 = y^2 + 16y + 8^2$. Аз ин ҷо $ay = 16y$ ё $a = 16$ мешавад (ниг. ба п. 13.1). ▶

1134. Фарқи квадратҳоро ба ҳосили зарб иваз кунед:

а) $6^2 - 4^2$; б) $-10^2 + 12^2$; в) $3,5^2 - 2,5^2$; г) $1^2 - 1,5^2$.

1135. Ҳисоб кунед:

а) $37^2 - 27^2$; б) $53^2 - 63^2$; в) $182^2 - 18^2$.

1136. Дар шакли ҳосили зарби сумма ва фарқ нависед:

а) $x^2 - y^2$; б) $a^2 - b^2$; в) $m^2 - n^2$;
 г) $p^2 - 100$; д) $y^2 - 0,09$; е) $81 - q^2$.

1137. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $9x^2 - y^2$; б) $-z^2 + 16a^2$; в) $49a^2 - 36$.

1138. Ба ҳосили зарби дуаъзо табдил диҳед:

а) $x^2 - 4y^2 \cdot b^2$; б) $4a^2 - 25b^2c^2$; в) $0,16c^2 - d^2$.

1139. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{48}{14^2 - 34^2}$; б) $\frac{65^2 - 59^2}{228}$; в) $\frac{45^2 - 36^2}{33^2 - 24^2}$.

1140. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $a^4 - 16$; б) $36 - b^6$; в) $c^8 - a^2$; г) $y^4 - p^4$.

1141. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2 - 1 = 0$; б) $y^2 - 4 = 0$; в) $\frac{1}{4} - z^2 = 0$; г) $25n^2 - 36 = 0$.

1142. Ифодаро ба шакли ҳосили зарб биёред:

а) $a^6 - 4b^4$; б) $121y^2 - c^2$; в) $9x^2 - 25z^2$; г) $a^2b^2 - 1$.

1143. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи $(2n + 3)^2 - 5$ ба 4 тақсим мешавад.

1144. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n фарқи $(2n + 3)^2 - (2n - 3)^2$ ба 24 тақсим мешавад.

Машқҳо барои тақрор

1145. Ду коргар, якҷоя кор карда, супоришро дар 10 рӯз иҷро менамоянд. Коргари якум, танҳо кор карда, ҳамин супоришро дар 22,5 рӯз иҷро менамояд. Коргари дуюм ҳамин супоришро дар чанд рӯз иҷро карда метавонад?

1146. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $x^4 - x^2$; б) $-4a^4 + a^2$; в) $4a^4 - b^4$.

1147. Дар шакли квадрати дуаъзо нависед:

а) $4a^2b^2 - 4ab + 1$; б) $1 - 2n^2m^2 + n^4m^4$; в) $c^4d^2 - 2c^2d + 1$.

ТЕСТИ 14

1. Ҳосили зарбро ба фарқи квадратҳо табдил диҳед:

а) $(2x^2 - 1) \cdot (2x^2 + 1)$; б) $(\frac{3}{8}x + y^3) \cdot (y^3 - \frac{3}{8}x)$.

2. Ба ҷойи * чунин якузвара гузоред, ки айният ҳосил шавад:

а) $(*-3x) \cdot (*-3x) = 4x^2 - 9x^2$; б) $x^4 - 225y^{10} = (m^2 - *) \cdot (m^2 - *)$.

3. Қимати ҳосили зарбро ёбед:

а) $(100 - 4)(100 + 4)$; б) $201 \cdot 199$.

4. Ҳосили зарбро ба шакли бисёраъзо табдил диҳед.

а) $(3 - x)(3 + x)(9 + x)$; б) $(x^4 + 1)(x^2 - 1)(x^2 + 1)$.

5. Ифодаро сода кунед:

а) $(4x - y)(4x + y) + 2x(x - y)$; б) $(3x - 4y)^2 - (3x - 4y)(3x + 4y)$.

6. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(5x - 1)(5x + 1) - 5x(5x - 2) = -1$; б) $(6 - 9x)x = -20 + 3x(2 - 3x)$.

7. Амалро иҷро кунед.

а) $256^2 - 156^2$; б) $(5\frac{2}{3})^2 - (4\frac{1}{3})^2$.

8. Ҳисоб кунед: а) $31 \cdot 29$; б) $79 \cdot 81$; в) $99 \cdot 101$.

9. Ҳисоб кунед: а) $0,49 \cdot 0,51$; б) $0,67 \cdot 0,73$.

10. Фарқи квадратҳоро ба зарб табдил диҳед:

а) $(5x - 3y)^2 - 25x^2$; б) $x^4 - (9y + x^2)^2$.

§ 15. СУММА ВА ФАРҚИ КУБҲО

15.1. Суммаи кубҳо

Ҳангоми баёни мавзуи квадрати сумма таъкид карда будем, ки ифодаи $a^2 + 2ab + b^2$ квадрати пурра аст. Ифодаи $a^2 + ab + b^2$, ки аз квадрати пурра андаке фарқ дорад, квадрати нопурраи суммаи $(a + b)$ номида мешавад. Ба ҳамин монанд, ифодаи $a^2 - ab + b^2$ квадрати нопурраи фарқи $(a - b)$ номида мешавад.

Ифодаи $(a + b)$ -ро бо квадрати нопурраи фарқи $(a - b)$ зарб мезанем: $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$.

$$\text{Ҳамин тавр } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (4)$$

Баробарии (4) *формулаи суммаи кубҳо* номида мешавад.

Онро чунин меҳонанд: суммаи кубҳои ду бузургӣ ба ҳосили зарби суммаи онҳо ва квадрати нопурраи фарқашон баробар аст.

Мисоли 1. Бисёраъзогии $8x^3 + y^3$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◀ Бисёраъзогии додашударо барои истифода аз формулаи (4) мутобиқ месозем: $8x^3 + y^3 = (2x)^3 + y^3$. Баъд, аз ин формулаи (4) истифода мебарем:

$$8x^3 + y^3 = (2x)^3 + (y)^3 = (2x + y)((2x)^2 - 2xy + y^2) = (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2).$$

$$\text{Ҳамин тавр, } 8x^3 + y^3 = (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2). \quad \blacktriangleright$$

◀ **Мисоли 2.** Бисёраъзогии $-m^{12} - \frac{1}{8}n^6$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем: $-m^{12} - \frac{1}{8}n^6 = -\left((m^4)^3 + \left(\frac{1}{2}n^2\right)^3\right)$.

Акнун, аз формулаи (4) истифода бурда менависем:

$$-m^{12} - \frac{1}{8}n^6 = (-1) \cdot \left((m^4)^3 + \left(\frac{n^2}{2}\right)^3\right) = (-1)(m^4)^2 - \frac{m^4n^2}{2} + \left(\frac{n^2}{2}\right)^2.$$

$$\text{Ҳамин тавр, } -m^{12} - \frac{1}{8}n^6 = (-1) \cdot \left(m^4 + \frac{n^2}{2}\right) \left(m^8 - \frac{m^4n^2}{2} + \frac{n^2}{2}\right). \quad \blacktriangleright$$

1148. Суммаи кубҳоро бо ду тарз: а) бо воситаи формулаи (4); б) бо тарзи бевосита иҷро намудани амалҳо ҳисоб кунед.

$$\text{а) } 3^3 + 1; \quad \text{б) } 0,8^3 + 1,2^3; \quad \text{в) } 0,216^3 + 5^3.$$

1149. Суммаи кубҳоро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } 1^3 + 0,4^3; \quad \text{б) } 2^3 + 1,8^3; \quad \text{в) } 0,35^3 + 0,65^3.$$

1150. Суммаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

$$\text{а) } a^3 + 8; \quad \text{б) } 27 + b^3; \quad \text{в) } c^3 + 125;$$

г) $-64 - p^3$; ё) $27q^3 + 8$; д) $-8k^3 - 1$.

1151. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $n^3 + m^3$; б) $a^3 + b^6$; в) $c^3 + 8d^3$.

1152. Ба суммаи кубҳо табдил диҳед:

а) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$;

б) $(p + q)(p^2 - pq + q^2)$;

в) $(m + n)(m^2 - mn + n^2)$.

1153. Қимати ифодаи $x^3 + a^3 + (x + a^3)$ -ро ёбед; агар $x = 2$ ва $a = -1$ бошад.

1154*. Ба суммаи кубҳо табдил диҳед:

а) $(2a + b)(4a^2 - 2ab + b^2)$; б) $(n + 3m)(n^2 - 3mn + 9m^2)$.

1155. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $1 + 64x^3$; б) $1 + a^3b^6$; в) $p^3q^3 + 8$.

1156. Оё қимати ифодаи:

а) $18^3 + 37^3$ ба 55; б) $26^3 + 49^3$ ба 75 тақсим мешавад?

1157. Қимати ифодаро ҳангоми $a = 3$ ва $b = -2$ будан ёбед:

а) $b(1 + a)(a^2 - a + 1) - 2(a^3 + b^3)$; б) $(a^3 + b^3)^2 - 3(a + b)^3$.

Машқҳо барои тақрор

1158. Кадом ҳиссаи ададро ташкил медиҳанд: 1%; 3%; 5%; 15%; 25%; 10%; 40%; 24%; 50%?

1159. Дар шакли касри одӣ ва касри даҳӣ нависед: 35%; 48%; 25%; 75%; 110%.

1160. Ададҳоро бо фоиз ифода кунед: $\frac{1}{4}$; 0,7; 0,12; $\frac{3}{15}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $4\frac{3}{4}$.

1161. Дарозии хона 5 м, бараш 4 м ва баландиаш 8 м мебошад. Масоҳати фарш ва ҳаҷми хонаро муайян кунед.

15.2. Фарқи кубҳо

Ифодаи $a - b$ -ро ба квадрати нопурраи суммаи $a + b$ зарбмезанем:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - ba^2 - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3.$$

$$\text{Ҳамин тавр } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (5)$$

Формулаи (5) формулаи *фарқи кубҳои* ду бузургӣ ё мухтасар *формулаи фарқи кубҳо* ном дорад. Онро ин тавр хондан мумкин аст: “фарқи кубҳои ду бузургӣ ба ҳосили зарби фарқи онҳо ва квадрати нопурраи суммашон баробар аст”.

Мисоли 1. Бисёраъзои $x^3 - 8$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◀ Бисёраъзогии додашударо барои истифода аз формулаи (5) мувофиқ месозем: $x^3 - 8 = x^3 - 2^3$. Акнун, формулаи (5)-ро татбиқ менамоем: $x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)$.

Ҳамин тавр, $x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$. ▶

Мисоли 2. Бисёраъзои $y^3 - 8z^3$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем:

◀ Бисёраъзои додашударо ба шакли фарқи кубҳо меорем: $y^3 - 8z^3 = y^3 - (2z)^3$. Формулаи (5)-ро татбиқ намуда, ҳосил мекунем: $y^3 - 8z^3 = y^3 - (2z)^3 = (y - 2z)(y^2 + 2yz + 4z^2)$. ▶

Мисоли 3. Ифодаи $27m^6 - n^9$ -ро ба зарбшавандаҳо ҷудо мекунем.

◀ $27m^6 - n^9 = (3m^2)^3 - (n^3)^3 = (3m^2 - n^3)(9m^4 + 3m^2n^3 + n^6)$. ▶

1162. Фарқи кубҳоро бо ду тарз: а) бо воситаи формулаи (5); б) бо тарзи бевосита иҷро намудани амалҳо ҳисоб кунед:

а) $4^3 - 2^3$; б) $6^3 - 3^3$; в) $7,5^3 - 3,5^3$; г) $11,2^3 - 4,2^3$.

1163. Фарқи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $x^3 - 4^3$; б) $y^3 - 5^3$; в) $z^3 - 6^3$.

1164. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $a^3 - 27$; б) $b^3 - 8$; в) $1 - m^3$.

1165. Қимати ифодаро ёбед:

а) $u^3 - v^3 + 3(u^3 + v^3)$, агар $u = -2$ ва $v = -2$ бошад;

б) $(u - v)^3 - (u + v)^3$, агар $u = -3$ ва $v = -2$ бошад.

1166. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $64 - n^3$; б) $125 - m^3$; в) $p^3 - 216$; г) $a^3 - (a - 2)^3$.

1167. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^3 + 2x^2 + x = x(x + 1)^2$; б) $y^3 - y(y - 1)^2 = 2y^2$.

1168. Барои кадом қиматҳои n қимати ифодаи $n(n^2 + 1) - (n^2 - n)(n + 1)$ ба 4 тақсим мешавад?

Машқҳо барои такрор

1169. Ифодаро хонед:

а) $\frac{(a-b)^2}{4}$; б) $\frac{a^2+b^2}{4}$; в) $\frac{a^3-b^3}{3}$; г) $\frac{(a-b)^3}{6}$.

1170. Дуаъзоро ба квадрат бардоред:

а) $m + 3n$; б) $2p + 3$; в) $a^2 + 2$.

1171. Дуаъзоро ба бисёраъзо зарб занед:

а) $(a + 2x)(b + 2x^2)$; б) $(2a - 3y)(4a^2 + 6ay + 9y^2)$.

1172. Нуқтаи буриши хатҳои ростро ёбед:

а) $3x - y = 4$ ва $x + 3y = 2$; б) $2x - 3y = 6$ ва $x - 2y = 1$.

15.3. Татбиқи формулаҳои суммаи кубҳо ва фарқи кубҳо

Формулаҳои (4) ва (5) дар ҳама шакле, ки навишта шудаанд, барои ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани сумма ва фарқи кубҳо истифода мешаванд.

Мисоли 1. а) суммаи $x^6 + 125y^3$; б) фарқи $27a^3 - 8b^9$ -ро ба ҳосили зарб табдил медиҳем.

◀ а) Дар асоси формулаи (4) менависем:

$$x^6 + 125y^3 = (x^2)^3 + (5y)^3 = (x^2 + 5y)(x^4 - 5x^2y + 25y^2);$$

б) Дар асоси формулаи (5) менависем:

$$27a^3 - 8b^3 = (3a)^3 - (2b)^3 = (3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2). \blacktriangleright$$

Мисоли 2. Муодилаи $x^3 + 8 = x^2(x + 2)$ -ро ҳал мекунем.

◀ Бо истифода аз формулаи (4) суммаи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил медиҳем: $x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$.

Аз ин ҷо $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^2(x + 2)$

ё $(x + 2)(x^2 - 2x + 4 - x^2) = 0$ мешавад.

Ҳар яке аз қавсҳоро ба нул баробар намуда, меёбем: $x + 2 = 0$ ва $-2x + 4 = 0$. Ҳамин тавр, $x = -2$ ва $x = 2$ ҳалҳои муодила мебошанд. ▶

Қисмҳои чапу рости формулаҳои (4) ва (5)-ро иваз намуда, баробариҳои зеринро ҳосил мекунем:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3; \quad (4')$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3. \quad (5')$$

Дар чунин шакл формулаҳои (4) ва (5) барои ба сумма ва фарқи кубҳо табдил додани ҳосили зарби бисёраъзоҳо истифода бурда мешаванд.

Мисоли 3. Ҳосили зарби $(3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$ -ро ба сумма табдил медиҳем.

◀ Бисёраъзоҳои $3a + 2b$ ва $9a^2 - 6ab + 4b^2$ -ро аъзо ба аъзо зарб мезанем: $(3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2) = 27a^3 - 18a^2b +$

$$12ab^2 + 18a^2 - 12ab^2 + 8b^3 = 27a^3 + 8b^3. \blacktriangleright$$

Ҳамин натиҷаро дар асоси формулаи (4') низ ҳосил намудан мумкин аст:

$$(3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2) = (3a)^3 + (2b)^3 = 27a^3 + 8b^3.$$

Мисоли 4. Ҳосили зарби бисёраъзоҳои $x^2 - 1$, $x^2 + 1$ ва $x^8 + x^4 + 1$ -ро ба бисёраъзо табдил медиҳем.

◀ Ифодаи $x^2 - 1$ -ро бо ифодаи $x^2 + 1$ зарб мезанем (ниг. ба формулаи (3)): $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^2)^2 - 1^2 = x^4 - 1$.

Натиҷаро бо ифодаи сеюм зарб мезанем (ниг. ба формулаи (5')):

$$(x^4 - 1)(x^8 + x^4 + 1) = (x^4 - 1)((x^4)^2 + x^4 + 1^2) = (x^4)^3 - 1^3 = x^{12} - 1.$$

Ҳамин тавр, $(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^8 + x^4 + 1) = x^{12} - 1$. ►

1173. Суммаи кубҳоро ҳисоб кунед:

- а) $5^3 + 3^3$; б) $7^3 + 4^3$; в) $18^3 + 12^3$; г) $14^3 + 4^3$;
 ғ) $0,3^3 + 0,7^3$; д) $0,25^3 + 0,75^3$; е) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 + 2^3$; ё) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

1174. Фарқи кубҳоро ҳисоб кунед:

- а) $5^3 - 3^3$; б) $7^3 - 4^3$; в) $18^3 - 12^3$; г) $14^3 - 4^3$;
 ғ) $0,7^3 - 0,5^3$; д) $0,75^3 - 1^3$; е) $1^3 - 0,2^3$; ё) $2^3 - 1,5^3$.

1175. Зарбро иҷро кунед:

- а) $(a + 3)(a^2 - 3a + 9)$; б) $(4 + b)(4^2 - 4b + b^2)$;
 в) $(3d - 7)(9d^2 + 21d + 49)$; г) $(3c - 2p)(9c^2 + 6cp + 4p^2)$.

1176. Ифодаро сода кунед:

- а) $(a^3 + b^3)^2 - (a^3 - b^3)^2$; б) $(a^3 - b^3)^2 + (a^3 + b^3)^2$.

1177. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(x + y)^3 + 1$; б) $(a + b)^3 - 1$;
 в) $(a + x)^3 - x^3$; г) $(c + y)^3 - (c - y)^3$.

