

БОЙМУРОД АЛИЕВ

АЛГЕБРА

Китоби дарсӣ барои синфи 8

Нашри дуюм

Вазорати маорифи
Ҷумҳурии Тоҷикистон тавсия кардааст

"Собириён"
Душанбе - 2013

ББК 22.14Я72+74.262

А-49

Алиев Б. Алгебра. Китоби дарсӣ барои синфи 8. - Душанбе: «Собириён», 2013, 320 сах.

Хонандаи азиз!

*Китоб манбаи доғишу маърифат аст, аз он баҳравар шавед
ва онро эҳтиёт намоед. Кӯшиши ба харҷ диҳед, ки соли
хониши оянда ҳам ин китоб бо намуди аслиаш дастраси
додару хоҳарчаҳоятон гардад ва ба онҳо низ хизмат кунад.*

Истифодаи иҷоравии китоб:

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли таҳсил	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				Аввали соли хониш	Охири соли хониш
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					

ISBN 978-99947-852-4-7

САРСУХАН

Китоби дарсии мазкур дар асоси "Барномаи алгебра барои синфҳои VII-XI" (Душанбе, "Матбуот", 2002), ки онро Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон маъқул донистааст ва Стандарти давлатии маълумот аз математика таълиф гардидааст. Амалан мундариҷаи китоб аз доираи барнома васеътар буда, қариб тамоми маводи таълимро аз фанни алгебра барои синфи 8-уми мактабҳои тамоили табиӣю риёзӣ дар бар мегирад.

Дар китоб зиёда аз 4 ҳазор мисолу масъала гирд оварда шудаанд, ки ҳалли онҳо зарурияти истифодаи тамоми паҳлуҳои маводи назариявиро инъикос мекунад. Мисолу масъалаҳои ҳар як банд чунин ҷойгир карда шудаанд, ки бо зиёд шудани рақамашон раванди ҳалли онҳо андаке мушкул мегардад. Аз ҳамин сабаб чанд машқи аввалаи дар банди пас аз назария омадаро ҳамчун машқи шифоҳӣ шумурдан мумкин аст.

Дар китоб машқҳое, ки онҳоро шифоҳӣ ё хаттӣ иҷро кардан даркор аст, мушаххас нишон дода намешаванд. Бо назардошти сатҳи тайёрии синф ин кор ба зиммаи омӯзгор гузошта мешавад. 8-12 машқи аввалаи ҳар банд ба сатҳи натиҷаҳои ҳатмии таълим мувофиқ меоянд. Машқҳо барои кори хонагӣ ва кори синфӣ аз ҳам ҷудо карда нашудаанд. Ин имкон медиҳад, ки вобаста ба вазъи донишу малакаи синф омӯзгор дар ин кор мустақилона рафтор намояд. Ғайр аз, ин доираи васеи машқҳои китоб имконияти ба ҳар талаба бо назардошти қобилияти фардӣ супурдани вазифаи хонагиро фароҳам меоварад, хусусан аз қисми "Машқҳои иловагӣ доир ба боб", ки дар охири ҳар як боб нисбати ҳар параграф оварда мешавад.

Ҷавобҳои машқҳои ҳар як боб дар охири ҳамин боб оварда мешаванд. Ин имкон медиҳад, ки вақти барои санҷидани дурустии ҷавоби ёфташудаи машқ сарфа карда шавад.

Қисми зарурии маълумоти назариявиеро, ки дар китоб аз курси алгебраи синфи VII баррасӣ шудааст, пеш аз гузаштани мавзӯи нав бояд хотирнишон кард.

Қисми назариявии ҳар як банд бо овардани саволҳо барои мустаҳкам кардани маводи омӯзиш ва қисми машқҳо бо машқҳо барои такрор ба охир мерасад. Дар қисми машқҳои такрорӣ мисолу

масъалаҳое гирд оварда шудаанд, ки онҳо ба маводи синфҳои IV-VII ва бандҳои пешина тааллуқ доранд. Агар дар машқҳои банд масъалаҳои матнӣ набошанд, он гоҳ дар қисми такрор ҳатман чунин масъала оварда мешавад.