1178. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(x - y)^3 + (x - y)^3$; б) $(p - q)^3 - (p + q)^3$;
 в) $(m - n)^3 - (n - m)^3$; г) $k^3 - (k - 3)^3$.

1179. Ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(a - 2b)(a + 2b)$; б) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$;
 в) $(m + n)(n + m)(n^2 + m^2)$; г) $(a + b + c)(a - b - c)$.

1180. Ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(4x - y)(16x^2 + 4xy + y^2)$; б) $(5p + 7q)(25p^2 - 35pq + 49q^2)$.

1181. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $(a + 2)^3 + a^3$; б) $(b - 2)^3 - 27$;
в) $64p^3 - (p - q)^3$; г) $8c^3 + (c - d)^3$.

Машқҳо барои тақрор

1182. Исбот кунед, ки функцияҳои $y = 2(3 - 2x)$ ва $y = x - 4(x - 4)$ хаттӣ мебошанд. Нишон диҳед, ки графикҳои онҳо дар як нуқта бурида мешаванд.

1183. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графикро бо тирҳои координатаҳо ёбед: а) $5x + 6y = 15$; б) $3y - 7x = 21$.

1184. Коргар бояд 915 сомони ву 60 дирам маош гирад. Аз ин маблағ 15%-ро ҳамчун андоз кам карданд. Коргар ҳамагӣ чанд пул гирифт?

1185. Муодиларо ҳал кунед:

а) $3\left(x - \frac{3}{2}\right) + (1 - x) = 2$; б) $-3\frac{2}{3} - y - 3\left(\frac{2}{3} - x\right) = -x + 3$.

15.4. Формулаҳои куби сумма ва куби фарқ.

Медонем, ки $x^3 = x \cdot x^2$ аст. Бинобар ҳамин, ҳангоми $x = a + b$ будан, дар асоси формулаи (1) ифодаҳои $a + b$ ва $a^2 + 2ab + b^2$ -ро зарб мезанем:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Ҳамин тавр,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (6)$$

Баробарии (6)-ро минбаъд формулаи *куби сумма* меномем. Онро барои иҷрои корҳои амалӣ, аз ҷумла ҳангоми ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёрраъзогӣ, ба таври зерин низ навиштан мумкин аст:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \quad (6^*)$$

Куби сумма ба суммаи кубҳо, плюс сечандаи ҳосили зарби сумма ва зарбашон баробар аст.

Мисоли 1. Куби суммаи ададҳоро бо ду тарз: а) бевосита иҷро намудани амалҳо; б) бо воситаи формулаи (6) ҳисоб мекунем:

◀ 1) $(4 + 3)^3$; 2) $(3 + 17)^3$.

1) Тарзи I. $(4 + 3)^3 = 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$;

Тарзи II. $(4 + 3)^3 = 4^3 + 3^3 + 3 \cdot 4 \cdot 3(4 + 3) = 64 + 27 + 252 = 343$.

2) Тарзи I. $(3 + 17)^3 = 20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000$;

Тарзи II. $(3 + 17)^3 = 3^3 + 17^3 + 3 \cdot 3 \cdot 17(3 + 17) = 8000$. ►

Мисоли 2. Ифодаи $2x + 3$ -ро ба куб мебардорем.

◀ Дар асоси формулаи (6) менависем:

$$(2x + 3)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (2x) \cdot 3^2 + 3^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27. \blacktriangleright$$

Аз формулаи квадрати фарқ (п.3.2) истифода бурда, формулаи кубӣ фарқро ҳосил менамоем: Азбаски $(a - b)^3 = (a + (-b))^3$ аст, дар асоси формулаи (6) $(a + (-b))^3 = a^3 + 3a^2 \cdot (-b) + 3a^2 \cdot (-b)^2 + (-b)^3$ мешавад.

Ҳамин тавр,

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (7)$$

Баробарии (7)-ро минбаъд формулаи кубӣ фарқ меномем. Онро ҳангоми иҷрои корҳои амалӣ ва ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёраъзогиҳо ин тавр навиштан мумкин аст:

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \quad (7^*)$$

Яъне, кубӣ фарқи ду бузургӣ ба фарқи кубҳои онҳо, минус зарби сечандаи ҳосили зарб бо фарқашон баробар аст.

Мисоли 3. Кубӣ фарқи ададҳоро бо ду тарз: а) бевосита иҷро намудани амалҳо; б) бо воситаи формулаи (6) ҳисоб мекунем:

◀ 1) $(7 - 4)^3$; 2) $(11 - 7)^3$.

1) Тарзи I. $(7 - 4)^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$;

Тарзи II. $(7 - 4)^3 = 7^3 - 4^3 + 3 \cdot 7 \cdot 4(7 - 4) = 343 - 64 - 252 = 27$

2) Тарзи I. $(11 - 7)^3 = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$;

Тарзи II. $(11 - 7)^3 = 11^3 - 7^3 - 3 \cdot 11 \cdot 7(11 - 7) = 1331 - 343 + + 924 = 64$. ►

Мисоли 4. Дуъзогии $2x - 3$ -ро ба куб мебардорем.

◀ Дар асоси формулаи (7) менависем:

$$(2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (2x) \cdot 3^2 - (3)^3 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27. \blacktriangleright$$

Мисоли 5. Ифодаи $(3a - 5b)^3$ -ро ба бисёраъзо табдил медиҳем.

◀ Дар асоси формулаи (7) менависем:

$$(3a - 5b)^3 = (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 5b + 3 \cdot 3a \cdot (5b)^2 - (5b)^3 = 27a^3 - 135a^2b + + 225ab^2 - 125b^3. \blacktriangleright$$

Қисмҳои чапу ростӣ формулаҳои (6) ва (7)-ро иваз намуда, ҳосил мекунем:

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3;$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3.$$

Дар чунин шакл ин формулаҳоро барои ба зарбшавандаҳо ҷудо намудани бисёраъзоҳо истифода бурдан мумкин аст.

Мисоли 6. Бисёраъзои:

а) $64n^3 + 144n^2m + 108nm^2 + 27m^3$;

б) $8p^3 - 36p^2q + 54pq^2 + 27q^3$ -ро ба шакли дараҷа менависем:

◀ а) $64n^3 + 144n^2m + 108nm^2 + 27m^3 =$

$= (4n)^3 + 3m \cdot (4n)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (4n) \cdot (3m)^2 + (3m)^3 = (4n + 3m)^3$.

б) $8p^3 - 36p^2q + 54pq^2 - 27q^3 = (2p)^3 - 3 \cdot (2p)^2 \cdot 3q + 3(2p) \cdot (3q)^2 - (3q)^3$

$= (2p - 3q)^3$. ▶

1186. Ифодаро ба шакли бисёраъзо биёред:

а) $(x + 5)^3$; б) $(3 + a)^3$; в) $(4b - 2)^3$; г) $(p - 3q)^3$.

1187. Куби фарқро ба шакли бисёраъзо биёред:

а) $(y - 4)^3$; б) $(3 - c)^3$; в) $(2a - 5b)^3$; г) $(n - 4m)^3$.

1188. Кадоме аз ифодаҳо куби сумма ва кадомаш куби фарқ аст:

а) $(-1 - c^2)^3$; б) $(2 - d^4)^3$; в) $(p - 2(-q))^3$;

г) $(-6 - 0,3n)^3$; ё) $(1 - (-a))^3$?

1189. Ифодаро сода кунед:

а) $(x^2 + x^4)^3$; б) $(a + a^2)^3$; в) $(2y^2 + y^4)^3$.

1190. Ифодаро сода кунед:

а) $(b - b^3)^3$; б) $(c^4 - c^6)^3$; в) $(3m^2 - m^3)^3$.

1191. Ифодаро сода кунед:

а) $(m^2 - n^2)^3 \cdot (m^2 + n^2)^2$; б) $(a - a^3)^3 \cdot (a + a^3)^3$.

1192. Ба шакли куби сумма биёред:

а) $p^3 + 6p^2 + 12p + 8$; б) $-(q^3 + 6q^2 + 12q + 8)$; в) $n^3 + 27n + 9n^2 + 27$.

1193. Ба шакли куби фарқ биёред:

а) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$; б) $b^3 - 6b^2 + 12b - 8$;

в) $-c^3 + 9c^2 - 27c + 27$; г) $-d^3 + 12d^2 - 48d + 64$.

1194. Ифодаро сода кунед:

а) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$; б) $(2a + b)(2a - b)(4a^3 + b^3)$.

1195. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(12 + x)(x^2 + 1) - (x + 4)^3 = 89$; б) $(2y - 3)(5 - 2y)^2 = (2y - 3)^3$.

1196*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $4(10 - z)^2 - z(3 - z) - (2z - 5)^2 = z^2 - 3$;

б) $(t + 5)(1 - t)^2 - (5 - 3t)^2 - (t - 2)^3 + 3 = 0$.

1197. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $4a^4 - 12a^2 + 9$; б) $25a^8 - 30a^4b^7 + 9b^{14}$; в) $16c^6 + 24b^2c^3 + 9b^4$.

СУПОРИШҶОИ ИЛОВАҒӢ БА БОБИ V

Ба параграфи 13

1198. Ифодаро дар шакли бисёраъзо нависед:

- а) $(n + 2)^2$; б) $(a + 5b)^2$; в) $(7m + 5)^2$;
г) $(5p + 8q)^2$; ғ) $(4k + 7t)^2$.

1199. Ифодаро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(3x + 5y)^2$; б) $(3x^2 + y^2)^2$; в) $(6x^3 + 5y^2)^2$.

1200. Ифодаро ба квадрат бардоред:

- а) $2a + 4b$; б) $3a^2 + 2b^2$; в) $-2c^2 - c^3$.

1201. Ифодаро ба квадрат бардоред:

- а) $-(2a^7 + 3b^2)$ б) $(7c^4 + 3q^2) \cdot 2$; в) $(4n^4 + m^3) \cdot 3$.

1202. Ифодаро сода кунед:

- а) $(x + 3)^2 - (2x + 6)$; б) $(y + 5)^2 - (3y + 15)$;
в) $(2z + 3)^2 - (4z + 6)$; г) $1 - x - y$.

1203*. Айниятро исбот кунед:

$$\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{3} + \frac{p}{4}\right)^2 = \frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{9} + \frac{p^2}{16} + \frac{mn}{2} + \frac{mp}{3} + \frac{np}{4}.$$

1204. Исбот кунед, ки қимати ифода аз x вобаста нест:

- а) $(x + 7)^2 - (x - 5)(x + 19)$; б) $(x - 9)^2 + (8 - x)(x + 26)$.

1205. Сеаъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $x^2 + 16x + 64$; б) $y^4 + 2y^2 + 1$.

1206. Ифодаро ба квадрат бардоред:

- а) $a - m$; б) $b - p$; в) $2a - 4$; г) $3q + 2$.

1207. Ифодаро ба квадрат бардоред:

- а) $3a - \frac{1}{2}$; б) $4b - \frac{2}{5}$; в) $3c - \frac{3}{5}$; г) $\frac{x}{2} - \frac{y}{2}$.

1208. Ифодаро ба дараҷа бардоред:

- а) $(a + b + 1)^2$; б) $(m + n - 2)^2$; в) $(q - a + 3)^2$; г) $(-x + y - 3)^2$.

1209. Ифодаро сода кунед:

- а) $(a + 7)^2 - (a + 5)(a + 19)$; б) $(b - 9)^2 + 8(b - 1) - 7b^2$.

1210*. Ҳосили зарбро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(x - y - 3)(x + y + 3)$; б) $(2a + b - 2)(b - 2a + 1)$;
в) $(p + 2q - 3)(q - p - 2)$.

1211. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(20 - a)(a - 6) = (a - 8)(24 - a)$;
б) $(25 + b)(b + 13) = (b + 19)(15 + b)$;

в) $(6n + 57)(n + 10) = (2n + 23)(3n + 26)$;

г) $(m + 5)(m + 4) = (m - 1)(20 + m)$.

1212. Барои кадом қимати x дучандаи ҳосили зарби дуаъзоҳои $3x + 2$ ва $3x - 2$ аз суммаи квадратҳояшон 6 воҳид хурд аст?

1213. Зарбро ба бисёраъзо табдил диҳед:

а) $(x^2 + 1)(x^2 + 2)$; б) $(y^2 - 3)(y^3 + 3y - 1)$;

в) $(a^3 - 2b)(2a^3 - 6a^2b^2 - 1)$.

1214. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(3x + 4)^2 - (3x - 1)^2 = 0$; б) $(5x - 1)^2 - (1 + 5x)^2 = -20$.

1215. Қимати касрро ёбед:

а) $\frac{(2,42-0,42)(2,42+0,42)}{(4-6,84)(6,84+4)}$; б) $\frac{(0,68-0,32)(0,68+0,32)}{(4,85-4,13)(4,85+4,13)}$.

1216. Исбот кунед, ки қимати ифода аз ҳарфи он вобаста нест:

а) $(a - 2)(a + 2) + (5 - a)(a + 5)$; б) $(m + 7)(m - 7) - (m + 3)(m - 3)$.

Ба параграфи 14

1217. Фарқи квадратҳоро ҳисоб кунед:

а) $6^2 - 2^2$; б) $2,25^2 - 0,25^2$; в) $\left(2\frac{1}{2}\right)^2 - 2^2$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(3\frac{1}{2}\right)^2$.

1218. Ҳосили зарбро ба фарқи квадратҳо табдил диҳед:

а) $(2x - y)(y - 2x)$; б) $(3a - 7p)(-7p - 3a)$; в) $(1 - y^2)(1 + y^2)$.

1219. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $16 - (x - 4)^2$; б) $36 - (y - 6)^2$;

в) $100 - (10 - z)^2$; г) $(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2$.

1220. Исбот кунед, ки барои қиматҳои дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи:

а) $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$ ба 2; б) $(2n + 3)^2 - (2n - 1)^2$ ба 8;

в) $(3n + 1)^2 - (3n - 1)^2$ ба 12; г) $(3n + 1)^2 - (n + 1)^2$ ба $4n$

тақсим мешавад.

1221. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2x - 3)^2 - (7 - 2x)^2 = 2$; б) $(5x - 1) - (1 - 3x)^2 = 16x(x - 3)$.

1222. Ба ҳосили зарб табдил диҳед:

а) $1 - x^2y^2$; б) $4a^2b^4 - 25$; в) $-0,49 + y^4$; г) $0,09z^6 - 0,49y^2$.

1223. Қимати ифодаро ёбед: $(a^4 - 1)^2 - (a^4 + 1)^2$, ҳангоми $a = 0,5$ будан.

1224. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $4x^2 - 121b^2$; б) $16y^2 - 144c^2$; в) $25p^2 - 16q^2$.

1225*. Исбот кунед, ки қимати ифодаи:

- а) $(n^2 - m^2)^2 - (m^2 + n^2)^2$ ба $4nm$; б) $(p^3 - q)^2 - (q + p^3)^2$ ба $4p$;
в) $(a^4 + b^2)^2 - (a^4 - b^2)^2$ ба $4ab$; г) $(a^n + 1)^2 - (a^n - 1)^2$ ба $4a$
тақсим мешавад.

1226. Ифодаро сода кунед:

- а) $(x - 9)(x + 9) - x(x + 10)$; б) $y(y - 4) + (3 + y)(y - 3)$;
в) $3a(a - 8) - 3(a + 2)(a - 3)$; г) $(4b - c)(4b + c) + 2b(b - c)$.

1227. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(6 + x)(6 - x) = 2x\left(1 - \frac{x}{2}\right)$; б) $(4 - y)(4 + y) = 3y\left(-\frac{y}{2} - 8\right)$;
в) $(3 - z)^2 - (z^2 - 18) = 27$; г) $(4 + t)^2 - t(t - 4) = 3t + 7$.

1228. Решаи муодиларо ёбед:

- а) $(2a^2 - 1)^2 - (2a^2 + 1)^2 = 8a^2$; б) $3(4b + 5)^2 - 24b(2b + 5) - 75 = 0$.

1229. Исбот кунед, ки барои қимати дилхоҳи a фарқи $(3a + 7)^2$ ва $(3a - 7)^2$ ба 84 тақсим мешавад.

Ба параграфи 15

1230. Суммаи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $3^3 + 2^3$; б) $4^3 + 3^3$; в) $0,4^3 + 1,1^3$.

1231. Суммаи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $2^3 + a^3$; б) $3^3 + b^3$; в) $x^3 + 4^3$; г) $y^3 + 6^3$.

1232. Суммаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $(3p)^3 + 8$; б) $(5q)^3 + 216$; в) $(3n)^3 + (4m)^3$.

1233. Ҳосили зарбро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$; б) $(y + 1)(y^2 - y + 1)$;
в) $(z + 2)(z^2 - 2z + 4)$.

1234*. Суммаи кубҳоро ба бисёраъзо табдил диҳед:

- а) $(2a + 1)^3 + (a + 1)^3$; б) $(-b + 2)^3 + (2 - b)^3$; в) $(3c - 2d)^3 + (2d - 3c)^3$.

1235. Фарқи кубҳоро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $1^3 - x^3$; б) $2^3 - p^3$; в) $q^3 - 64$.

1236. Фарқро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $a^9 - 1$; б) $b^{12} - 8$; в) $c^3 d^6 - 8$.

1237. Ифодаро сода кунед:

- а) $(a^2 b^3 - 1)^3 + (1 - a^2 b^2)^3$; б) $(pq^3 - qp^3)^3$.

1238. Қимати ифодаро ёбед: $(5a - 3b)^3 - (3a - b)^3$, агар $a = 2$ ва $b = 1$ бошад.

1239. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $(x - 7)^2 + 3 = (x - 2)(x + 2)$; б) $(x + 3)^2 - (x + 3)(x - 3) = 27$;
в) $(2x - 3)^2 - (5 - 2x)^2 = 112$; г) $(5x - 1)^2 - (1 - x)^2 = 8x(3x - 1)$.

1240. Фарқро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $1 - a^{12}b^6c^9$; б) $1,25n^6 - 7,29m^9$;
в) $0,001p^6q^9 - 1$; г) $-m^3 - 81k^6$.

1241. Исбот кунед, ки барои адади дилхоҳи натуралии n қимати ифодаи:

- а) $(n + 2)^2 - (n - 2)^2$ ба 8; б) $(3n - 2)^2 - (3n + 5)^2$ ба 21;
в) $(2n + 5)^3 - (2n - 5)^3$ ба 5 тақсим мешавад.

1242. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(x + 1)^3 + x^3$; б) $(y - 1)^3 - 27$; в) $(a - b)^3 + b^3$; г) $8z^3 + (z - a)^3$.

1243. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $27p^3 - (p - a)^3$; б) $125 + (m - 5)^3$;
в) $64 - (4 - n)^3$; г) $(1 - x)^3 + (1 + x)^3$.

1244*. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$; б) $2y^3 - y^2 - 18y + 9 = 0$;
в) $z^3 - 6z^2 = 6 - z$; г) $2u^3 + 3u^2 = 2u + 3$.

1245*. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $a^3 + b^3 + 2ab(a + b)$; б) $a^3 - b^3 - 5a(a^2 + ab + b^2)$;
в) $c^3 - 2c^2 + 2c - 1$; г) $x^3 + 3x(x + 1) - 3(x + 1) + 1$.

1246*. Бисёраъзоро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $8b^3 + 6b^2 + 3b + 1$;
б) $p^3 - 4p^2 + 20p - 125$;
в) $a^3 + b^3 + 3a^2 + 3ab + 2b^3$.

1247. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$;
б) $y^3 - 15y^2 + 75y - 125$;
в) $z^6 + 3z^4 + 3z^2 + 1$.

1248. Ифодаро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

- а) $(a + b)^3 - (a - b)^3$;
б) $(p - q)^3 - (p + q)^3$;
в) $(2n - 1)^3 + (2n + 1)^3$.

1249. Исбот кунед, ки қиматҳои бисёраъзо ғайриманфианд:

а) $a^2 - 4ab + b^2 + a^2b^2 + 1$; б) $n^2 + m^2 + 2n + 2m + 10$;

1250. Ифодаҳоро табдил диҳед:

а) $(a^2 - b^3)^3$; б) $(a^3 - a)^3$; в) $(2a^3 - b^2)^3$; г) $(2a^3 - b^4)^3$.

ТЕСТИ 15

1. Ифодаро сода кунед:

$(x + 3)^3 - (x - 3)^3 - 18x^2$.

А) $2x^2$; В) 54; С) $-27x^3$.

2. Қимати $(x + 3)^2 + (x - 3)^2$ -ро, ҳангоми $x = -1$ будан ёбед.

А) 18; В) 20; С) 24.

3. Муодиларо ҳал кунед: $(3 - x)(3 + x) + (x - 2)^2 = 1$.

А) 3; В) -3; С) 0.

4. Муодиларо ҳал кунед: $(x - 2)^3 - (x + 3)^3 = 3x^2 + 4$.

А) -1; В) 1; С) 2.

5. Ҳосили зарби дуаъзои $3x - 2y$ бо дуаъзои номаълум ба фарқи квадратҳои $9x^2 - 4y^2$ баробар аст. Дуаъзои номаълум чӣ гуна аст?

А) $2y - 3x$; В) $3x - y$; С) $3x + 2y$.

6. Ҳосили зарби $n^2 - nm + m^2$ бо дуаъзои номаълуме ба суммаи кубҳои $n^3 + m^3$ баробар аст. Дуаъзои номаълумро нависед.

А) $m - n$; В) $n - m$; С) $n + m$.

7. Ба қойи * дар баробарии $(2 + x) \cdot * = 4 - x^2$ кадом ифодаро гузорем, то айниятро ҳосил кунем?

А) x^2 -ро; В) $2 - x$ -ро; С) $x - 2$ -ро.

8. Муодиларо ҳал кунед: $(3x + 1)^2 - (3x - 2)(2 + 3x) = 17$.

А) 2; В) -2; С) 0.

9. Кадомаш калонтар аст ва чандто:

$P = 372$ ва $K = 36 \cdot 38$?

А) $P = K$; В) $P > K$; С) $P < K$.

10. Исбот кунед, ки ифодаи $27^3 + 73^3$ ба 100 тақсим мешавад.

11. Муодиларо ҳал кунед: $5x^4 - 20x^2 = 0$.

А) 0; 2; -2; В) 2; -2; 4; С) 2; 4; 8.

12. Дарозии росткунча назар ба бараш 20 м зиёд аст. Агар дарозии росткунчаро 10 м кӯтоҳ карда, барашро 6 м зиёд намоем, масоҳати он 12 м² зиёд мешавад. Масоҳати секунчаро ёбед.

А) 784 м²; В) 874 м²; С) 487 м².

13. Оё қимати ифодаи $38^3 + 37^3$ ба 75 тақсим мешавад?

А) не; В) намедонам; С) ҳа.

14. Оё қимати ифодаи $99^3 - 74^3$ ба 25 тақсим мешавад?

А) ҳа; В) не; С) намедонам.

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Формулаҳои квадрати сумма, куби сумма, квадрати фарқ, куби фарқ аз замонҳои хеле қадим маълуманд.

Ҳанӯз пеш аз милод олимони хитой формулаҳои мазкурро барои мақсадҳои амалӣ истифода мебуданд.

Тавре дар бобҳои гузашта баён намудем, олимони Юнони қадим масъалаҳои алгебравиро асосан, бо тарзи геометрӣ ё шаклҳои маънидод менамуданд. Масалан, дар асарҳои Евклид (Уқлидус), (асри IV пеш аз милод) формулаи квадрати сумма тавре ки дар расми 31 омадааст, маънидод шудааст.

Формулаи квадрати фарқро низ ҳангоми $a > b$ будан маънидод намудан мумкин аст (ба расми 33 ниг.). Ҳангоми $a > 0$, $b > 0$ ва $c > 0$ будан формулаи квадрати суммаи се ҷамъшавандаро (п. 13.1) низ шарҳ додан мумкин аст (ба расми 32 ниг.).

Формулаҳои зарби мухтасарро аз формулаи умумитар, ки формулаи бинومي Хайём ном дорад, ҳосил намудан мумкин аст. Умари Хайём дар «Мушкилоти ҳисоб» ном асараш тарзи ёфтани решаи бутунро бо нишондиҳандаи дилхоҳи натуралӣ аз ададҳои бутун нишон додааст. Дар асари хеш овардааст, ки тарзи ёфтани решаҳои квадратӣ ва кубии ҳиндиро (ба формулаҳои квадрат ва куби суммаи ададҳо тақия намуда) исбот намудааст. Мутаассифона, ин асари пурарзиш то замони мо боқӣ намондааст. Баъди аз тарафи И. Нютон барои нишондиҳандаи касрӣ низ ҳосил намудани формулаи Хайём формулаи мазкур бо номи бинومي Нютон ёдовар шудааст. Ҳоло дар таърихи математика онро ҳамчун бинومي Хайём-Нютон ёдовар мешаванд.

Соли 1556 математики итолиёвӣ Тарталия (1449 –1557) дар асараш «Тадқиқоти умумии ададҳо ва ченакҳо» ҷадвали бо ном «коэффитсиентҳои биномиро» ҷой дода буд, ки барои ёфтани коэффитсиентҳои намуди формулаҳои зарби мухтасар дошта хизмат мекард. Масалан, ҳангоми ба дараҷаи ду бардоштани дуаъзогии $a + b$ коэффитсиентҳои 1, 2, 1; ҳангоми ба дараҷаи се бардоштани он коэффитсиентҳои 1, 3, 3, 1 ва ғайра ҳосил мешуд (ниг ба коэффитсиентҳои формулаҳои $(1-2)$; $(3-4)$ ва ғайра).

Минбаъд, Паскал (1623–1662) ҳамин коэффитсиентҳоро дар шакли секунҷа овардааст, ки дар таърих бо номи Секунҷаи Паскал ё секунҷаи арифметикӣ маъруф аст. Дар форзатси ҳамин китоб Секунҷаи Паскал барои дуузвayi $(a + b)^n$ оварда шудааст.

БОБИ VI. СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ

§ 16. МУОДИЛАҲОИ ХАТТИИ ДУНОМАЪЛУМА.

16.1. Муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда

Медонем, ки муодилаи хаттии якномаълума $ax + b = 0$, ҳангоми $a \neq 0$ будан, ҳалли ягонаи $x = -\frac{b}{a}$ -ро дорад. Акнун, муодилаҳоеро меомӯзем, ки дорои ду номаълум мебошанд.

Мисоли 1. Бигзор як адад аз дигараш 7 воҳид зиёд бошад. Вобастагии байни ин ададҳоро меёбем:

◀ Мувофиқи шарт вобастагии $x - y = 7$ -ро ҳосил мекунем, ки он ду тағйирёбанда дорад. ▶

Ин гуна баробариро *муодилаи дуномаълума* ё *муодилаи дорои ду тағйирёбанда* меноманд.

Муодилаҳои зерин низ мисоли муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда мебошанд: $3x + 4y = 8$; $-4x + y = 5$; $x^2 + y^2 = 16$; $xy = 2$; $4x - 2y = 5$. Аз ин муодилаҳо дутои аввала ва охиринашон намуди $ax + by = c$ -ро доранд, ки дар он a , b ва c ададҳоянд. Ин намуд муодилаҳоро муодилаҳои хаттии дуномаълума ё муодилаҳои дуномаълумаи дараҷаи як меноманд.

Таърифи 1. Муодилаи намуди $ax + by = c$, ки дар он x ва y -номаълумҳо, a , b ва c ададҳоянд, муодилаи хаттии дуномаълума номида мешавад.

Муодилаи $x - y = 7$, ҳангоми $x = 10$ ва $y = 3$ будан, ба баробарии дурусти $10 - 3 = 7$ мубаддал мегардад. Дар ин маврид мегӯянд, ки ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳо $x = 10$ ва $y = 3$ ҳалли муодила мебошад.

Таърифи 2. Ҳалли муодилаи дуномаълума гуфта, ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳоро меноманд, ки онҳо ин муодиларо ба баробарии дуруст мубаддал мегардонанд.

Бо осонӣ санҷидан мумкин аст, ки ҷуфти ададҳо: $x = 105$, $y = 98$; $x = 3$, $y = -4$; $x = 5,5$, $y = -1,5$ низ ҳалли муодилаи $x - y = 7$ мебошанд. Баъзан, ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳоро мухтасар менависанд. Масалан, ҷуфтҳои дар боло овардашударо ин тавр навиштан мумкин аст: $(105; 98)$, $(3; -4)$, $(5,5; -1,5)$.

Ҳангоми истифодаи чунин навишт доништан зарур аст, ки қимати кадоме аз тағйирёбандаҳо дар ҷойи аввал меистад.

Қабул шудааст, ки ҳангоми навишти ҳалли муодила бо тағйирёбандаҳои x ва y дар ҷойи аввал қимати x ва дар ҷойи дуюм қимати y навишта шавад. Масалан, ҷуфти $(105; 98)$ ҳалли муодилаи $x - y = 7$ буда, ҷуфти $(98; 105)$ ҳалли он нест, чунки он ба қиматҳои $x = 98$, $y = 105$ рост омада, барояшон фарқи $x - y = 98 - 105 = -7$ аст.

Таърифи 3. Ду муодилаи дуномаълума баробарқувва номида мешаванд, агар онҳо ҳалҳои баробар (якхела) дошта бошанд.

Масалан, муодилаҳои $2x - y = 1$ ва $4x - 2y = 2$ баробарқувваанд.

Муодилаҳои дорой ду тағйирёбанда ба ҳамон хосиятҳои дороанд, ки онҳоро муодилаҳои яктағйирёбандадор низ доштанд (ниг. ба п. 8).

Миқсоли 2. Муодилаи $2x + 5y = 10$ -ро муоина мекунем.

◀ Аз хосияти муодилаҳои истифода бурда, аз ин муодила яке аз тағйирёбандаҳоро бо воситаи дигараш, масалан y -ро бо воситаи x ифода мекунем. Барои ин чамъшавандаи $2x$ -ро бо аломати муқобилаш ба тарафи ростии муодила мегузаронем: $5y = -2x + 10$. Ҳар ду тарафи муодиларо ба 5 тақсим мекунем:

$$y = -0,4x + 2.$$

Муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи додашуда баробарқувва мебошад. Аз формулаи $y = -0,4x + 2$ истифода бурда метавонем шумораи ҳар чӣ бештари ҳалҳои муодилаи додашударо ёбем. Барои ин кифоя аст, ки ба тағйирёбандаи x қимати ихтиёрий дода, қимати ба он мувофиқи y -ро аз рӯи формулаи $y = -0,4x + 2$ ёбем. Масалан, агар $x = 5$ бошад, он гоҳ $y = -0,4 \cdot 5 + 2 = 0$ аст.

Чуфти ададҳои $(5; 0)$, $(0,6; 1,76)$ ҳалҳои муодилаи дода шудаанд. Аз мулоҳизаҳои боло бармеояд, ки ҳалҳои муодилаи додашуда бешуморанд. ►

Эзоҳ: Муодилаи $ax + by = c$ шакли нормалии муодилаи хаттии дутағйирёбанда ном дорад. Хосиятҳои 1° ва 2° -и муодилаҳои имкон медиҳанд, ки ҳар гуна муодилаи хаттии дутағйирёбанда ба шакли нормалӣ оварда шавад. Масалан, шакли нормалии муодилаҳои $5x - 2y + 3 = 2x + y - 1$; $y = 4x + 3$; мувофиқан муодилаҳои зерин ҳастанд: $3x - 3y = -4$ ($a = 3$; $b = -3$; $c = -4$); $y - 4x = 3$ ($a = -4$, $b = 1$, $c = 3$).

Нишон додан мумкин аст, ки муодилаи $ax + by = c$, ҳангоми a ё b нобаробари нул будан, ҳалли бешумор дорад. Ҳангоми $a = b = 0$ ва $c \neq 0$ будан ҳал надорад.

Агар $a = b = c = 0$ бошад, муодила ба айният мубаддал мегардад, ки он барои чуфти дилхоҳи x ва y дуруст аст.

1251. Оё муодилаи зерини дорой ду тағйирёбанда хаттӣ аст:

а) $4x - 3y = 14$; б) $x^2 - y^2 = 3$; в) $17x + 9y = 0$; г) $xy + 3y = 1$?

1252. Оё муодила хаттӣ аст:

а) $xy = 7$; б) $x + 5y = 4$; в) $8x - 9y = 1$; г) $x^2 + 3y = 2$?

1253. Оё ҷуфти ададҳои $\left(2\frac{4}{9}; 1\frac{1}{9}\right)$ ва ҳалли муодилаи $2x + y = 6$ аст? Боз ду ҳалли дигари ин муодиларо ёбед.

1254. Ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳои x ва y дар ҷадвал дода шудааст:

x	-5	-4	-3	-1	0	4	5
y	0	3	4	-3	-5	-3	0

Кадоми онҳо ҳалли муодилаи:

а) $2x + y = 5$; б) $x + 3y = -5$ мебошад?

1255. Кадоме аз ҷуфтҳои: (2; 2), (0; 6), (6; 0), (1; 4), (2; 3) ҳалли муодилаи $2x + y = 6$ мебошад?

1256. Кадоме аз ҷуфтҳои а) (1; 1), б) (3; 1), в) (0; 3,5), г) (2; -1,5), д) (1,5; 3) ҳалли муодилаи $5x + 2y = 7$ мебошад?

1257. Ягон муодилаи хаттии дуномаълумаро нависед, ки барояш ҷуфти: а) $x = 3, y = 2,5$; б) $x = -2, y = 1$ ҳал бошад.

1258. Аз муодилаи $2x - 3y = 8$: а) x -ро бо воситаи y ; б) y -ро бо воситаи x ифода кунед.

1259. Аз муодилаҳои $3u + v = 6, 7s + 2t = 1$ тағйирёбандаҳои u -ро бо воситаи v, t -ро бо воситаи s ифода кунед.

1260. Аз муодилаи додашуда тағйирёбандаи y -ро бо воситаи тағйирёбандаи x ифода кунед. Формулаи ҳосилшударо истифода бурда, ду ҳалли дилхоҳи ин муодиларо ёбед:

а) $x + y = 5$; б) $4x - 3y = 7$; в) $3x + 2y = 9$; г) $4y - 3x = 1$.

1261. Тағйирёбандаи x -ро аз муодилаи $x - 3y = 5$ бо воситаи тағйирёбандаи y ифода намуда, ду ҳалли онро ёбед.

1262. Тағйирёбандаи y -ро аз муодилаи $6x - 2y = 9$ бо воситаи тағйирёбандаи x ифода намуда, ду ҳалли онро ёбед.

1263. Дар байни ҳалҳои муодилаи $x + 3y = 12$ чунин ҷуфтҳо ёбед, ки он аз ададҳои баробар иборат бошад.

1264. Нишон диҳед, ки муодилаҳо баробарқувваанд:

а) $8y - 6x = 4$ ва $4y - 3x = 2$; б) $-15x + 5y = -20$ ва $3x - y = 4$.

1265. Маълум, ки ҷуфти $x = 4, y = 2$ ҳалли муодилаи $ax + 2y = 10$ мебошад. Қимати коэффитсиенти a -ро ёбед.

Машқҳо барои такрор

1266. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x + 1)(x + 4) = (x - 2)(x - 3)$; б) $5(3 - x) - 2 = 3(4 - x) + 2(x + 1) + 3$.

1267. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $a^3 - 1$; б) $1 - a + a^2 - a^3$.

1268. Қимати функцияи хаттии $f(x) = \frac{4-2x}{3}$ -ро дар нуқтаҳои абсиссаҳои ба 0, -1, -5, 3 ва 2 баробар ҳисоб кунед.