Яке аз талаботи Стандарти давлатии маълумоти умумӣ дар Тоҷикистон омӯзиши осори илмии ниёгон аст. Хонандагон бояд аз таърихи илм, аз баҳсҳои илмӣ дар гирди ин ё он ғоя, аз тақдирӣ кашфиёт, муаллифонашон ва таъсири бевоситаи онҳо ба инкишофи ояндаи илм воқиф гарданд. Бо ҳамин мақсад дар ҳар боб доир ба пайдоиш ва ривочи мафҳумҳои математикӣ он, таърихи дохил кардани ишораҳо ва ғайра маълумоти таърихӣ оварда мешавад. Дар айни ҳол диққати асосӣ ба кашфиёте дода мешавад, ки ба нобиғаҳои илми Шарқ, алаҳқусус Осиёи Марказӣ мансуб аст. Ба андешаи мо, мавҷудияти чунин мавод дар китоби дарсӣ аз умумибашарӣ будани натиҷаҳои илмӣ гувоҳӣ дода, боиси дарки ифтихор ва ҳештаншиносии хонандагон хоҳад гардид.

Дар китоб як силсила масъалаҳои ҳаллашон нисбатан мураккаб оварда мешавад. Ин масъалаҳоро ҳангоми тайёри ба олимпиадаҳо истифода бурдан мумкин аст. Дар бандҳо бошад, машқҳои мураккабтар бо аломати * ишора карда мешаванд.

Ҳангоми навиштани китоб баъзе машқҳо аз китоби дарсии синфи 8-ум "Алгебра" (дар зери таҳрири С.А.Теляковский - Душанбе, "Маориф", 1990), китобҳои дарсии озмоишии "Алгебра 6-8" (муаллифон Ш.О.Алимов, В.А.Илйин ва дигарон - М., "Просвещение", 1981), "Алгебра, 6-9" (муаллифон М.С.Гелфанд, В.П.Простосердов - М., "Просвещение", 1983) гирифта шудаанд. Инчунин маводи таълимии чунин мамолик ба монанди Русия, ИМА, Англия, Олмон, Туркия, Қазоқистон, Ўзбекистон, Қирғизистон ва ҷанде дигар истифода шудаанд.

Китоби мазкур қадами аввалин дар кори навиштани китоби дарсӣ аз фанни алгебра барои синфи VIII мебошад. Аҷаб нест, ки вай аз камбудӣҳо ҳолӣ набошад. Бинобар ин, аз истифодабарандагон, хусусан аз муаллимони эҳтиромона хоҳиш карда мешавад, ки фикру мулоҳизаҳои онро роҷеъ ба китоб ба сурогаи: 734012, Душанбе, хиёбони Айни, 45, Пажӯҳишгоҳи рушди маорифи Академияи таҳсилоти Тоҷикистон ирсол намоянд.

Муаллиф

КАСРҲОИ РАТСИОНАЛӢ

§1. КАСРИ РАТСИОНАЛӢ. СОҲАИ МУАЙЯНӢ ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

1. ИФОДА ВА ҚИМАТҲОИ ОН

Чӣ тавре медонем, амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, тақсим ва бадараҷабардорӣ бо нишондиҳандаи бутуни натуралӣ амалҳои арифметикӣ ном доранд. Аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо бо ёрии амалҳои арифметикӣ ва қавсҳо ифода тартиб додан мумкин аст. Масалан,

$$\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3 \frac{1}{4}}, \quad \frac{1}{2}(m^2+n), \quad \frac{3x+2y}{(x-y)^2}, \quad \frac{1}{a+b}, \quad \frac{1}{6} \quad (1)$$

ифода мебошанд.

Ифодаи тағйирёбанда надошта *ададӣ* номида мешавад. Ифодаи ададиро *ифодаи арифметикӣ* ҳам мегӯянд. Аз ифодаҳои дар (1) овардашуда аввалин ва охири ададианд. Агар дар ифодаи ададӣ ҳамаи амалҳои дар он бударо мувофиқи қоидаи тартиби иҷрояшон иҷро намоем, ададе ҳосил мекунем, ки он қимати ифодаи ададӣ аст. Ҳар гуна ифодаи ададӣ дорои як қимат мебошад. Ё чӣ тавре мегӯянд, якқимата аст, агар дар он ба нул тақсимшавӣ мавҷуд набошад.

Мисоли 1. Қимати ифодаи $\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3 \frac{1}{4}}$ ба $\frac{48}{65}$ баробар аст.

Дар ҳақиқат,

$$\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3 \frac{1}{4}} = \frac{2 \frac{2}{5}}{(5-4) \cdot 3 \frac{1}{4}} = 2 \frac{2}{5} : 3 \frac{1}{4} = \frac{12}{5} : \frac{13}{4} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 13} = \frac{48}{65}$$

Қимати ифодаи тағйирёбандадор аз қимати тағйирёбандаҳои дар таркиби он буда вобаста аст. Агар қимати тағйирёбандаҳо иваз шаванд, чун қоида қимати ифода низ тағйир меёбад.

М и с о л и 2. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб мекунем:

а) $\frac{3a+2v}{v+4}$ ҳангоми $a=0,2$ ва $v=-0,1$ будан.