1269. Формулаҳои зерин хато навишта шудаанд. Онҳоро дуруст нависед:

$$а) (b - a)(a - b) = a^2 - b^2; \quad б) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2).$$

16.2. Графики муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда

Чуфти ададҳое, ки ҳалли муодилаи дорои тағйирёбандаҳои x ва y мебошад, дар ҳамвории координатӣ нуқтаро тасвир менамояд. Абсиссаи ин нуқта ҳамин x буда, ординатааш y мебошад. Ҳамаи чунин нуқтаҳо графики муодиларо ташкил медиҳанд.

Таъриф. Графики муодилаи хаттии дуномаълума гуфта маҷмуи ҳамаи нуқтаҳои ҳамвории координатиро меноманд, ки координатаҳояшон ҳалли ҳамин муодила мебошанд.

Саволе ба миён меояд, ки графики муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда чӣ гуна хат аст? Барои ба ин савол ҷавоб гардонидан муодилаи $ax + by = c$ -ро муоина мекунем.

1°. Фарз мекунем, ки $a \neq 0$ ва $b = 0$ аст. Барои дарк кардани ҳолати умумӣ ба мисоли мушаххас муроҷиат менамоем:

Мисоли 1. Графики муодилаи $5x + 2y = 10$ -ро месозем.

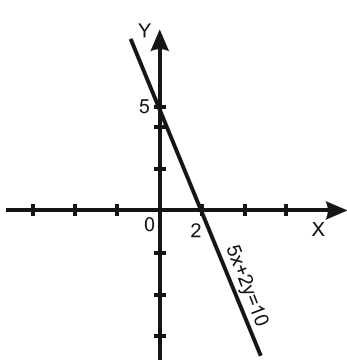
◀ Тағйирёбандаи y -ро бо воситаи тағйирёбандаи x ифода месозем: $y = -2,5x + 5$. Графики ин вобастагӣ дар расми 35 тасвир ёфтааст. Азбаски муодилаҳои $5x + 2y = 10$ ва $y = -2,5x + 5$, баробарқувваанд, пас маҳз ҳамин хати рост графики муодилаи $5x + 2y = 10$ мебошад. ▶

Акнун, барои дарк намудани графики муодилаи додашуда аз хосиятҳои 1° ва 2°-и п. 8 истифода мебарем. Чамъшавандаи ax -ро аз тарафи чап ба тарафи рост баробарӣ гузаронида, муодилаи ҳосилшударо ба $b \neq 0$ тақсим мекунем.

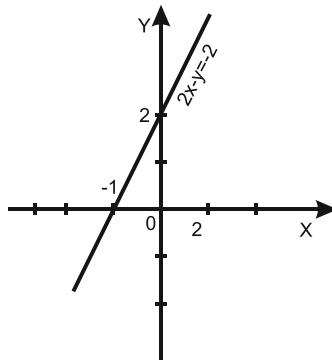
Дар натиҷа баробарии $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ -ро ҳосил мекунем.

Формулаи охирин вобастагии хаттӣ мебошад. Тавре медонем (ниг. ба п. 17) графики вобастагии хаттӣ хати рост аст. Бинобар ҳамин, графики муодилаи додашуда низ хати рост мебошад. Дар ҳамаҷо боз қайд шудааст, ки барои сохтани хати рост кифоя аст, ки нуқтаҳои буриши онро бо тирҳои координатавӣ муайян намоем.

Дар муодилаи додашуда, мувофиқан, қиматҳои $x = 0$, баъд $y = 0$ -ро гузошта мебинем, ки чуфтҳои $(0; \frac{c}{b})$ ва $(\frac{c}{a}; 0)$ ҳалҳои он мебошанд. Аз болои ду нуқтаи мазкур хати рост гузаронида, графики матлубро ҳосил мекунем.



Расми 35.



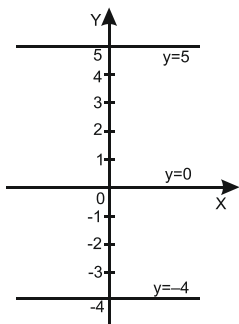
Расми 36.

Мисоли 2. Графики муодилаи $2x - y = -2$ -ро месозем.

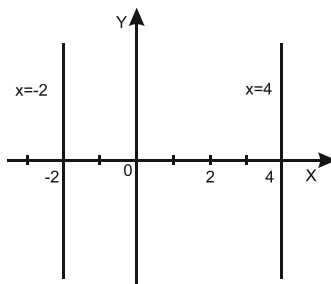
◀ Дар ин ҷо $a = 2$, $b = -1$ аст. Азбаски ин қиматҳо ғайри-нулианд, пас графики муодила хатти рост мебошад.

Координатаҳои нуқтаҳои буриши ин хатти ростро бо тирҳои координатӣ маълум менамоем: агар $x = 0$ бошад, $y = 2$; агар $y = 0$ бошад, $x = -1$ мешавад. Нуқтаҳои $(0; 2)$ ва $(-1; 0)$ -ро қайд намуда, аз онҳо хатти рост мегузаронем (расми 36). Ин хатти рост графики муодилаи $2x - y = -2$ мебошад. ▶

2°. Бигзор $a = 0$ ва $b \neq 0$ бошад. Муодилаи $ax + by = c$ намуди $0 \cdot x + by = c$ -ро дорад. Аз ин ҷо меёбем, ки $by = c$ ё $y = \frac{c}{b}$ аст. Ҷуфти ададҳо $(x; \frac{c}{b})$, ки дар ин ҷо x адади дилхоҳ аст, ҳалли ин муодила мебошад. Пас дар ин ҳолат графики муодила хатти ростест, ки бо тири ОХ параллел буда, тири ОҮ-ро дар нуқтаи $(0; \frac{c}{b})$ мебурад. Ҳангоми $c = 0$ будан график бо тири ОХ ҳамҷоя мешавад: $y = 0$ муодилаи тири ОХ аст (расми 37).



Расми 37.



Расми 38.

Дар ин расм графики муодилаҳои $y = 5$ ва $y = -2$ оварда шудааст.

3°. Бигзор, акнун $a = 0$ ва $b = 0$ аст. Муодилаи додашуда $ax + by = c$ намуди $ax + 0 \cdot y = c$ ё $ax = c$ -ро мегирад. Аз ин ҷо меёбем, ки $x = \frac{c}{a}$ аст. Ҷуфти ададҳо $(\frac{c}{a}; y)$, ки дар ин ҷо y адади дилхоҳ аст, ҳалли ин муодила мешаванд. Масалан, барои муодилаи $2x + 0 \cdot y = 8$ ҷуфтҳои $(4; 2)$, $(4; 0)$, $(4; -1)$ ва ҳоказо ҳал мебошанд.

Пас, дар мавриди $b = 0$ будан, графики муодила аз ҳамаи он нуқтаҳои иборат аст, ки абсиссаҳои он ба $\frac{c}{a}$ баробар буда, ординатаҳои он адади дилхоҳ аст. Ин нуқтаҳо хатти ростеро ташкил медиҳанд, ки аз нуқтаи $(\frac{c}{a}; 0)$ гузашта, бо тири ОҮ параллел аст. Ҳангоми $c = 0$ будан, график бо тири ОҮ ҳамчун мешавад: $x = 0$ муодилаи тири ОҮ аст. Дар расми 38 графики муодилаҳои $x = 4$ ($2x + 0 \cdot y = 8$) ва $x = -2$ оварда шудааст.

Хулоса. *Графики муодилаи хаттии $ax + by = c$, ки дар он ҳадди ақал яке аз коэффициентҳои назди тағйирёбандаҳо нул нест, хатти рост аст.*

Эзоҳ: Мафҳуми графики муодила аз мафҳуми графики функция фарқ мекунад. Масалан, графики муодилаи $x = 4$ (расми 38) графики ягон функция шуда наметавонад.

Акнун, ҳолатеро меомӯзем, ки ҳар ду коэффициентҳои назди тағйирёбандаҳо a ва b ба нул баробаранд. Агар $a = b = c = 0$ бошад, ҳар гуна ҷуфти $(x; y)$ ҳалли муодилаи $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$ аст. Аз ин рӯ, тамоми ҳамвории координатӣ графики муодила мебошад. Ҳангоми $c \neq 0$ будан муодилаи $0 \cdot x + 0 \cdot y = c$ ҳал надорад. Графики он ягон нуқтаро дар бар намегирад.

1270. а) Оё нуқтаҳои А $(1; 4)$, В $(3; 1)$, С $(-7,5; -6)$, D $(3; 0)$ ба графики муодилаи $4x + 3y = 12$ тааллуқ доранд? б) Кадоме аз нуқтаҳои А $(6; 1)$, В $(-6; -4)$, С $(0; -2)$, D $(-2; 5)$ дар графики муодилаи $x - 2y = 4$ ҷойгир аст?

1271. Нишон диҳед, ки нуқтаи А $(1; 1)$ дар графики муодилаҳои $3x + y = 4$ ва $-2x + 3y = 1$ ҷойгир аст.

1272. Графики муодиларо созед:

а) $x - 3y = 6$; б) $1,5x + y = 3$.

1273. Графики муодиларо созед:

а) $x + y = 2$; б) $y - 2x = 0$; в) $1,4x = 4,2$; г) $0,5y = 3$.

1274. Графики муодиларо созед:

а) $x - 2y - 1 = 0$; б) $2x = y + 4$;

в) $3(x - y) + 2y = 6$; г) $(x + y) - (x - y) = 2$.

1275. Дар хатти росте, ки графики муодилаи $13x - 40y = 66$ -ро ифода менамояд, нуқтае гирифта шудааст, ки абсиссааш 2 аст. Ординатаи ин нуқтаро ёбед.

1276. Ординатаи нуқтаи графики муодилаи $3x + 7y = 17$ ба 2 баробар аст. Абсиссаи ин нуқтаро ёбед.

1277. Графики муодиларо насохта муайян кунед, ки он дар кадом чорякҳо ҷойгир аст:

а) $2x - y = 1$; б) $-x + 2y = 2$; в) $1,5y = 180$; г) $0,3x = 147$.

Машқҳо барои тақрор

1278. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x+3}{6} - 1 + \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}(3 - x) - \frac{x-1}{3}$; б) $\frac{x+3}{7} - \frac{1}{14} = \frac{2-x}{2} - \frac{5-x}{5}$.

1279. Аз таносуб x -ро ёбед:

а) $\frac{6}{7} = \frac{2x-1}{x}$; б) $\frac{x}{8-x} = \frac{3}{7}$.

1280. Қимати ифодаро ёбед:

а) $a(a - 4) - (a + 4)^2$, агар $a = -\frac{5}{4}$ бошад;

б) $(2a - 5)^2 - 4(a - 1)(3 + a)$, агар $a = \frac{1}{12}$ бошад.

16.3. Системаи ду муодилаи хаттии дуномаълума

Масъала. Ҳосили ҷамъи ду адад ба 10, вале фарқашон ба 4 баробар аст. Ин ададҳоро меёбем.

◀ Адади якумро бо x , адади дуюмро бо y ишорат мекунем. Мувофиқи шарти масъала муодилаҳои $x + y = 10$ ва $x - y = 4$ -ро ҳосил мекунем.

Муодилаҳоеро ҳосил намудаем, ки ҳар кадоми онҳо дорои ду тағйирёбанда аст. Ҳалли масъала ёфтани чунин қиматҳои тағйирёбандаҳои x ва y -ро тақозо дорад, ки онҳо ҳар яке аз муодилаҳои $x + y = 10$ ва $x - y = 4$ -ро ба баробарии дуруст табдил диҳанд. Яъне, ёфтани ҳалли умумии ин муодилаҳо талаб карда мешавад.

Агар ҳалли умумии ду ё якчанд муодила ҷуста шавад мегӯянд, ки ин муодилаҳо системаро ташкил медиҳанд.

Қабул шудааст, ки системаи муодилаҳоеро бо ёрии қавси фигуравӣ нависанд. Системаеро, ки мо барои ҳалли масъала тартиб додем, ин тавр навиштан мумкин аст:
$$\begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 4. \end{cases}$$

Ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳо $x = 7$, $y = 3$ ҳалли ҳар як муодилаи система аст, чунки ҳар ду баробарии $7 + 3 = 10$ ва

$7 - 3 = 4$ дурустанд. Чунин ҷуфти киматҳоро ҳалли система меноманд.

Таъриф. Ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳои ҳалли системаи муодилаҳои дорони ду тағйирёбанда номида мешавад, агар он ҳар як муодилаи системаро ба баробарии дуруст табдил диҳад.

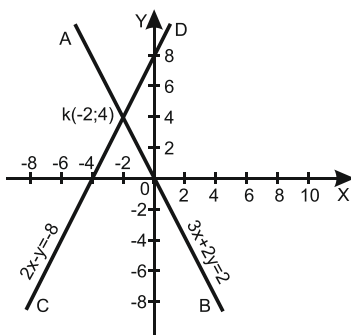
Ҳал намудани системаи муодилаҳои ин ёфтани ҳамаи ҳалҳои исбот кардани набудани ҳалли он мебошад.

Барои ҳал намудани системаи муодилаҳои хаттии дорони ду тағйирёбанда графикои муодилаҳоро истифода бурдан муфид аст.

Мисоли 1. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ 2x - y = 8. \end{cases}$$

◀ Дар ҳамвори координатӣ графикои муодилаҳои системаро тартиб медиҳем (расми 39). Координатаҳои ҳар як нуқтаи хатти рости АВ ҳалли муодилаи $3x + 2y = 2$, мувофиқан координатаҳои ҳар як нуқтаи хатти рости CD ҳалли муодилаи $2x - y = 8$ мебошанд. Координатаҳои нуқтаи буриши ин хатҳо ҳам ҳалли муодилаи якуму ҳам ҳалли муодилаи дуюм ҳастанд, яъне ҳалли системаи ин муодилаҳо мебошанд. Графикҳо дар нуқтаи К (-2 ; 4) ҳамдигарро мебуранд, пас система ҳалли ягонаи $x = -2$, $y = 4$ -ро дорад. ▶



Расми 39.

Чунин тарзи ёфтани ҳалли системаи муодилаҳои тарзи графикӣ ном дорад. Фаҳмоӣ, ки тарзи номбурда чун қоида имконияти тақрибӣ ёфтани ҳалро медиҳад.

Системаи муодилаҳои хаттиеро, ки дорони ду тағйирёбанда мебошад ақаллан яке аз коэффитсиентҳои назди тағйирёбандаҳо

ғайринулй аст, аз назар гузаронида, муайян мекунем, ки оё чунин система ҳал дорад ва агар ҳал дошта бошад, чандто?

Графики муодилаҳои система хатҳои ростанд. Агар ин хатҳо ҳамдигарро буранд, он гоҳ система ҳалли ягона дорад; агар хатҳо параллел бошанд, система ҳал надорад; агар хатҳо ҳамҷоя шаванд, он гоҳ система ҳалли бешумор дорад. Ҳар се мавриди ҷойгиршавии байниҳамдигарии хатҳои ростро, ҳангоми баёни мавзӯи «Графики вобастагии хаттӣ» (пп. 17–18) бо ёрии мафҳуми коэффитсиенти кунҷии хати рост омӯхта будем.

Мисоли 2. Муайян менамоем, ки системаи муодилаҳо чандто ҳал дорад:

$$\begin{cases} 15x + 2y = 40, \\ 5x - y = 12. \end{cases}$$

◀ Вазъи байниҳамдигарии ҷойгиршавии графикҳои муодилаҳои системаро меомӯзем. Аз ҳар як муодила y -ро бо воситаи x ифода намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} y = 20 - 7,5x \\ y = 5x - 12. \end{cases}$$

Функсияҳои $y = 20 - 7,5x$ ва $y = 5x - 12$ функсияҳои хаттианд. Коэффитсиентҳои кунҷии хатҳои росте, ки графики ин функсияҳо мебошанд, мувофиқан ба $-7,5$ ва $+5$ баробаранд, яъне онҳо гуногунанд. Пас ин хатҳо ҳамдигарро мебуранд ва системаи мазкур ҳалли ягона дорад (ниг. п. 6.4). ►

Мисоли 3. Шумораи ҳалҳои системаро муайян менамоем:

$$\begin{cases} 12x - 3y = 5, \\ 6y - 24x = -16. \end{cases}$$

◀ Аз ҳар як муодилаи система тағйирёбандаи y -ро бо воситаи тағйирёбандаи x ифода намуда, системаи зеринро ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} y = 4x - \frac{5}{3}, \\ y = 4x - \frac{8}{3}. \end{cases}$$

Хатҳои росте, ки графики функсияҳои хаттии $y = 4x - \frac{5}{3}$ ва $y = 4x - \frac{8}{3}$ мебошанд, бо ҳам параллеланд, зеро коэффитсиентҳои кунҷии онҳо ба адади 4 баробаранд. Нуқтаи буриши онҳо бо тири ОУ гуногун аст (ординатаҳои мувофиқан $-\frac{5}{3}$ ва $-\frac{8}{3}$ мебошанд). Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки системаи муодилаҳои мазкур ҳал надорад. ►

Мисоли 4. Шумораи ҳалҳои системаи муодилаҳоро муайян менамоем:
$$\begin{cases} 5x + 2y = -18, \\ 15x + 6y = -9. \end{cases}$$

◀ Фаҳмо аст, ки графикаи муодилаҳо айнан якхелаанд. Ин маънои онро дорад, ки ҳар гуна ҷуфти ададҳо $(x_0; y_0)$, ки дар ин ҷо x_0 адади дилхоҳ ва $y_0 = -1,5 - 2,5x_0$ мебошад, ҳалли система мешавад. Ҳамин тавр, система ҳалли бешумор дорад. ►

1281. Магар ҷуфти: а) $x = 2, y = -1$; б) $x = 1, y = 5$ ҳалли системаи муодилаҳои
$$\begin{cases} 6x + y = 11, \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$
 мебошад?

1282. Оё ҷуфти $u = 4, v = -3$ ҳалли системаи муодилаҳои а)
$$\begin{cases} u + 3v = -5, \\ 7u - 2v = 33; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 2u + v = 5, \\ u + v = -1 \end{cases}$$
 мебошад?

1283. Кадоме аз ҷуфтҳои $(-3; 4), (-2; -6), (-4; 3)$ ҳалли системаи муодилаҳои а)
$$\begin{cases} x = y - 7, \\ 3x + 4y = 0; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 3x - y = 0, \\ 5x - y = -4 \end{cases}$$
 мебошад?

1284. Ягон системаи муодилаҳои хаттии дуномаълума тартиб диҳед, ки барояш ҷуфти: а) $x = 2, y = -3$; б) $x = 2, y = 0$ ҳал бошад.

1285. Системаи муодилаҳои хаттиро бо тарзи графикӣ ҳал кунед.

а)
$$\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 4x - y = 10, \\ x - y = -6; \end{cases}$$
 в)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 6, \\ x + 2 = 0. \end{cases}$$

1286. Системаи муодилаҳоро бо тарзи графикӣ ҳал кунед: а)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 12, \\ 2x + 3y = 8; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x - y = 0, \\ 2x + 3y = -5. \end{cases}$$

1287. Муайян кунед, ки оё система ҳал дорад, агар дошта бошад, чандто:

а)
$$\begin{cases} -x + 2y = 8, \\ x + 4y = 10; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 2y - x = 1, \\ 3y + x = -6; \end{cases}$$
 в)
$$\begin{cases} 3x = 11 - 3y, \\ 6y = 22 - 4x? \end{cases}$$

1288. Оё система ҳал дорад? Чандто:

а)
$$\begin{cases} x = 6y - 1, \\ 2x - 10y = 2; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 3x - 7y = 5, \\ x - y - 7 = 0; \end{cases}$$
 в)
$$\begin{cases} 10x - 4y = 5, \\ 8y - 20x = -10? \end{cases}$$

1289. Сето ҳалли гуногуни системаи муодилаҳоро нишон диҳед:

а)
$$\begin{cases} x - 2y = 5, \\ 3x - 6y = 15; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 2,5y + x = -0,5, \\ 2x + 5y = -1. \end{cases}$$

Машқо барои такрор

1290. Дар шакли бисёраъзо нависед:

а) $(2m^2 - m + 7)(2m - 6) + 12$; б) $12m^3 - (3m - 2)(4m^2 - m + 1)$.

1291. Аз баробарӣ y -ро бо воситаи x баъд, x -ро бо воситаи y ифода кунед:

а) $\frac{1}{2}(8x - 4y) - 5 = 6\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y\right)$; б) $\frac{5x+4y}{2} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - (y - 2x)$.

1292. Магар муодилаҳои зерин баробарқувваанд:

а) $(x - 1)(x - 2) = x - 2$ ва $x - 1 = 1$;

б) $x^2 - 9 = x + 3$ ва $x - 3 = 1$?

1293. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $(x - 1)^3 - 1$; б) $(2a + b)^2 - 4a^2$; в) $(7p + q)^3 - (q - 7p)^3$.

16.4. Системаҳои баробарқувва

Дар п.16.1 мафҳуми баробарқуввагии ду муодилаи дуномаълумаро ҳамчун муодилаҳои, ки ҳалҳои баробар доранд, дохил намудем. Инчунин қайд намудем, ки барои чунин муодилаҳо хосиятҳои 1° ва 2° ҷой доранд. Ин мафҳум барои системаи муодилаҳо низ айнан дохил карда мешавад.

Таъриф. Ду системаи муодилаҳо баробарқувва номида мешавад, агар ҳамаи ҳалҳои яке аз онҳо ҳалҳои системаи дуюм бошанд ва баръакс, ҳамаи ҳалҳои системаи дуюм ҳалҳои системаи якум бошанд.

Системаҳои, ки ҳал надоранд низ байни ҳам баробарқувва ҳисобида мешаванд.

◀ Масалан, системаи муодилаҳои $\begin{cases} x + 2y = 4, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 3x + 4y = 10, \\ -2x + 7y = 3 \end{cases}$ баробарқувваанд, зеро ҷуфти $x = 2, y = 1$ ҳалли ҳар ду система буда, онҳо ҳалли дигар надоранд.

Аммо системаҳои $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ ва $\begin{cases} x + 4y = -5, \\ -2x - 8y = -10 \end{cases}$ баробарқувва нестанд, гарчанде ҷуфти ададҳои $(3; 2)$ ҳалли ҳар кадоми ин системаҳо мебошад. Вале масалан, ҷуфти $(11; 4)$ ҳалли системаи дуюм буда (он ҳалли бешумор дорад!), ҳалли системаи якум нест. ▶

Чун дар мавриди ҳалли муодилаҳои яктағйирёбанда, ҳангоми ҳалли системаи муодилаҳо лозим меояд, ки системаи додашуда ба системае, ки ёфтани ҳаллаш нисбатан осонтар аст, иваз карда шавад. Ин ивазкуниро ба системаи дуюм, сеюм ва ҳоказо то

системаи содатарини намуди $\begin{cases} x = A, \\ y = B \end{cases}$, ки қимати номаълумҳоро бевосита нишон медиҳад, идома додан лозим меояд.

Саволе ба миён меояд, ки оё ҳамаи системаҳое, ки системаи додашуда бо онҳо иваз карда мешавад, ба системаи аввала баробарқувваанд? Охир, танҳо дар ҳамин ҳолат тасдиқ карда метавонем, ки ҳалли ҳосилшуда ҳалли системаи додашуда мебошад ва ҳалҳои бегонаро пайдо намекунем.

Баъзе табдилдиҳиҳоро, ки баъди иҷрояшон баробарқуввагии системаи муодилаҳо нигоҳ дошта мешавад, меорем:

1. Муодилаи дилхоҳи системаро ба муодилаи бо он баробарқувва иваз намудан мумкин аст.

Масалан, системаҳои $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 4x - 6y = 8, \\ 9x + 6y = 57 \end{cases}$ баробарқувваанд, зеро муодилаҳои якуму дуюми системаи якум бо муодилаҳои бо онҳо баробарқувва иваз карда шудаанд (п. 16.1, хосияти 1°).

2. Муодилаи дилхоҳи системаро ба сумма ё фарқи муодилаҳои додашуда иваз намуда, муодилаи дигари онро бетағйир гузоштан мумкин аст.

Масалан, системаҳои $\begin{cases} 4x - 6y = 8, \\ 9x + 6y = 57 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 13x = 65, \\ 4x - 6y = 8 \end{cases}$ баробарқувваанд, зеро муодилаи якуми системаи дуюм ба суммаи муодилаҳои системаи якум баробар буда, муодилаи дуюми системаи дуюм муодилаи якуми системаи якум аст.

3. Аз як муодилаи система яке аз тағйирёбандаҳоро бо воситаи дигараш ифода намуда, ифодаи ҳосилшударо дар муодилаи дигар гузоштан мумкин аст. Муодилаи ҳосилшуда бо муодилаи аввала системаеро ташкил медиҳад, ки он бо системаи додашуда баробарқувва мебошад.

Масалан, системаҳои $\begin{cases} 2x + 3y = 23, \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 2(2y + 1) + 3y = 23, \\ x = 2y + 1 \end{cases}$ баробарқувваанд (дар муодилаи якуми системаи дуюм x бо ифодае, ки аз муодилаи дуюми системаи якум ёфта мешавад, иваз карда шудааст).

1294. Магар системаҳои зерин баробарқувваанд:

а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2 \end{cases}$ ва $\begin{cases} 4x + y = 13, \\ -3x + 5y = -4; \end{cases}$

$$б) \begin{cases} 6x - 2y = 16, \\ 9x - 3y = 24 \end{cases} \text{ ва } \begin{cases} 3x - y = 8, \\ x + y = 2? \end{cases}$$

1295. Нишон диҳед, ки системаҳо баробарқувваанд:

$$а) \begin{cases} 5x - 7y = 9, \\ 2x + 9y = 18 \end{cases} \text{ ва } \begin{cases} 5x - 7 \cdot \frac{18-2x}{9} = 9, \\ 9y = 18 - 2x; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x + 8y = 2, \\ -5x + y = 11 \end{cases} \text{ ва } \begin{cases} 4x + 3y = -5, \\ 2x + 5y = 1. \end{cases}$$

Машқҳо барои такрор

1296. Барои кадом қимати тағйирёбанда суммаи $\frac{2-y}{5}$ ва $\frac{3y+2}{7}$ ба нул баробар аст?

1297. Периметри секунҷа ба 669 см баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед, агар яке аз онҳо аз дигараш 23 см кӯтоҳ буда, аз тарафи сеюм 41 см дароз бошад.

1298. Решаи муодиларо ёбед:

$$а) (2y + 1)^2 - 4y^2 = 5; \quad б) x + (5x + 2)^2 = 25(1 + x^2).$$

Т Е С Т И 16

1. Графики муодилаи $2x - 4y = 8$ чӣ гуна хат аст?

А) хатти қатъӣ; В) хатти рост; С) хатти шикаста.

2. Оё ҷуфти ададҳои (7;3) ҳалҳои муодилаи $2x + y = 17$ мебошад?

А) ҳа; В) не; С) наметонем.

3. Оё система ҳал дорад, агар дошта бошад-чандто:

$$\begin{cases} 2x = 11 - 2y, \\ 6y = 22 - 4x \end{cases}$$

А) 1- то; В) 2- то; С) 0- то.

4. Оё система ҳал дорад, агар дошта бошад-чандто:

$$\begin{cases} 5x + y = 4 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} ?$$

5. Системаи муодилаҳои $\begin{cases} 11x + 10y = 12 \\ 6x + y = 18 \end{cases}$ чандто ҳал дорад?

А) 1- то; В) 2- то; С) беохир бисёр.

6. Системаи муодилаҳои $\begin{cases} 6x + 10y = 5 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$ чандто ҳал дорад?

А) 1 - то; В) 2- то; С) ҳал надорад.

7. Системаи муодилаҳои $\begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 6x + 4y = -4 \end{cases}$ чандто ҳал дорад?

А) ҳалли бешумор; В) ҳал надорад; С) ҳалли ягона дорад.

8. Қимати бисёраъзоро, ҳангоми $x=2$ ва $y=-2$ будан, ёбед:

$$x^5 + x^3 - y^3 x^2 - y^3.$$

А) 48; В) 64; С) 80.

9. Муодилаи дорой ду тағйирёбанда чандто ҳал дорад?

А) 2-то; В) бешумор; С) ягонто ҳал надорад.

10. Системаи ду муодилаи хаттии дуномаълума аз ҳама камтар чандто ҳал дошта метавонад?

А) 0 - то; В) 1-то; С) 2-то.

§ 17. ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ХАТТӢ

17.1. Тарзи гузориш

Бо яке аз тарзҳои ҳалли системаи муодилаҳои хаттӣ ошно мешавем, ки тарзи гузориш ном дорад. Моҳияти онро дар мисоли зерин баён мекунем:

Мисоли 1. Системаи муодилаҳои $\begin{cases} 5x - 3y = 17, \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$ -ро ҳал мекунем.

◀ Аз муодилаи дуюми система яке аз тағйирёбандаҳо, масалан, x -ро бо воситаи дигараш ифода намуда, ҳосил мекунем: $x = \frac{11-3y}{2}$. Ҳамин ифодаро ба ҷойи x дар муодилаи якуми система

гузошта, системаи $\begin{cases} 5 \cdot \frac{11-3y}{2} - 3y = 17, \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$ -ро ҳосил мекунем. Бо ин

амаламон системаи бо системаи аввала баробарқувваро ҳосил намудем. Дар системаи ҳосилкардамон муодилаи якум танҳо як тағйирёбандаро дар бар гирифтааст. Ин муодиларо ҳал мекунем: $5 \cdot \frac{11-3y}{2} - 3y = 17$, $5(11 - 3y) - 6y = 34$, $55 - 15y - 6y = 34$, $-21y = -21$, $y = 1$.

Дар баробарии $x = \frac{11-3y}{2}$ қимати $y = 1$ -ро гузошта, қимати x -ро меёбем: $x = \frac{11-3 \cdot 1}{2} = 4$. Пас ҷуфти $(4; 1)$ ҳалли системаи ҳосилкардамон аст ва аз ин рӯ, ҳалли системаи додашуда низ мебошад.

Аз ҳалли ин мисол бармеояд, ки тарзи гузориши ҳалли системаи хаттии дорой ду тағйирёбанда аз зинаҳои зерин иборат аст:

1) Аз ягон муодилаи система яке аз тағйирёбандаҳоро бо воситаи дигараш ифода мекунанд;

2) Ифодаи ёфташударо дар муодилаи дигари система ба ҷойи тағйирёбандаи он мегузоранд;

3) Муодилаи дорoi як тағйирёбандаи ҳосилшударo ҳал меку-
нанд;

4) Қимати мувофиқи тағйирёбандаи дуомро меёбанд.

Истифода аз тарзи гузориш ҳангоми ба як баробар будани яке аз коэффитсиентҳои назди номаълуми ягон муодилаи система хеле мувофиқ аст.

Миcоли 2. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 4x + 7y = 18, \\ -3x + y = -1. \end{cases}$$

◀ Аз муодилаи дуом y -ро бо воситаи x ифода мекунем:

$$-3x + y = -1, y = 3x - 1.$$

Дар муодилаи якум ба ҷойи y ифодаи ҳосилшудаи $3x - 1$ -ро мегузorem:

$$4x + 7(3x - 1) = 18.$$

Муодилаи бо тағйирёбандаи x ҳосилшударo ҳал мекунем:

$$4x + 21x - 7 = 18, 25x = 25, x = 1.$$

Дар муодилаи $y = 3x - 1$ ба ҷойи x адади 1 мегузorem:

$$x = 3 \cdot 1 - 1, x = 2. \blacktriangleright$$

1299. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} y = 7 - 3x, \\ -5x + 2y = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2y + 4x - 15 = 0, \\ x = y - 1. \end{cases}$$

1300. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} y - 2x = 3, \\ 3x - y = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x - y = 5, \\ 3x - 4y = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x - y = 7, \\ 5x - 2y = 3. \end{cases}$$

1301. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - y = 0, \\ x - y = -6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y - x = 1, \\ x + y = 12. \end{cases}$$

1302. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 6u - 9v + 11 = 0, \\ 9u + 3v = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 14u + 7v = -4, \\ 49u - 7v = 22. \end{cases}$$

1303. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 7x + 6y = 6, \\ 3x + 4y = 9; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 7x + 7y = -7, \\ 10x + 2y = -5. \end{cases}$$

1304. Графики муодилаҳоро насохта, координатаҳои нуқтаҳои буриши онҳоро ёбед:

а) $3x + 9y - 15 = 0$ ва $x = 8 + 3y$ -ро;

б) $11x - 6y = 2$ ва $-8x + 5y = 3$ -ро.

1305. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(4x - y) + 3 = 5x, \\ 9(x + y) - 12 = 6x + 10y; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2y + 7(x - 3y) = 5x - 9, \\ 6x + 4(x - 5y) = 13y + 19. \end{cases}$$

1306. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{y}{5} = -4, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{1}{6}; \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} 9 - 3y = \frac{x-2}{3}, \\ 2x - 4 = \frac{y-3}{5}. \end{cases}
 \end{array}$$

1307. Системаи муодилаҳо ҳал кунед:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} 2(x - y) - 3 = 4 - 3x, \\ 5(x - y) + 6y = -2; \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} 6(x + y) - y = -1, \\ 7(y + 4) - (y + 2) = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

1308. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} \frac{y-1}{4} - 2 = \frac{x+3}{3}, \\ \frac{x+3}{4} + 4 = \frac{y+1}{3}; \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} \frac{3x-5y}{2} + 3 = \frac{x+2y}{4}, \\ 7 - \frac{x-2y}{4} = \frac{x}{3} + \frac{y}{2}. \end{cases}
 \end{array}$$

Машқҳо барои такрор

1309. Ифодаро сода кунед:

$$\text{a) } (3x - 2y)^2 + (3x + 2y)^2; \quad \text{б) } (4x + 3y)^2 - (4x - 3y)^2.$$

1310. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

$$\text{a) } \frac{1}{9}x^2 - y^2 + \left(\frac{1}{3}x + y\right)^2; \quad \text{б) } \frac{1}{9}x^2 - y^2 - \left(\frac{1}{3}x - y\right)^2.$$

1311. Нуқтаи буриши хати ростро бо тирҳои координатӣ ёбед:

$$\text{a) } x - y + 5 = 0; \quad \text{б) } 3x - y + 3 = 0; \quad \text{в) } 2x + y = 1; \quad \text{г) } 5x + 2y = 12.$$

1312. Нишон диҳед, ки системаи муодилаҳо ҳал надорад:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} y = 3x, \\ 6x - 2y = 3; \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} x - y = 1, \\ 2x = 1 + 2y. \end{cases}
 \end{array}$$

1313. Дар се синф 119 нафар талаба мехонад. Дар синфи якум нисбат ба синфи дуум 4 нафар зиёд ва нисбат ба синфи сеюм 3 нафар кам хонанда мавҷуд аст. Ҳар як синф чанд нафар хонанда дорад?

17.2. Тарзи ҷамъи алгебравӣ

Тарзи дигари ҳалли системаи муодилаҳои хаттӣ тарзи ҷамъи алгебравӣ ном дорад. Ҳангоми истифодаи он, ба мисли тарзи гузориш, системаи додашуда ба системаи баробарқувва иваз карда мешавад. Дар системаи охирин яке аз муодилаҳо танҳо дорой як номаълум аст. Аз ин муодила номаълумро ёфта, баъд аз муодилаи дигар номаълуми дуумро ёфтан мумкин аст.