Барои чунин a ва v қимати ифода ба

$$\frac{3 \cdot 0,2 + 2 \cdot (-0,1)}{-0,1 + 4} = \frac{0,6 - 0,2}{3,9} = \frac{0,4}{3,9} = \frac{4}{10} \cdot \frac{39}{10} = \frac{4}{39} \text{ баробар аст.}$$

б) $a(a^2-6a+11)$ барои $a=1$, $a=2$, $a=3$ ва $a=-1$.

Ҳангоми $a=1$ будан $1 \cdot (1^2 - 6 \cdot 1 + 11) = 1 - 6 + 11 = 6$;

Ҳангоми $a=2$ будан $2 \cdot (2^2 - 6 \cdot 2 + 11) = 2 \cdot (4 - 12 + 11) = 6$;

Ҳангоми $a=3$ будан $3 \cdot (3^2 - 6 \cdot 3 + 11) = 3 \cdot (9 - 18 + 11) = 6$;

Ҳангоми $a=-1$ будан $-1 \cdot [(-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 11] = -(1 + 6 + 11) = -18$.

Ҳамин тариқ, барои ёфтани қимати ифода ҳангоми дода шудани қимати тағйирёбандаҳо дар ифодаи мазкур ба ҷойи тағйирёбандаҳо қиматҳои онҳоро гузошта, бо ададҳои ҳосилшуда амалҳои дар ифода бударо иҷро намудан кифоя аст.

Вале агар ҳангоми ҳисоб кардани қимати ифода барои баъзе қиматҳои тағйирёбанда ба зарурати ба сифр тақсим кардан дучор оем, он гоҳ мегӯянд, ки барои чунин қиматҳои тағйирёбанда, ифода қимат надорад (ифода маъно надорад).

М и с о л и 3. а) Ифодаи $\frac{4a+1}{5a-1}$ ҳангоми $a=0,2$ будан маъно

надорад, чунки ҳангоми дар ифода ба ҷойи a гузоштани $0,2$ махраҷ ба нул баробар мешавад, ба нул бошад, тақсим номумкин аст.

б) Ифодаи $\frac{2xy+3}{2x-3y}$ ҳангоми $x=3$ ва $y=2$ будан, маъно надорад;

ҳангоми $x=6$ ва $y=4$ будан ё ҳангоми $x=9$ ва $y=6$ будан низ.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои матнӣ ифодаҳои гуногунро ҳосил кардан мумкин аст.

М и с о л и 4. Аз ду шахр, ки масофаи онҳо S км аст, дар як вақт ба муқобили ҳамдигар ду мошин равон шуданд. Суръати якум V_1 ва суръати дуюм V_2 км/соат аст. Онҳо баъди чанд соат вохӯранд? Ба савол ҷавоб дода шавад, агар: а) $S=400$ км, $V_1=40$ км/соат, $V_2=60$ км/соат; б) $S=450$ км, $V_1=53$ км/соат, $V_2=37$ км/соат бошад.

Ҳал. Бигузур t вақти воҳурии мошинҳо аст. Мошини якум дар ин муддат $V_1 \cdot t$ км ва дуҷум $V_2 \cdot t$ км масофаро тай мекунанд. Зохиран фаҳмост, ки $V_1 t + V_2 t = S$ мебошад. Аз ин ҷо:

$$t = \frac{S}{V_1 + V_2} \quad (2)$$

Ҳамин тариқ, вақти матлуб қимати ифодаи $\frac{S}{V_1 + V_2}$ буда, баробарии (2) формулаи ҳалли масъала аст. Бо ҳарфҳои S , V_1 , V_2 ва t , 4 - то тағйирёбанда ишора карда шудааст. Ададҳои дар шарт масъала буда - 400 ва 450 қиматҳои тағйирёбандаи S ; 40 ва 53 қиматҳои тағйирёбандаи V_1 ; 60 ва 37 қиматҳои тағйирёбандаи V_2 ҳастанд.

Қимати тағйирёбандаи t -ро ҳангоми дода шудани дигар тағйирёбандаҳо ҳисоб мекунем:

$$а) t = \frac{400}{40 + 60} = 4, \quad t = 4 \text{ соат}; \quad б) t = \frac{450}{53 + 37} = 5, \quad t = 5 \text{ соат}.$$

?

1. Ифодаро чӣ тавр тартиб додан мумкин аст? 2. Чӣ гуна ифода ададӣ ном дорад? Ифодаи ғайриададӣ чист? 3. Ҳангоми дода шудани тағйирёбандаҳо қимати ифодаро чӣ тавр меёбанд? 4. Ибораи "ифода маъно надорад"-ро шарҳ диҳед. Мисоли чунин ифодаҳоро оред. Тағйирёбандаҳои мувофиқашонро нишон диҳед.