Мисоли 1. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 17, \\ 2x + 3y = 11. \end{cases}$$

◀ Коэффитсиенти назди y дар ҳар муодила аз рӯи қимати мутлақ баробар буда, аломатҳои муқобил дорад. Барои ҳамин, агар ба ҷойи муодилаи якум ҳосили ҷамъи ҳар ду муодиларо

гирем, қимати x -ро аз муодилаи якум ёфтан осон мешавад. Дар натиҷа системаи зеринро ҳосил мекунем:
$$\begin{cases} 7x = 28 \\ 2x + 3y = 11. \end{cases}$$
 Ин система дар асоси (ҳосияти 2° мавзуи 16.4) бо системаи додашуда баробарқувва аст. Вале, дар он муодилаи якум танҳо дорои як номаълуми x мебошад. Аз он меёбем, ки $x = 4$ аст. Ин қимати x -ро дар муодилаи дуум гузошта, муодилаеро ҳосил мекунем, ки танҳо як номаълум дорад: $8 + 3y = 11$.

Ин муодиларо ҳал намуда, қимати $y = 1$ -ро ҳосил мекунем. Ҳамин тавр, ҷуфти $(4; 1)$ ҳалли система мебошад. Хотиррасон мекунем, ки дар п. 48 мо ин системаро бо тарзи гузориш ҳал карда будем. ►

Мисоли 2. Системаи муодилаҳоро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 2x - 7y = 2, \\ 6x - 11y = 26. \end{cases}$$

◀ Бевосита аъзо ба аъзо ҳам намудани муодилаҳо ба хориҷ гардидани яке аз тағйирёбандаҳо намеорад. Вале агар ҳар як аъзои муодилаи якумро ба -3 зарб зада, муодилаи дуумро бетағйир гузorem, коэффитсиентҳои назди x дар муодилаҳои ҳосилшуда ададҳои ба ҳам муқобил мешаванд:

$$\begin{cases} -6x + 21y = -6, \\ 6x - 11y = 26. \end{cases}$$

Акнун, аъзо бо аъзо ҳам кардани муодилаҳо ба муодилае меорад, ки як номаълум дорад: $10y = 20$. Аз ин баробарӣ меёбем, ки $y = 2$ аст. Қимати $y = 2$ -ро дар муодилаи дуум гузошта, қимати x -ро меёбем: $6x - 11 \cdot 2 = 26$, $6x = 48$, $x = 8$.

Ҷавоб: $x = 8$, $y = 2$. ►

Эзоҳ. Пеш аз ҳам намудани муодилаҳо метавонистем коэффитсиентҳои назди x -ро нею коэффитсиентҳои назди y -ро бо ҳам муқобил кунем. Барои ин кифоя буд, ки масалан, муодилаи якумро бо 11 ва муодилаи дуумро бо -7 зарб мезадем.

Мисоли 3. Ҳалли системаи $\begin{cases} 3x - 5y = 55, \\ 5x - 2y = 41 \end{cases}$ -ро меёбем.

◀ Зарбкунандаҳоро чунон бояд интихоб намуд, ки коэффитсиентҳои назди y ададҳои ба ҳам муқобил шаванд. Пас муодилаи якумро ба -2 ва муодилаи дуумро ба 5 зарб зада, ҳосил менамоем:

$$\begin{cases} -6x + 10y = -110, \\ 25x - 10y = 205. \end{cases}$$

Аз ин ҷо меёбем, ки $19x = 95$ ё $x = 5$ аст. Қимати x -ро дар муодилаи $5x - 2y = 41$ гузошта меёбем: $y = -8$.

Ҷавоб: $x = 5, y = -8$. ►

Аз ҳалли мисолҳо бармеояд, ки тарзи ҷамъи алгебравии ҳалли системаи муодилаҳои хаттии дорои ду муодила аз зинаҳои зерин иборат аст:

1) Муодилаҳои системаро аъзо ба аъзо ба зарбкунандаҳо зарб мезананд, то ки дар натиҷа коэффитсиентҳои назди яке аз тағйирёбандаҳо ададҳои ба ҳам муқобил шаванд;

2) Қисмҳои ҷапу рости муодилаи якумро ба қисмҳои ҷапу рости муодилаи дуюм ҷамъ мекунанд;

3) Муодилаи ҳосилшудаи дорои як тағйирёбандаро ҳал мекунанд;

4) Қимати мувофиқи тағйирёбандаи дуюмро меёбанд.

Қайд кардан ба маврид аст, ки агар коэффитсиентҳои назди яке аз тағйирёбандаҳо ададҳои ба ҳам муқобил бошанд, якбора аз тарзи аъзо ба аъзо ҷамъ намудани муодилаҳо сар кардан мумкин, чуноне ки мо ҳангоми ҳалли мисоли 1 рафтор намудем.

1314. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 4, \\ x - y = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases}$$

1315. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = -5, \\ x - 3y = 38; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ 7x + 2y = 6. \end{cases}$$

1316. Системаи муодилаҳо ҳал карда шавад:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 3y = 6, \\ 2x + y = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x + 5y = 25, \\ 4x + 3y = 15. \end{cases}$$

1317. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 24p - 3q = -87, \\ 5p + 7q = 20; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5a + 3b = -4, \\ 4a + 5b = -11. \end{cases}$$

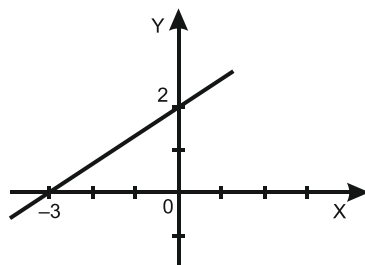
1318. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$\text{a) } \begin{cases} 0,75x + 20y = 95, \\ 0,32x - 25y = 7; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 0,5u - 0,6v = 0, \\ 0,4u = 1,7v = 10,9. \end{cases}$$

1319. Графики функсияи хаттӣ тирҳои координатавино дар нуқтаҳои $(-3; 0)$ ва $(0; 9)$ мебурад. Ин функсияро бо формула ифода кунед.

1320. Муодилаи намуди $y = kx + b$ -ро тартиб диҳед, ки графикаш аз нуқтаҳои: а) А $(7; -2)$ ва В $(-3; 11)$; б) Р $(4; 2)$ ва Қ $(2; -4)$; в) М $(3; 3)$ ва N $(-7; -17)$; г) С $(-1; 3)$ ва D $(1; -19)$ гузарад.

1321. Графики функцияи хатгӣ тири OX -ро дар нуқтаи абсиссааш 2 ва тири OY -ро дар нуқтаи ординатааш 13 мебурад. Функцияро бо формула ифода кунед.



Расми 40.

1322.* Функцияи хаттиеро, ки графикаш дар расми 40 оварда шудааст, бо формула ифода кунед.

1323. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$a) \begin{cases} 4(x + 2y) - 1 = x - 3,5, \\ y + 2(x - 2y) = 40; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 1,5(3x - y) - 4 = -7x + 0,5, \\ 2(x + 5y) + 3 = 8y + 15. \end{cases}$$

1324. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 3x - 5y = -3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 0,25x - y = -5, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{7}y = 3. \end{cases}$$

1325. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$a) \begin{cases} 4x = 3y, \\ 2(x - 1) = y + 2; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ 5(1 - y) = 2,5(3 - 2x). \end{cases}$$

1326. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$a) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1, \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8; \end{cases} \quad б) \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4. \end{cases}$$

1327. Ҳалли системаи муодилаҳоро ёбед:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{3}u + \frac{1}{3}v = 8, \\ 3u + 3v = 40; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 5a - 2b = 10, \\ -0,5a + 0,2b = 1. \end{cases}$$

1328. Оё система ҳал дорад ва агар дошта бошад, чандто:

$$a) \begin{cases} 3x - y = 2, \\ 6x - 2y = 4; \end{cases} \quad б) \begin{cases} -7x + 3y = 7, \\ 21x - 9y = 2? \end{cases}$$

Машқҳо барои такрор

1329. Қимати ифодаро ёбед:

$$a) \frac{(5^6)^2 \cdot 5^9}{5^{20}}; \quad б) \frac{3^8 \cdot 81}{(3^3)^4}.$$

1330. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

$$a) (a - b)^2 - 3(b - a); \quad б) -4x(x + 2y) + 4(x + 2y)^2.$$

1331. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(4x + 1)(2x - 1) = 8x^2 + 0,8$; б) $12x^2 - (6x + 3)(2x + 1) = 1$.

1332. Айниятро исбот кунед:

а) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$; б) $(a + b)^2 - 2b(a + b) = a^2 - b^2$.

17.3. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии системаи муодилаҳо

Ҳангоми ҳалли масъалаҳо бо ёрии системаи муодилаҳо ин тавр рафтор мекунам: баъзе ададҳои номаълумро бо ҳарфҳои ишора мекунам ва шартҳои масъаларо истифода бурда, системаи муодилаҳоро тартиб медиҳам; ин системаро ҳал мекунам; натиҷаро мувофиқи шартҳои масъала маънидод мекунам.

Масъалаи 1. Барои боғчаи бачаҳо 16 тӯби калон ва хурд харида 24,4 сомони доданд. Тӯби калон 2,5 сомони, тӯби хурд 1,2 сомони нарх дорад. Аз ҳар як намуди тӯб чанд дона хариданд?

◀ Бигзор x шумораи тӯбҳои хурд ва y шумораи тӯбҳои калон бошад. Мувофиқи шартҳои масъала $x + y = 16$ аст.

Барои тартиб додани муодилаи дигар шартҳои боқимондаи масъаларо истифода мебарем: арзиши ҳамаи тӯбҳои хурд 1,2х сомони, арзиши ҳамаи тӯбҳои калон бошад 2,5у сомони мебошад. Мувофиқи шартҳои муодилаи дуҷумро ҳосил мекунам: $1,2x + 2,5y = 24,4$.

Барои ба саволи масъала ҷавоб додан, чунин қиматҳои x ва y -ро ёфтани лозим аст, ки онҳо ҳам муодилаи якуму ҳам муодилаи дуҷумро қонеъ созанд, бо ибораи дигар ҳалли системаи муодилаҳои бошанд.

$$\begin{cases} x + y = 16, \\ 1,2x + 2,5y = 24,4 \end{cases}$$

Барои ёфтани ҳал муодилаи якумуро бо 12, муодилаи дуҷумро ба -10 зарб зада, натиҷаҳоро ҷамъ мекунам.

Дар натиҷа муодилаи $-13y = -52$ ҳосил мешавад, ки $y = 4$ ҳалли он аст. Ин қиматро дар муодилаи якуми система гузошта, меёбем: $x = 12$.

Ҷавоб: 12 тӯби хурд ва 4 тӯби калон. ▶

Ҳамин масъаларо бо ёрии як муодилаи хаттии якномаълума ҳал мекунам.

Бигзор боз x шумораи тӯбҳои хурдро ифода намояд. Шумораи тӯбҳои калон, акнун ба $16 - x$ баробар мешавад. Арзиши ҳамаи тӯбҳои хурд ба 1,2 сомони, арзиши ҳамаи тӯбҳои калон ба

$2,5(16 - x)$ сомони баробар мебошад. Нархи умумии тўбҳои калону хурд ба $1,2x + 2,5(16 - x)$ сомони баробар аст.

Мувофиқи шарт масъала $1,2x + 2,5(16 - x) = 24,4$.

Ин муодиларо ҳал мекунем: $1,2x + 40 - 2,5x = 24,4$, $-1,3x = -15,6$, $x = 12$.

Ин қиматро дар ифодаи $16 - x$ гузошта, шумораи тўбҳои калонро меёбем: $16 - 12 = 4$.

Масъалаи 2. Масофаи байни ду бандари дарё 90 км аст. Заврақ онро бо самти ҳаракати об дар 3 соат ва ба муқобили самти ҳаракати об дар 4,5 соат тай мекунад. Суръати заврақ дар оби ором ва суръати ҳаракати оби дарё ба чанд баробар аст?

◀ Суръати ҳаракати заврақро дар оби ором бо x (км/соат), суръати ҳаракати оби дарёро бо y (км/соат) ишора мекунем. Суръати ҳаракати заврақ мувофиқи самти ҳаракати оби дарё ба $x + y$ (км/соат) ва ба муқобили самти ҳаракати об мувофиқан ба $x - y$ (км/соат) баробар мешавад. $3(x + y)$ масофаест (бо км), ки заврақ ба самти ҳаракати оби дарё тай намудааст. Мувофиқи шарт масъала ин масофа ба 90 км баробар аст: $3(x + y) = 90$. Айнан ҳамин тавр $4,5(x - y) = 90$. Аз ду муодилаи ҳосилшуда системаи муодилаҳоро тартиб медиҳем:
$$\begin{cases} 3(x + y) = 90, \\ 4,5(x - y) = 90. \end{cases}$$

Барои ёфтани ҳалли ин система муодилаи якумро ба 3 ва дуумро ба 4,5 тақсим мекунем. Системаи $\begin{cases} x + y = 30, \\ x - y = 20 \end{cases}$ бо системаи аввала баробарқувва аст (ниг. ба хосияти 2, п. 47). Ин муодилаҳоро ҳамчунин намуда меёбем: $2x = 50$ ё $x = 25$. Қимати $x = 25$ -ро дар муодилаи якуми система гузошта, қимати $y = 5$ -ро ҳосил мекунем.

Ҷавоб: Суръати заврақ дар оби ором 25 км/соат, суръати оби дарё 5 км/соат аст. ►

Масъалаи 3. Оё садсомониро ба пулҳои 10 сомона ва 5 сомона тавре иваз намудан мумкин аст, ки шумораи умумии онҳо 25-то бошад?

◀ Фарз мекунем, ки ивазнамой имконпазир аст. Бо x шумораи пулҳои 5 сомона ва бо y шумораи пулҳои 3 сомонро ишора менамоем. Мувофиқи шарт бояд $x + y = 25$ шавад. Азбаски бо ин пулҳо як садсомонро иваз намудан мумкин, пас бояд баробарии $5x + 3y = 100$ дуруст бошад. Системаи муодилаҳои $\begin{cases} x + y = 25, \\ 5x + 3y = 100 \end{cases}$ -ро ҳосил менамоем. Онро ҳал намуда, меёбем:

$x = y = 12,5$. Аз рӯйи маъно бояд x ва y ададҳои бутун бошанд. Вале танҳо ададҳои касрӣ ҳосил намудем.

Ҷавоб: Не. ►

1333. Суммаи ду адад 30 ва фарқашон 2 мебошад. Ин ададҳоро ёбед.

1334. Дар ду сабад 148 дона себ ва дар айни ҳол дар сабади дуум назар ба сабади якум 3 маротиба зиёд себ аст. Сабадҳо чандтоғӣ себ доранд?

1335. Оё садсомониҳо ба пулҳои 10 сомонӣ ва 5 сомонӣ тавре иваз намудан мумкин аст, ки шумораи умумии онҳо 15-то бошад?

1336. Ду адад дода шудааст. Агар дучанди адади якумро бо адади дуум ҳам кунем, 17 ҳосил мешавад. Ҷамъи адади якум бо дучанди адади дуум 19 аст. Ин ададҳоро ёбед.

1337. Бо 96 сомонӣ 4 дона тӯб ва 6 даста либоси варзишӣ ё ки 2 дона тӯб ва 7 даста либоси варзишӣ харидан мумкин аст. Арзиши як дона тӯб ва як дастаро ёбед.

1338. Теплоход 3 соат бо самти ҷараёни об ва 2 соат ба муқобили он ҳаракат карда, 240 км масофаро тай намуд. Вай дар 3 соати бо муқобили ҷараён шино кардани назар ба 2 соати бо самти ҷараён ҳаракат кардани 35 км бештар роҳ меравад. Суръати ҳаракати теплоход бо самти ҷараён ва бо муқобили он ёфта шавад.

1339. Теплоход 3 соат бо самти ҷараёни об ва 4 соат ба муқобили он ҳаракат намуда, 380 км масофаро тай намуд. Дар 1 соат бо самти ҷараён ва боз 30 дақиқа ҳаракат кардани теплоход 90 км масофаро тай мекунад. Суръати теплоходро дар оби ором ва суръати ҷараёни обро ёбед.

1340. Фермер аз ду қитъаи замин 460 т юнучқа ғундошт. Соли дигар дар натиҷаи 15% ва 10% афзудани ҳосилнокии қитъаҳо ӯ 516 т юнучқа ҷамъоварӣ кард. Соли аввал аз ҳар як қитъа чанд тоннагӣ ҳосил ғундошта шудааст?

1341. Дар ноҳия кишти тирамоҳӣ назар ба кишти баҳорӣ 480 га зиёд аст. Баъди он ки 80%-и кишти тирамоҳӣ ва 25%-и кишти баҳорӣ ғундошта шуд, кишти тирамоҳии боқимонда назар ба кишти баҳорӣ 320 га кам шуд. Дар ноҳия чанд гектар кишти тирамоҳӣ гузаронида шудаасту чанд гектар кишти баҳорӣ?

1342. Рӯзи якум сайёҳон 3 соат роҳ гашта, 4 соат дар заврақ шино карданд. Рӯзи дуум онҳо 5 соат шино карда, 2 соат роҳ гаштанд. Ҷамин тавр, онҳо рӯзи якум 24 км ва рӯзи дуум 23 км масофаро тай карданд. Суръати ҳаракати сайёҳон дар хушкӣ ва дар об ёфта шавад.

1343. Бузургии яке аз кунҷҳои секунҷа 40° буда, фарқи ду кунҷи дигар 58° аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.

1344. Адади дурақамасе дода шудааст, ки суммаи рақамҳои ба 8 баробар аст. Агар ҷойҳои рақамҳои ададро иваз намоём, адади ҳосилшуда аз адади аввала 18 воҳид хурд мешавад. Ин ададро ёбед.

1345. Барои хариди 15 албом назар ба 20 дафтар 2 сомонию 40 дирам зиёд сарф карданд. Агар нархи 3 албом ба нархи 5 дафтар баробар бошад, албом ва дафтар чӣ қадарӣ нарх доранд?

1346. Ба ҳисоби миёна дар як саҳифа 1300 ҳарфи калон ё 1850 ҳарфи майда меғунҷад. Мақола аз 37250 ҳарф иборат буда, 24 саҳифаи пурраро дар бар мегирад. Чанд саҳифа бо ҳуруфи калону чанд саҳифа бо ҳуруфи майда чоп шудааст.