1. Қимати ифодаи ададиро ёбед:

$$а) 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2} \cdot 2,3;$$

$$б) \frac{4\frac{2}{5} - 3}{2,6 \cdot (1 - \frac{4}{5})};$$

$$в) \frac{6\frac{1}{15} \cdot 0,5 - 2,5 : 1,2}{0,6 : 2,4 + \frac{2}{3} \cdot 0,15};$$

$$г) 2\frac{4}{7} - \frac{4,7}{4,6 - 2\frac{1}{4}}.$$

2. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

$$а) 10\frac{2}{3} \cdot 0,6 + 7 : 2\frac{1}{2} - 8,6 : 1,5;$$

$$6) \frac{2,5 \cdot 1 \frac{13}{15} - 4,5 : 1 \frac{4}{15}}{6 \frac{1}{2} : 4 \frac{3}{4} - 0,5 \cdot \frac{2}{19}}$$

3. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{2a-5}{2a+5}$ ҳангоми $a=-2$;

б) $x + \frac{x^2-1}{x+2}$ ҳангоми $x = \frac{1}{2}$;

в) $\frac{\epsilon^2+4}{3\epsilon}$ ҳангоми $\epsilon=4$;

г) $\frac{c+2}{c} - \frac{c}{c-2}$ ҳангоми $c=1,5$ будан.

4. Қимати ифодаи $\frac{(a+\epsilon)^2-2}{a^2+\epsilon^2}$ ҳангоми:

а) $a=-1$ ва $\epsilon=-2$; б) $a=-0,5$ ва $\epsilon=1\frac{1}{2}$ будан ба чӣ баробар аст?

5. Қимати ифода ҳисоб карда шавад:

а) $\frac{a^2-\epsilon^2}{a-\epsilon}$ ҳангоми $a=6$, $\epsilon=4,5$; б) $2a + \frac{4a^2-1}{a+1}$ ҳангоми $a = \frac{1}{2}$;

в) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ ҳангоми $x=10$, $y=5$; г) $\frac{(t+z)^2-(t-z)^2}{t+z}$ ҳангоми $t=7$,
 $z=5$ будан.

6. Ифодаи зерин барои кадом қимати тағйирёбанда маъно надорад:

а) $\frac{2-a}{a-4}$; б) $\frac{4}{5x+10}$; в) $\frac{2a+1}{a}$;

г) $\frac{y}{(y-1)^2}$; д) $\frac{2x^2+1}{2x-1}$; е) $\frac{-10}{11+2x}$?

7. Барои ифода ва қиматҳои додашудаи тағйирёбанда ҳамоношро нишон диҳед, ки барояш ифода маъно надорад:

а) $\frac{a-1}{(a-5)(a+5)}$, $a=-5; -2,5; 1,2; 5; 6; 7$.

б) $\frac{4-t^2}{2t^2+t-1}$, $t=-2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}; 2$.

в) $\frac{x^2-x-2}{36-12x+x^2}$, $x=-1; 2; 5; 6; 7$.

г) $\frac{2y-1}{(1+y)(y-3)}$, $y=-2; -1; 0; \frac{1}{2}; 3; 3,5$.

8. Барои кадом қимати тағйирёбанда, қимати ифода ба нул баробар аст:

а) $\frac{x-2}{x^2+1}$; б) $\frac{a(a-1)}{2a-1}$; в) $\frac{t^2-9}{t^4+5}$; г) $\frac{2x-5}{x-1}$?

9. Ҷадвалро пур кунед:

x	-12	-4	-0,6	0	$\frac{1}{5}$	1	$4\frac{2}{3}$	8
$\frac{x+1}{x+2}$								

10. Қатори бо суръати V_1 км/соат t_1 соат ва бо суръати V_2 км/соат t_2 соат ҳаракат намуд. Қатори тамоми роҳро бо кадом суръати миёна тай намудааст? Суръати миёнаи қатораро бо воситаи V_1, t_1, V_2 ва t_2 ифода намоед. Суръати миёнаро ёбед, агар:
 а) $t_1=2, V_1=70, t_2=1, V_2=80$; б) $t_1=1, V_1=90, t_2=2, V_2=80$ бошад.

Машқҳо барои такрор

11. Муодиларо ҳал кунед:

а) $-6x=17$; б) $-4x = \frac{1}{7}$; в) $2x+3=1$;
 г) $(x-1)(x-2)=0$; д) $-0,7x+2=1$; е) $2-3x=5$.

12. Ифодаро сода намоед:

а) $(x+y)(x^2-xy+y^2)-x(x^2+y^2)$;

б) $3(a-2\epsilon)(2\epsilon+a)-0,5\epsilon(a-24\epsilon)$.

13. Аз формулаҳои зарби мухтасар истифода карда, бисёрраъзогиरो ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) x^4-1 ; б) $9z^2-25$; в) $9a^2+24a\epsilon+16\epsilon^2$; г) $16x^2-9$.

14. Собун шакли параллелепипедро дорад ва андозаҳои он ба 8 см, 4 см ва 2 см баробар аст. Баъди 7 рӯзи истифода андозаҳои он 2 маротиба кам шуданд. Агар миқдори истифодаи харрӯза тағйир наёбад, собуни боқимонда ба чанд рӯз мерасад?

2. ИФОДАҲОИ БУТУН ВА РАТСИОНАЛИ

Т а ъ р и ф и 1. Ифода бутун номида мешавад, агар он аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо бо воситаи амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, инчунин тақсим ба адади аз нул фарқкунанда ва қавсҳо тартиб дода шуда бошад.

Масалан, ифодаҳои $8a^2\epsilon^3$, $(m-n)^2$, $(x^2-y^2)(3a+\epsilon)$, $\frac{2}{3}(a-\epsilon)$,

$\frac{9a^2-1}{2}$ бутунанд. Ифодаҳои зерин, масалан, бутун нестанд:

$$\frac{3a-\epsilon}{4a+3\epsilon},$$

$$\frac{a^2+\epsilon^2}{a^2-\epsilon^2},$$

$$\frac{1}{y},$$

$$\frac{4(x+y)}{7z^3}.$$

Воқеан, намуди содатарини ифодаи бутун якъозгоҳиҷанд.

Масалан, $2x^2y^2$, $3a^4z$, $\frac{1}{5}xy$ ва ҳоказо.

Зоҳиран фаҳмост, ки ҳар гуна ифодаи ададӣ ифодаи бутун аст, агар махраҷаш гайринулӣ бошад. Ифодаи бутун барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳо яъне маъно дорад, яъне якқимата аст. Барои ёфтани қимати ифодаи бутун кифоя аст, ки дар он қиматҳои тағйирёбандаҳо ро гузошта, амалҳои ҷамъ ва тартиби зарурӣ иҷро намоем.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи бутуни $(3x^2-4y^2)^2+(2x^2-5)^3+9$ - ро ҳангоми $x=1$ ва $y=2$ будан, ҳисоб мекунем:

$$(3x^2-4y^2)^2+(2x^2-5)^3+9=(3\cdot 1^2-4\cdot 2^2)^2+(2\cdot 1^2-5)^3+9=$$

$$=(3-4\cdot 4)^2+(2-5)^3+9=(-13)^2+(-3)^3+9=169-27+9=151.$$

Т а ь р и ф и 2. Ифодаи аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо иборат-буда ратсионалӣ номида мешавад, агар дар он бо тағйирёбандаҳо танҳо амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, тақсим ва бада-раҷабардорӣ мавҷуд бошад.

Ин ифодаҳо мисоли ифодаҳои ратсионалӣ ҳастанд:

$$\frac{3a-5b}{7a+b^2}, \quad 4x^2y^2, \quad a+\frac{1}{a}, \quad 3a(b+c)^2, \quad \frac{2(x+y)}{3a^2}, \quad \frac{1}{x}, \quad 2a+\frac{3b}{c}, \quad \frac{1}{2}c. \quad (3)$$

Возеҳ аст, ки ҳар гуна ифодаи бутун ифодаи ратсионалӣ аст. (Барои чунин ифода тақсимкунанда ба воҳид баробар аст!) Ифодаи бутунро *бутунан ратсионалӣ* ҳам мегӯянд. Агар ифода дар таркиби худ тақсими ба тағйирёбандаҳо ё ба ягон ифодаи тағйирёбандадори дигар дошта бошад, вай *касран ратсионалӣ* ном дорад. Ифодаи ратсионалиро *ифодаи алгебравӣ* ҳам меноманд. Дар (3) ифодаҳои дуҷум, чорум ва охири бутунан ратсионалӣ буда, дигарҳояшон касран ратсионалианд.

Тарзи ёфтани қимати ифодаи дилхоҳро дар банди 1 дида будем. Дар ин ҷо бо ҳисоби қимати ду ифода, ки барои қиматҳои додашудаи тағйирёбандаҳояшон маъно доранд, маҳдуд мешавем.