1347. Дар як раф назар ба рафи дигар 2 маротиба кам китоб гузошта шудааст. Агар аз рафи якум 6 китоб гирифта, ба рафи дуюм 8 китоби дигар гузошта шавад, он гоҳ шумораи китобҳои рафи якум аз дуюм 7 маротиба кам мешавад. Дар ҳар як раф чанд китоб ҳаст?

1348. Сими дарозиаш 135 метрро ба ду қисм тарзе ҷудо намуданд, ки яке аз онҳо назар ба дигараш 2 маротиба кӯтоҳ аст. Дарозии ҳар як қисмро ёбед.

1349. Нархи ду қаламу се дафтар 12 сомонӣ аст. Се қаламу ду дафтар 13 сомонӣ нарх доранд. Панҷ қаламу 6 дафтар чанд сомонӣ меистанд?

1350. Падар аз духтар 30 сол калон аст. Баъди 4 сол ӯ аз духтар ду маротиба калон мешавад. Падару духтар ҳоло чандсолаанд?

1351. Татбиқи технологияи пешқадам ба фермер имконият дод, ки ҳосилнокии картошкаро аз ҳар як га 4 сентнер зиёд намояд. Дар натиҷа аз майдони масоҳаташ 320 га нисбати ҳосили пештараи аз майдони масоҳаташ 400 га ғундошташуда 6,4 т зиёд картошка ҷамъоварӣ кард. Ҳосилнокии аввала ва ҳозираи картошкаро аз 1 га муайян кунед.

Машқҳо барои тақрор

1352. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед:

а) $m^5 - m^3 + m^2 - 1$; б) $4a^2 - 12a + a^3 - 27$.

1353. Магар графикаи функсияҳо ҳамдигарро мебуранд:

а) $y = -6x + 9$ ва $y = 2x - 7$; б) $y = -0,5x + 2$ ва $y = -0,5x - 10$?

1354. Исбот кунед, ки баробарӣ аиният нест:

а) $x^4 + 4 = (x + 2)^2$; б) $(x - 2)(x + 2) = 4 - x^2$.

1355. Ифодаро ба ҳосили зарб табдил диҳед:

- а) $x^2 + 2xy + y^2 - 1$; б) $9 - x^2 + 2xy - y^2$;
в) $1 - m^2 + 2mn - n^2$; г) $p^2 - 2pq + q^2 - 4$;
ғ) $4 - a^2 - 2ab - b^2$; д) $1 - c^2 - 2cd - d^2$;
е) $4a^2 - 20ab + 25b^2 - 36$; ё) $16k^2 - 8kt + t^2 - 49$.

ТЕСТИ 17

1. Дар кадом маврид чуфти ададҳои ёфташуда ҳалли система мешавад, агар: а) танҳо муодилаи якуми системаро қонеъ созад; б) агар ҳар ду муодилаи системаро қонеъ созад; в) агар танҳо муодилаи дууми системаро қонеъ созад.

- А) а); В) б); С) в).

2. Кадоме аз ададҳои -2 ; 4 ; 2 ва 1 ҳалҳои системаи $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ мешавад?

- А) 1 ва 2 ; В) 2 ва -2 ; С) 1 ва 4 .

3. Системаи муодилаҳои хаттиро ҳал кунед: $\begin{cases} 3x - 2y = 16, \\ 5x + 3y = -5. \end{cases}$

- А) -2 ва 2 ; В) -2 ва 5 ; С) 2 ва -5 .

4. Кадом ду система баробарқувва номида мешавад: а) агар ҳалҳои системаи якум ҳалҳои системаи дуум бошанд; б) агар ҳалҳои системаи дуум ҳалҳои системаи якум бошанд; в) агар ҳалҳои системаи якум ҳалҳои системаи дуум бошанд ва баръакс.

- А) в); В) б); С) а).

5. Системаро ҳал намуда, дар ҷавоб суммаи решакоронависед: $\begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases}$

- А) 7 ; В) 5 ; С) 9 .

6. Системаи муодилаҳо чандто ҳал дорад: $\begin{cases} x + 2y = 6, \\ 2x + 4y = 8? \end{cases}$

- А) 1 -то; В) 0 -то; С) 2 -то.

7. Системаи муодилаҳо чандто ҳал дорад: $\begin{cases} x - 2y = 2, \\ 3x - 6y = 6? \end{cases}$

- А) 1 -то; В) ҳал надорад; С) ҳалли бешумор дорад.

8. Дар ҳамвории координатӣ ҳамагӣ се ҳолати байниҳам ҷойгирии ду хатти рост вучуд дорад: а) онҳо ҳамдигарро мебуранд; б) онҳо бо ҳам параллеланд; в) онҳо ҳамдигарро намебуранд. Барои муодилаҳои мувофиқ ба ин хатҳои рост се

тасдиқоти зер дуруст аст: р) система ҳалли ягона дорад; к) система ҳал надорад; л) система ҳалли бешумор дорад.

Дар байни далелҳои а), б), в) ва тасдиқоти р), к) ва л) мувофиқат барқарор кунед.

А) Агар а) он гоҳ р); В) агар в) он гоҳ а); С) агар в) он гоҳ л).

9. Нархи се қаламу ду дафтар 12 сомонӣ, нархи ду қаламу се дафтар 13 сомонӣ аст. Нархи чор қаламу шаш дафтар чанд сомонӣ мебошад?

А) 24 сомонӣ; В) 25 сомонӣ; С) 27 сомонӣ.

10. Периметри росткунҷа 32 см аст. Фарқи тарафҳои ҳамсоия он 2 см аст. Тарафи хурди росткунҷаро ёбед.

А) 9 см; В) 7 см; С) 5 см.

11. Падар аз духтараш 26 сол калон буда, пас аз 4 сол аз ӯ 3 маротиба калонсол мешавад. Духтар чандсола аст?

А) 9 сола; В) 11 сола; С) 7 сола.

12. Суммаи рақамҳои адади дурақама 12 буда, фарқи рақамҳои якӣ ва даҳии адад назар ба худи адади дурақама 12 маротиба хурд аст. Ин ададро ёбед.

А) 42; В) 48; С) 36.

13. Системаи муодилаҳои зерин дода шудааст:

$$\begin{cases} x + ay = 35 \\ bx + 2y = 27 \end{cases} . \text{ Маълум, ки ҷуфти ададҳои (5;6) ҳалли он}$$

мебошад. Қимати ҳарфҳои a ва b -ро ёбед.

14. Системаи муодилаҳоро бо методи гузориш ҳал кунед ва решаи

онро ёбед:
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} .$$

А) (3;3,5); В) (0; 3,5); С) (0;3).

Маълумоти мухтасари таърихӣ

Муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда $ax + by = c$ вобастагии байни ду тағйирёбандаро ифода карда, умуман номуайян аст. Яъне ҳалҳои бешумор дорад. Дар замони қадим чиниҳо, юнониҳо, ҳиндуҳо ба ҳал кардани муодилаҳои номуайян сари кор доштанд. Дар асари математики юнонӣ Диофант (асри III) «Арифметика» шумораи зиёди масъалаҳои оварда шудааст, ки баъзе аз онҳо бо ёрии муодилаҳои номуайяни хаттӣ ҳал шудаанд. Дар айни ҳол Диофант зери мафҳуми ҳал танҳо ададҳои бутун ва касрҳои мусбатро раво медид. Тарзҳои гуногуни ёфтани ҳалҳои бутуни мусбати муодилаи номуайян, ки диофантӣ ном гирифтаанд, аз тарафи олимони Ҳиндустон кашф шудаанд. Онҳо тарзи умумии ёфтани ҳалли натуралии муодилаи хаттӣ ва баъзе муодилаҳои дараҷаи дуумро, ки ба масъалаҳои нучум алоқаманд буданд, пешниҳод кардаанд. Минбаъд ба муодилаҳои диофантӣ математикҳои машҳури дунё, аз қабили Муҳаммади Хоразмӣ (787–850), Абумахмуди Хучандӣ (ваф. 1000), Ферма (1601–1665), Эйлер (1707–1783), Гаусс К. (1777–1855), Чебишев П. (1821–1894) ва дигарон машғул шудаанд.

Ҳанӯз дар матнҳои дуҳазораи II то мелод масъалаҳои ро, ки ҳаллашон ба тартиб додану ҳал кардани системаи муодилаҳои дорои якчанд номаълум рост меояд, вохӯрдан мумкин аст. Матнҳои аз дунёи қадима ба мо расида гувоҳи ин гуфтаҳоианд. Масалан, дар рисолаи чинии «Математика дар даҳ китоб» системаи муодилаҳои муоина шуда, қоидаҳои кӯтоҳи ҳалли онҳо оварда шудааст. Дар айни ҳол тамоми баёнот шифоҳӣ оварда мешавад. Коэффитсиентҳои системаҳои муодилаҳои дар тахтаи ҳисоб дар намуди чадвал ҷойгир карда мешуданд. Ҳангоми амалиётҳои такрорӣ дар тахта барои ёфтани ҳалли системаи муодилаҳои дар рисола қайд шудааст, ки бо коэффитсиентҳои мунтазам ҳамон як қоидаи истифода кардан лозим аст.

Тарзҳои гузориш ва ҷамъи алгебравии ҳалли системаҳои дар асрҳои XVII–XVIII Ферма, Нютон, Эйлер ва дигарон асоснок кардаанд. Тарзи маълуми навишти ҳозираи системаи муодилаҳои соли 1675 математик ва файласуфи олмонӣ Г. Лейбнитс (1646–1716) пешниҳод кардааст. Тарзи ҷамъи алгебравиро барои ҳалли системаи муодилаҳои хаттии дорои шумораи дилҳои номаълумҳои аввалин шуда математики олмонӣ К. Гаусс тадқиқ намудааст. Ҳоло дар илми математика ин тарз бо номи методи Гаусс маълум аст.

Ба туфайли методи координатаҳои, ки онро дар асри XVII Ферма ва Декарт (1596–1650) кашф карда буданд, бо тарзи геометрии ҳал кардани системаи муодилаҳои имконпазир гашт. Тарзи графии ҳал аз сохтани абсисса ва ординатаи нуқтаи буриши ду хати рост, ки онҳо графии муодилаҳои система дар ҳамвории координатӣ мебошанд, иборат аст.

ҶАВОБҲО

Боби I

8. а) $3\frac{5}{7}$; б) $-\frac{1}{24}$; в) 58. 10. Масалан ин тавр: а) $3 + 3 + 3 + 3 = 12$; б) $3(3 - 3 : 3) = 6$; в) $3 \cdot 3 - 3 \cdot 3 = 0$; г) $-3(3 - 3 : 3) = -6$; ё) $3(3 - 3)3 = 1$; д) $33 - 3 \cdot 3 = 18$; е) $(3 + 3)(3 + 3)$. 11. Баъди 3 соат масофа ба $3 - (5 + 8) = 39$ км, баъди 4 соат ба $4 - (5 + 8) = 52$ км; баъди 5 соат ба $5 - (5 + 8) = 65$ км (савораҳо вохӯрданд) баробар мешаванд. 12. Дар 5 соат ҳар ду дастгоҳ $5 \cdot (7 + 12) = 95$, дар 3 соати кори якҷоя ва боз ду соати кории дастгоҳи дуҷум ҳамагӣ $3(7 + 12) + 2 - 12 = 119$ адад хишт истеҳсол мешавад. 13. 222. 14. Масалан, ин тавр: $2 + 2 - 2 - 2 = 0$; $(2 + 2) : (2 + 2) = 1$; $(2 : 2) + (2 : 2) = 2$; $(2 + 2 + 2) : 2 = 3$; $2 \cdot 2 + (2 - 2) = 4$; $2 \cdot 2 + (2 : 2) = 5$; $2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 = 6$; $2 + 2 + 2 + 2 = 8$; $22 : 2 - 2 = 9$; $2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 = 10$. Адади 7-ро бо чунин тарз ифода намудан имконнопазир аст. 15. Масалан, $99 + 99 : 99 = 100$. 16. Масалан ин тавр: $97524 : 10836$. 17. а) $4 \cdot 12 + 18 : (6 + 3) = 50$; б) $4(12 + 18 : 6 + 3) = 72$. 21. Хоҷагии дуҷум 4,8 га зиёд. 22. 102,7 км. 31. Бале. 32. б) $x \neq 0$; в) $t \neq 4$; г) $y \neq -3$; ё) $a \neq 0$. 33. а) $5x$; б) $8y$; в) $45n$; г) $144m$. 35. Не: $41^2 + 41 + 41 = 41(41 + 2) = 41 \cdot 43$. 36. а) $x + y$; б) $a - b$; в) $4 + 12 + 2(a + b)$; г) $(-3 - a - 3) \cdot 16$. 37. $22 \cdot (5 + a)$ сомонӣ. 38. $(a - h) a$ см². 39. $2(6n - 3) - 4(3n - 7) = 28 - 6 = 2 \cdot 11$. 40. $30a + + 25 - 30a + 6 - 1 = 30 = 5 \cdot 6$. 41. Қубурҳо дар 12 соат ҳавзро аз об пур мекунанд. Пас онҳо дар 1 соат $1/12$ ҳиссаи ҳавз, дар 8 соат $2/3$ ҳиссаи онро аз об пур мекунанд. Қубури дуҷум дар 7 соат $1/3$ ҳиссаи боқимондаи ҳавзро бо об пур мекунад. Пас вай метавонад ҳамаи ҳавзро дар 21 соат аз об пур намояд. Аз ин ҷо, қубури якум ҳавзро дар 28 соат пуроб мекунад. 43. 2 сомонию 25 дирам. 44. 4,5 м. 45. 3,75 кг. 63. а) суръати автомобил сустрар, б) суръати автомобил тезтар. 93. а) 59:6; б) 2,32. 97. а) 5,63; б) 159,5. 98. 25. 138. а) $-\frac{55}{72}$; б) $24\frac{1}{90}$. 139. 2-ро. 148. а) дуто; б) якто; в) реша надорад; г) дуто. 150. Масалан, а) $x - 3 = 0$; б) $3(x - 8) = 0$; в) $0,5(x + 11) = 0$. 158. 18 ва 27. 159. 12,5 см; 25 см; 6,5 см. 186. 17-ро. 187. 28. 188. 11 см. 189. 320 ва 402. 190. 405. 191. 16; 32; 36. 192. 36. 193. 525. 194. 28. 195. 6. 196. 4,5 кг. 197. 23; 25; 27. 198. 20 ва 5. 199. 184. -18, 63 ва -12,42. 200 185; 129,5 ва 92,5. 201. 9; 10 ва 11. 202. 36; 20 ва 10 дона. 203. 5000 ва 2000 адад. 204. 196 км. 205. Бартанг-528 км, Панҷ-921 км, Вахш-524 км. 206. 1280 ва 320 адад. 207. 3484, 3526, 3370 дона. 208. 20 кг. 209. 30°, 60° ва 90°. 210. 60°, 20°, 160°, 120°. 211. 50 км/соат. 212. 10 км/соат, 30 км. 213. 14 кг ва 42 кг. 215. $x = -1$.

216. $\frac{1}{3}$. 217. а) $1\frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{5}$. 224. 15. 225. 5. 226. 38сол. 227. 17,5. 228. 12. 229. а) 28; б) 43 ё -10. 232. Бале. тақрибан 18,33 сентнерй. 255. а) $14t$; б) $21k$; в) $40n$. 256. 186 км. 258. 18 км. 259. $V = abc$; Агар $a = b = c$ бошад, формулаи ҳаҷми куб ҳосил мешавад: $V = a^3$. 260. $P = 3y$; Агар $y = 3$ бошад, $P = 9$ аст. 261. Не. Масалан, ададҳои $6 \cdot 11 - 1 = 65$ ва $6 \cdot 8 + 1 = 49$ сода нестанд. 264. Рӯзи аввал 28 км, рӯзи дуюм 21 км ва рӯзи сеюм 31 км. 279. $t = S : (V_1 + V_2)$ соат. 280. Нишондод. Аз формулаи $t = S : (V_2 - V_1)$ соат истифода баред. 281. 3 с. 311. а) $x = \pm 8$; б) ҳал надорад; в) $x = 0$; г) $x = \pm 13$. 315. 120 ва 30. 316. Рӯзи якум 18 ва рӯзи дуюм 11 км. 317. 3 соат. 318. 48° , 63° ва 69° . 319. 31 м. 320. Дар 8 соат 42 тоғй. 321. 640 мурғу 160 харгӯш. 322. 8. 323. 38, 43 ва 50 см. 324. 100; 200 ва 240-то. 325. 13900 мурғобиву 6950 мурғ. 328. 28, 29 ва 30. 329. 61, 63 ва 65. 330. 50; 52 ва 54. 331. 16, 32 ва 48 сол. 332. 4. 333. 10 л. 334. 90 нафар. 335. 27 нафар. 336. Пас аз 12 дақ. 337. 102 сах.