М и с о л и 2. Қимати касри $\frac{3(x-y)}{x^2+y^2}$ -ро ҳангоми $x=\frac{2}{3}$, $y=-1,5$ будан, меёбем:

$$\frac{3(x-y)}{x^2+y^2} = \frac{3\left(\frac{2}{3}-(-1,5)\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^2+(-1,5)^2} = \frac{3\left(\frac{2}{3}+1,5\right)}{\frac{4}{9}+2,25} = \frac{3\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)}{\frac{4}{9}+\frac{9}{4}} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{97}{36}} = \frac{234}{97} = 2\frac{40}{97}.$$

М и с о л и 3. Қимати касри $\frac{a^2+b^3}{3ab}$ ҳангоми $a=2$ ва $b=3$

будан, ба $\frac{2^2+3^3}{3\cdot 2\cdot 3} = \frac{4+27}{18} = \frac{31}{18} = 1\frac{13}{18}$ баробар аст.

?

1. Чӣ гуна ифода, ифодаи бутун номида мешавад? Мисолҳо оред. Ифодаи бутун чандқимата аст? 2. Яққимата будани ифодаро чӣ хел маънидод кардан мумкин аст? 3. Таърифи ифодаи ратсионалиро диҳед. 4. Оё ҳар гуна ифодаи бутун ратсионалӣ аст? Чаро? 5. Бо мисол нишон диҳед, ки ҳосили ҷамъ ё тарҳи ду ифодаи ратсионалӣ ифодаи бутун шуда метавонад.

15. Аз ифодаҳои зерин кадомашон бутун ва кадомашон ратсионалӣ мебошанд:

$$2+a^2; \quad \frac{3}{4x}; \quad \frac{(x-y)^2}{2x+y}; \quad \frac{x}{y+1}; \quad \frac{2}{5}; \quad \frac{7a+5}{a^2+1};$$

$$a^2+(e-c)^3; \quad \frac{x-2z}{x^2+y^2+z^2}; \quad \frac{z}{2}+1; \quad \frac{4}{5}-\frac{2}{7}?$$

16. Оё ҳамаи ифодаҳои зерин бутунанд:

$$\frac{2}{7}; \quad a+\frac{1}{e}; \quad \frac{x-3}{3}; \quad \frac{3x-y^2}{x^2-y^2}; \quad 4a^7e^2; \quad \frac{x^2-y^2}{3}-2,7$$

17. Қимати ифодаи $\frac{(2x-y)^2+1}{x-y^2}$ -ро ҳангоми: а) $x=\frac{2}{3}$ ва $y=-1$;

б) $x=1,2$ ва $y=2$ будан ҳисоб кунед.

18. Ифодае тартиб диҳед, ки он ба:

а) нисбати адади a бар фарқи секаратаи a ва квадрати адади e ;

б) нисбати ду адад, ки фарқи квадраташон ба 36;

в) ҳосили зарби суммаи m ва n бар адади a ;

г) кубӣ ҳосили зарби квадрати a бар e баробар аст.

19. Масофаи байни ду бандар S км аст. Заврақи мотордор ин масофа ва масофаи ба он баробарро ба самти муқобил дар чанд соат тай менамояд, агар суръати ҷараёни дарё V км/соат ва суръати заврақ дар оби ором u км/соат бошад?

Соати матлубро бо t ишорат намуда, формулаи ҳалли масъаларо тартиб диҳед ва натиҷаро ҳангоми: а) $S=28$, $u=12$, $V=2$; б) $S=18$, $u=16$, $V=4$ будан ёбед.

20. Коргар дар муддати m рӯз a -тоғӣ маҳсулот истеҳсол кард. Баъд ташкили меҳнатро беҳтар карда, ҳар рӯз v -тоғӣ маҳсулот истеҳсол мекард. Барои иҷрои тамоми супориш ба вай n рӯз зарур шуд. Супориш аз чанд дона маҳсулот иборат буд?

Барои ҳалли масъала ифода ҳосил намуда, қимати онро хангоми:

а) $a=73$, $v=80$, $m=20$, $n=35$; б) $a=100$, $v=120$, $m=12$, $n=27$ будан, ҳисоб намоед.

21. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифодаҳои зерин қимати нулро қабул мекунанд:

$$\frac{3x-2}{x^2+1}; \quad \frac{2-3,2a}{2x+1}; \quad \frac{4(x-1)(x+2)}{x^2+6x+9}; \quad \frac{y^2-4}{y+3}?$$

22. Ифодаҳои зерин барои кадом қимати тағйирёбанда маъно надоранд:

$$\frac{x-1}{x}; \quad \frac{y(y-1)}{3y+4}; \quad \frac{3,5x+2}{y-1}; \quad \frac{7x+3}{2x-5}?$$

Машқҳо барои такрор

23. Ба бисёраъзоғӣ табдил диҳед:

а) $(a+1)(a+4)$; б) $(3a-1)(2a+3)$; в) $(x-7)^2$;
г) $(5x-1)^2-(x+2)^2$; д) $(1-x)(2x-3)$; е) $(x^2+1)(x-1)$.

24. Ба зарбкунандаҳо чудо кунед:

а) x^2-16 ; б) $16x^2-a^2$; в) x^2-4x+4 ;
г) a^3-27 ; д) a^2y^2-1 ; е) $8-a^3x^3$.

25. Графики функсияи $y = -\frac{1}{3}x + 2$ -ро созед. Оё нуқтаи:

а) $A(9;-1)$; б) $B(6;4)$; в) $C(-2;3)$ ба ин график тааллуқ дорад?

26. Мошин ба муддати $\frac{5}{6}$ соат 50 км роҳро тай намуда, баъд суръати худро 8 км/соат зиёд намуд. Аз ибтидо дар 2 соат мошин чанд километр мегардад?

3. СОҶАИ МУАЙЯНИИ КАСРИ РАТСИОНАЛӢ

Таърифи 1. Ифодаи намуди $\frac{u}{v}$, ки дар он u ва v ифодаҳои дорои ададҳо ва тағйирёбандаҳо ҳастанд, касри ратсионālӣ ё каср номида мешавад.

Ифодаҳои

$$\frac{2x-y}{3+x}, \quad \frac{x+y}{2a^2}, \quad \frac{1}{x}, \quad \frac{a+\frac{a}{c}}{\frac{a}{c}+c}, \quad \frac{1}{1+\frac{1}{x}}, \quad \frac{4}{5}$$

мисоли касрҳои ратсионālианд. Таъкид мекунем, ки на ҳар гуна ифодаи ратсионālӣ каср аст. Масалан, ифодаи касрии $a+\frac{1}{a}$ касран ратсионālӣ буда, касри ратсионālӣ нест. Фаҳмоист, ки ҳар гуна ифодаи касран ратсионālӣ дар таркиби худ касри ратсионālӣ дорад.

Ифодаеро, ки дар таъриф бо u ишорат шудааст, *сурати каср* ва бо v - *махраҷи каср* меноманд.

Барои ҳисоби қимати каср ҳангоми дода шудани қимати тағйирёбандаҳои амали охирин, амали тақсим аст. Агар барои баъзе қимати тағйирёбандаҳо махраҷи каср v ба нул мубаддал гардад, он гоҳ барои ин қимат каср маъно надорад. (ниг. ба мисоли

3-и банди 1). Масалан, касри $\frac{x}{x^2-y^2} = \frac{x}{(x-y)(x+y)}$ барои ҳамон

қиматҳои x ва y , ки $x-y \neq 0$ ё $x \neq y$ ва $x+y \neq 0$ ё $x \neq -y$ мебошанд,

маъно дорад. Дар навбати худ, касри $\frac{2}{a(a-1)}$ маъно надорад, агар

$a(a-1)=0$ шавад, яъне дар ҳолати $a=0$ ва $a=1$ будан.

Таърифи 2. Соҳаи муайянии каср ё соҳаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо гуфта, ҳамаи ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳоро меноманд, ки барояшон каср маъно дорад.

Зоҳиран фаҳмоист, ки соҳаи муайянии ифодаи касран ратсионālӣ аз ҳамаи ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо иборат аст, ки барояшон ҳар як касри ифода маъно дорад. Рафту агар

сурат ва махрачи каср ифодаҳои бутун бошанд, он гоҳ соҳаи муайяни чунин каср аз ҳамаи ҳамон қиматҳо иборат аст, ки барояшон қимати махраҷ адади ғайринулӣ аст.

Мисоли 1. Касри $\frac{2x+1}{x-3}$ ҳангоми $x=-3, -1, 0, \frac{4}{5}$ ва 2 будан,

мувофиқан қиматҳои $\frac{5}{6}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -1\frac{2}{11}$ ва -5-ро қабул менамояд.

Ҳангоми $x=3$ будани махрачи каср $x-3$ ба нул мубаддал мегардад. Ба нул бошад, тақсим номумкин аст. Пас, ҳамаи қиматҳо, ба ғайр аз қимати $x=3$, соҳаи муайяни каср ё қиматҳои имконпазири тағйирёбандаи x аст.

Мисоли 2. Соҳаи муайяни касри $\frac{2a+b}{a^2-4}$ -ро меёбем.