Боби II

342. $a + 5b = 100$. $b = \frac{100-a}{5}$. Соҳаи муайянии функция - каратиҳои адади 5, ки аз 100 хурданд. 343. $S = 60t$. Қиматҳои мусбати t . 344. Ададҳои дилхоҳ. 345. $x \neq 3$. 346. $x = 10k + y$. Соҳаи муайяниаш ададҳои натуралии аз 10 калон, қиматҳои функция рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 347. $y = 3\frac{3}{7}x$, $x = 7 - \frac{7}{3}y$. Соҳаи муайяниаш тамоми ададҳо. 349. а) $x \neq 0$; б) $x \neq 0$ ва $x \neq 1$. 350. а) $x = 15$; б) $y = 7$; в) $x = 0,5$. г) 2,4. 351. 12 соат. 352. 8 соат. 364. $S = 8v$; а) $S = 48$ км. б) $v = 8$ км/соат. 365. $y = 48(5 - a)$. 368. 100 ва 110 л. 376. 42 ва 12 сола. 377. 27 ва 6 сола. 378. 180-то себ, 192-то нок, 144-то олу. 379. 9, 15 ва 12 рӯз. 380. 60; 90; 210 ва 240 га. 381. 4,8 кг. 382. 21,6 кг. 383. 38 бор. 386. а) $5\frac{2}{15}$; б) 2,24. 393. а) $x = 4$; б) $x = 36$. 401. $y = 1,8x + 32$. 404. а) $n < 3$; б) $n > 2$. 416. Ниг. ба расми 24 «а». 417. Ниг. ба расми 24 «б». 418. а) 0,078; б) 1. 419. а) 7; б) 11. 438. а) 17,6; б) 4,6. 445. а) М ($x, 3$); г) Q ($5, y$). 446. а) A (x, x); б) B ($x, 2x$); в) C ($x, 0$); г) D ($0, y$). 449. $b = 5$. 450. $k = 2$. 451. A ($0, -5$) ва B ($4, 0$). 452. A ($0, 4$) ва B ($20, 0$). 454. 1) $y = 2x$; 2) $y = -x$; 3) $y = \frac{1}{5}x$; 4) $y = -3x$; 5) $y = x + 1$; 6) $y = x - 2$; 7) $y = 2 - 2x$; 8) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$. 455. а) 0,5421412; б) 3,8761776. 457. 36%. 458. а) ё ҳар ду якбора ҷуфтанд ё ҳар ду якбора тоқ; б) ё ҳар ду якбора ҷуфтанд ё яке ҷуфт асту дигаре тоқ; в) ҳар ду ҷуфтанд; г) яке ҷуфту дигаре тоқ; ё) ё ҳар ду тоқанд ё ки яке ҷуфт асту дигаре тоқ; д) чунин ду адад вучуд надорад. 463. 2. 464. -3. 465. 28. 466. $k = b = 4$. 467. $y = 16x + a$, агар $a < 0$ бошад. 468. Не. 471. k ва a - дилхоҳ. 472.

а) $k = 0$, вале b адади дилхоҳ; б) k ва b ададҳои дилхоҳ. **473.** а) 4,5 ; б) a адади дилхоҳ. **482.** 54 км. **483.** 192 км. **484.** 30 т. **495.** 118 км. **498.** 26. **505.** 280 см^3 . **511.** 96 кг. **512.** 145 кг. **522.** Бале. **546.** а) $y = 3x - 5$; б) $y = 5x + 9$. **547.** а) Дар чорякҳои II ва IV; б) Дар чорякҳои I ва III. **548.** а) II ва IV; б) I ва III.

Боби III

574. Аз халтаи якум 8 кг ва аз халтаи дуум 34 кг. **575.** 62. **576.** 40° ; 50° ва 90° . **597.** $y = 2x - a$. **598.** а) A (3; 4); б) B (-6,4; 7,6). **608.** а) 9; б) 25. в) n^2 маротиба. **609.** а) 8; б) 125; в) n^3 маротиба. **612.** Нишондод. Исбот кунед,ки раками охирина фарқи $n^5 - n$ ба 0 баробар аст. **626.** а) $-2\frac{5}{8}$; б) -1,8. **627.** а) -28; б) -0,13. **628.** а) $\frac{2}{11}$; б) $6\frac{11}{12}$; в) -8,64. **629.** а) $10k + 4$; б) $6n + 5$. **641.** 60 дона. **642.** 3780 л. **650.** 55 км. **652.** $k = -1,5$. **654.** а) A (0; 4); B (5; 0); б) P (0; -9) ва Q (10; 0). **655.** A $(-\frac{5}{8}; -12\frac{5}{8})$. **675.** $7^5 = 16807$ дона. **704.** а) $2,25 \text{ м}^2$; б) $5,4756 \text{ м}^2$; в) $144,2401 \text{ м}^2$. **628.** а) M(1,5; 2,75); б) (0,25; -0,25). **719.** а) A (0; -9) ва B (12; 0); б) C (0; 3,2) ва D (4; 0). **720.** Не. **729.** 16 ва 64. **730.** 180 км. **744.** 150 км. **745.** Ба $39,015 \text{ см}^3$ ва $75,14 \text{ см}^3$. **746.** а) $1\frac{3}{20}$; б) $-2\frac{14}{15}$. **780.** 58 дақиқа.

Боби IV

808. 15; 12; 60. Не. **811.** Масалан, $y^5 + 1$. **812.** (722). Масалан $x^2 + y^3 + 2$. **822.** (729. а) 0; б) -5. **823.** $4(2k + 3)$. **824.** $8(k + 1)$. **825.** 40° ; 60° ва 80° . **845.** а) $a + b + c = x^2 - y^2 + 2xy - x^2 + x^2 + y^2 - 2xy = x^2$; б) $a - 2c + 3b = x^2 - y^2 - 2(x^2 + y^2 - 2xy) + 3(2xy - x^2) = -4x^2 - 3y^2 + 10xy$. **846.** а) 3; б) -5; в) 0,2; г) -7,1; ғ) -4; д) 0,6. **849.** $x + x + b + x + b - 6 = 3x + 2b - 6$ нафар. **867.** а) 5; б) 2; в) -4; г) -3; ғ) $2\frac{3}{4}$; д) 2. **868.** а) 2; б) 3; в) -27; г) $9\frac{6}{7}$. **869.** а) $x = -7$; б) $x = 1\frac{1}{14}$. **870.** а) $x = 5,001$; б) $x = 5$; в) $x = 4\frac{39}{118}$; г) ҳалли бешумор дорад. **871.** а) $x = -6$; б) $x = 1,5$; в) $y = -4$; г) $x = 3$; ғ) $x = 24$; д) $y = 0$. **872.** а) $a = -5$; б) $b = \frac{23}{31}$; в) ҳалли бешумор дорад; г) $x = -13$. **873.** 59° ; 60° ва 61° . **874.** 32 сол. **875.** 76 сол. **876.** 34 дона. Фарзандон 18 ва 10 донагӣ себ гирифтанд. **877.** 2,5 соат. **878.** а) A (-0,5; 1,5); б) B (2; 1); **879.** а) A (0; -6) ва B (4; 0); б) A (0; -2) ва B (0; -2) в) A (0; -0,6) ва B (0,2; 0); г) A (0; -6) ва B (3; 0). **881.** а) $x = 1\frac{2}{3}$; б) $y = -\frac{10}{13}$. **901.** 16; 20; 28. **902.** 360 км. **915.** а) 2; б) -10; в) 2; г) 3; ғ) 0; д) ҳал надорад; е) ҳалли бешумор дорад; ё) -5. **916.** а) -2; б) -10; в) 2; г) 7; ғ) -9; д) 2,5; е) 3; ё) 12. **918.** а) -1; б) 4; в) 1,5; г) -4; ғ) 3; д) ҳал надорад;

е) 0; ё) ҳал надорад. **923.** а) 2,6; б) 0,5; в) 3; г) 0. **924.** а) -0,6; б) 0,5; в) 4; г) ҳалли бешумор дорад; ғ) ҳалли бешумор дорад; д) -2. **926.** 5;20;35;50. **927.** 69°; 24°; 87°. **928.** 66; 85; 53 ва 132 см.**929.** а) -2; б) -20. **930.** а) 24; б) 17; в) 17,8; г) 9. **943.** а) 5; б) 17; в) 4; г) -3. **945.** 374,4 га-ро. **946.** 41.**957.** а) -2; б) 1. **958.** $-26\frac{5}{7}$. **961.** 36 км.**979.** 27. **980.** 36. **981.** 45. **982.** 72. **983.** 25 ва 36. **984.** 105. **985.** $(4104=9\cdot 456)$. **986.** 89. **987.** 25. **988.** 12, 24, 36, 48. **989.** 126 ва 621. **990.** 153. **991.** 227. **992.** 72. **993.** 108. **994.** 28. **995.** 432. **996.** 31. **997.** 301. **998.** а) $-\frac{4}{15}$; б) $-1\frac{7}{20}$. **999.** а) дар нуктаи $O(0;0)$; б) $O(0;0)$. **1000.** а) -15; б) -1. **1016.** а) 0,75; б) -2; в) 4,5; г) 1,75. **1018.** Нишондод: $10a + b + 10b + c + 10c + a = 11(a+b+c)$. **1019.** 6; 10; 14; 18. **1020.** 18 км/соат; 2 км/соат. **1027.** а) -3; б) 3; в) 0,25; г) 0,25. **1037.** а) -10; б) -2; в) 6; г) 3; д) -4. **1039.** 701. **1040.** 45.**1041.** 98. **1042.** 108. **1043.** Яке аз ҳалҳо 665;73;9 буда, масъала боз 8 ҳалли дигар низ дорад: (225;7;31), (335;3;109) ва ғ.**1044.** 125; 216; 729.**1050.** а) 0 ва -2; б) 0 ва 0,5; в) 0 ва -1; г) 0 ва -1. **1051.** а) 7 ва -5; б) -2 ва 3; в) -1 ва 4; г) 6 ва 8. **1063.** Нишондод. Ифодаи $a + b + c = 0$ - ро бо худаш се маротиба зарб зада, аз бисёрраъзи хосилшуда ифодаи $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ - ро чунд кунед. **1068.** Не.

Боби V

1078. а) b ; б) a . **1081.** а) -4,5; б) -4; в) -0,2; г) $-\frac{4}{27}$; ғ) -3; д) -4. **1095.** а) 1; б) 1,5; в) 0,8. г) $-\frac{2}{7}$. **1096.** а) 0 ва 2; б) 1,25; в) 6,25. г) 0,75. **1102** а) $(a + 1)^2$; б) $(x + 4)^2$; в) $(2b - c)^2$; г) $(y - 8x)^2$. **1109.** а) 1; б) 0,5; в) -2; г) -3.**1110.** а) -1; б) 0,5; в) 1; г) -5. **1111.** а) 1,6752; б) 81,6. **1112.** а), б) $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{24}$. **1116.** а) $bc(b - c) + ab(a - b) - ca(a - c) = b^2c - bc^2 - ca^2 + c^2a + a^2b - ab^2 = (b - a)(c^2 + cb + ca - ab)$; б) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b) = (c - a)(b^2 + ac + bc + ba)$. **1125.** а) -9,6; б) -2; в) 0; г) 1.**1126.** а) 8; б) 6; в) -1,5; г) 7; ғ) 11,25; д) -0,5. **1132.** а) +1; б) -1. **1143.** $(2n+3)^2 - 5 = 4n^2 + 12n + 9 - 5 = 4(n^2 + 3n + 1)$. **1144.** $(2n + 3)^2 - (2n - 3)^2 = 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 + 12n - 9 = 24n$. **1145.** Дар 18 рӯз. **1150.** а) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$; б) $(3 + b)(9 - 3b + b^2)$; в) $-(2k + 1)(4k^2 - 2k + 1)$. **1151.** б) $(a + b^2)(a^2 - ab^2 + b^4)$; в) $(c + 2d)(c^2 - 2cd + 4d^2)$. **1152.** а) $8a^3 + b^3$; б) $n^3 + 27m^3$. **1161.** 20 м²; 160 м³. **1167.** а) ҳалли бешумор дорад; б) ҳалли нулӣ дорад. **1168.** Барои n -ҳои чуфт.**1184.** 778 сомонию 26 дирам.**1195.** а) $z = 6$; б) $t = 1$. **1196.** а) 12; б) -10;**1211.** а)12; б)-10; в) 6,5; г) 4. **1212.** Масъала ҳал надорад. **1214.** а) -0,5; б) 1. **1215.** а) 18; б) $-\frac{2}{3}$; 0; г) -1. **1228.** а) 0; б) ҳалли бешумор дорад.

1229. $(3a + 7)^2 - (3a - 7)^2 = 9a^2 + 42a + 49 - 9a^2 + 42a - 49 = 84a$. **1239.**
 а) 4; б) $\frac{2}{3}$; в) 16; г) ҳалли бешумор дорад. **1244.** а) $-3; -2; 2$, б) $-3; \frac{1}{2}; 3$,
 в) б; г) $-1,5; -1; 1$.

Боби VI

1251. а), в) — “ҳа”; б), г) — “не”. **1252.** а), г) — “не”. **1253.** “ҳа”, масалан, (1; 4) ва $(-1; 8)$. **1263.** (3; 3). **1265.** 1,5. **1266.** а) 0,2; б) -1 . **1267.** б) $(1 - a)(a + 1 + a^2)$. **1275.** -1 . **1276.** 1. **1278.** а) 1,75; б) $-\frac{25}{31}$; **1279.** а) $\frac{7}{8}$; б) 2,4. **1280.** а) -1 . **1282.** а) “ҳа”; б) “не”. **1283.** а) “не”; б) “ҳа”. **1288.** а) 1-то; б) 1-то; в) беҳад бисёр. **1289.** а) 1-то; б) 1-то; в) беохир бисёр. **1290.** а) масалан, (7; 1), (3; -1), $(-1; -3)$. **1292.** а) “не”; б) “не”. а) $(x-2)(x^2 - x + 1)$; б) $(4a + b)b$. **1294.** а) “ҳа”; б) “не”. **1296.** -3 ; **1297.** 217; 194 ва 258 см. **1298.** а) 1; б) 1. **1299.** а) (1; 4); б) $(2\frac{1}{6}; 3\frac{1}{6})$. **1300.** а) (7; 17); б) (17; 12); в) (1; 6); г) (11; 26). **1301.** а) (2; 8); б) (5,5; 6,5). **1302.** а) $(\frac{13}{33}; \frac{49}{33})$; б) $(\frac{2}{7}; -\frac{8}{7})$. **1303.** а) $(-3; 4,5)$; б) $(-\frac{3}{8}; -\frac{5}{8})$. **1304.** а) (9,5; 0,5); б) $(\frac{28}{103}; \frac{17}{103})$. **1305.** а) (9; 15); б) $(4\frac{19}{62}; 1\frac{1}{31})$. **1306.** а) (6,5; $-0,5$); б) (4; 7). **1308.** а) $(-2; 5)$; б) (2; 3). **1307.** а) (0,2; -3); б) $(3\frac{7}{9}; -4\frac{1}{3})$. **1308.** а) $(\frac{3}{7}; 13\frac{4}{7})$; б) (12; 6). **1309.** а) $2(9x^2 + 4y^2)$; б) $48xy$. **1310.** а) $\frac{2}{3}x(\frac{1}{3}x + y)$; б) $2y(\frac{1}{3}x - y)$. **1313.** 40, 36 ва 43 хонанда. **1314.** а) (1; 2); б) (5; 4). **1315.** а) (11; -9); б) $(1; -\frac{1}{2})$. **1316.** а) (3; -2); б) (0; 5). **1317.** а) $(-3; 5)$; б) (1; -3). **1318.** а) (100; 1); б) (6; 5). **1320.** 1193. а) $y = -1,3x + 7,1$; б) $y = 3x - 10$; в) $y = 2x - 3$; г) $y = -11x - 8$. **1321.** $y = -6,5x + 13$. **1322.** $3y = 2x + 6$. **1323.** а) (12,5; -5); б) $(\frac{27}{26}; \frac{129}{26})$. **1324.** а) (4; 3); б) (8; 7). **1325.** а) (6; 8); б) (1,2; 0,7). **1326.** а) (8; 9); б) (5; 8). **1327.** а) ҳал надорад; б) ҳал надорад. **1328.** а) ҳалли бешумор дорад; б) ҳал надорад. **1329.** а) 5; б) 1. **1330.** а) $(a - b)(a - b + 3)$; б) $2y(x + 2y)$. **1331.** а) $-0,9$; б) $-\frac{1}{3}$. **1333.** 16 ва 14. **1334.** 37 ва 111 дона себ. **1335.** Ҳа, 5 даҳсомона ва 10 панҷсомона. **1336.** 5 ва 7. **1337.** Нархи тӯб 6 сомонӣ, нархи даста 12 сомонӣ. **1338.** 50 км/соат ва 45 км/соат. **1339.** 55 км/соат ва 5 км/соат. **1340.** 200 т ва 260 т. **1341.** 720 га ва 1200 га. **1342.** 4 км/соат ва 3 км/соат. **1343.** $40^\circ, 41^\circ$ ва 99° . **1344.** 53. **1345.** 60 дирам ва 36 дирам. **1346.** 13 саҳифа ва 11 саҳифа. **1347.** 10 китоб ва 20 китоб. **1348.** 45 м ва 90 м. **1349.** 27 сомонӣ. **1350.** 26 сола ва 56 сола. **1351.** 8 сола ва 12 сола. **1352.** а) $(m-1)(m^2 - m + 1)(m + 1)^2$; б) $(a - 3)(a^2 + 7a + 9)$. **1353.** а) “ҳа”, дар нуқтаи (2; -3). **1354.** масалан баробарии а), ҳангоми $x = -2$ ва баробарии б) ҳангоми $x = 0$ будан, ҷой надорад. **1355.** а) $(x + y - 1)(x + y + 1)$; б) $(3 - (x + y))(3 + (x + y))$.

Шарифзода Асадулло

Алиев Боймурод

АЛГЕБРА

**Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ**

Нашри чоруми такмилёфта

Муҳаррир:
Ш. Ҳабибуллаев

Мусахҳаҳ:
М. Саидова

Муҳарири техникӣ:
Ш. Ҳабибуллоҳ

Ба чоп 19.09.2023 иҷозат дода шуд. Андозаи 60×90/16.
Гарнитураи Times New Roman. Чопи офсет.
Коғази офсет. Ҷузъи чопии шартӣ 15,5.
Адади нашр 35 000.

Нарх 24 сомонӣ 20 дирам.

Муассисаи нашриявии «Маориф»-и
Вазорати маориф ва илми Ҷумҳурии Тоҷикистон.
734024, ш. Душанбе, кӯчаи Аҳмади Дониш 50.
Тел: 222-14-66, E-mail: nashriya@maorif.tj

Дар матбааи ҚДММ “Бебок” чоп шудааст.
Ҷумҳурии Тоҷикистон, 734018, ш. Душанбе,
кӯчаи Н. Қарабоев, 17. Тел: 233-93-49.