Азбаски $a^2-4=(a-2)(a+2)$ аст, пас касрро дар намуди

$\frac{2a+b}{(a-2)(a+2)}$ навишта мебинем, ки ҳангоми $(a-2)(a+2)=0$, яъне

$a-2=0$ ё $a+2=0$ будан, махрачи он нул мешавад. Ҳамин тариқ, агар $a=2$ ё $a=-2$ бошад, махраҷ a^2-4 баробари нул аст.

Инак, соҳаи муайяни каср ҳамаи қиматҳои a , ғайр аз қиматҳои $a=2$ ва $a=-2$ аст. Кӯтоҳ, соҳаи муайяни каср $a \neq 2$ ва $a \neq -2$ аст.

Мисоли 3. Соҳаи муайяни ифодаи $x^3 + \frac{2}{x} - \frac{3x}{x-1}$ -ро меёбем.

Ин ифода дар таркиби худ як ифодаи бутун ва ду касрро дорост. Касри якум маъно дорад, агар $x \neq 0$ бошад. Касри дуюм ҳангоми $x-1 \neq 0$ ё $x \neq 1$ будан, маъно дорад.

Ҳамин тариқ, ҳамаи қиматҳои тағйирёбанда, ки ба 0 ё ба 1 баробар нестанд, соҳаи муайяни ин ифода мебошанд.

Мисоли 4. Қимати тағйирёбандаро, ки барояш қимати

касри $\frac{2y-5}{y+4}$ ба нул баробар аст, меёбем.

Каср ба нул баробар аст, агар сурати он (тақсимшаванда) нул бошад: $2y-5=0$. Аз ин ҷо, $2y=5$, $y=2,5$.

Инак, ҳангоми $y=2,5$ будан, қимати касри мазкур нул аст.

?

1. Касри ратсионалӣ чист? 2. Оё ҳар гуна ифодаи касран ратсионалӣ каср аст? 3. Дар кадом ҳолат каср маъно надорад? 4. Кадом қиматҳои тағйирёбандаҳо соҳаи муайяни каср ё соҳаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳоро ташкил медиҳанд? 5. Соҳаи муайяни касреро, ки сурату махраҷаш ифодаи бутун аст, чӣ тавр меёбанд?

27. Кадоме аз ифодаҳои ратсионалии

$$\frac{a^2-1}{a^3+1}, \quad \frac{x+y}{2}+x, \quad a^2+2a-6, \quad a^6+\frac{a^4}{c^3}, \quad \frac{a^2+3}{4a}, \quad -\frac{2}{5},$$

$$5a^2+2, \quad 4a+\frac{2}{a}, \quad x^2+1+\frac{1}{x^2}, \quad \frac{4}{3}x^2, \quad \frac{2x+1}{x-1}, \quad \frac{4x}{x^3+1}$$

бутунан ратсионалӣ ва кадомашон касран ратсионалианд? Кадоми онҳо каср ҳастанд?

28. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно дорад:

а) $\frac{2x-1}{4x+3}$; б) $\frac{2}{a-1}$; в) $\frac{4}{5}x^2+1$;

г) $a+\frac{3}{2a+4}$; д) $\frac{2}{(x-1)(x-2)}$; е) $\frac{4}{5}a$?

29. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно надорад:

а) $\frac{3x-1}{2-x}$; б) $e+\frac{1}{2e-1}$; в) $\frac{4x+1}{(4x-1)(2x+5)}$; г) $\frac{x}{x^2-25}$?

30. Соҳаи муайяни касрро ёбед:

а) $\frac{3x}{2x-7}$; б) $\frac{2x+1}{3x+5}$; в) $\frac{2x+6}{(x-2)(x-4)}$; ғ) $\frac{2x-1}{(x+5)(2x-3)}$;

д) $\frac{3x+4}{5x-1}$; е) $\frac{4x}{x^2-9}$; ж) $\frac{x-1}{(2x-5)(x+1)}$; з) $\frac{5x}{(4x-3)(x-6)}$.

31. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қимати касри:

а) $\frac{y-6}{5}$; б) $\frac{2x+1}{7}$; в) $\frac{x(x-2)}{x+3}$; г) $\frac{x(x-1)}{x-2}$

ба нул баробар аст?

32. Қимати тағйирёбандаҳоро, ки барои онҳо ифода нул нест, ёбед:

а) $\frac{2x-3}{5}$; б) $\frac{x-2}{x+4}$; в) $\frac{x^2-36}{x}$; г) $\frac{x(x+3)}{4x-5}$.

33. Соҳаи муайянии функсияро ёбед:

а) $y = \frac{1}{x-1}$; б) $y = \frac{2x+1}{x(x+3)}$; в) $y = \frac{1}{1+x}$; г) $y = x + \frac{1}{x+2}$.

34. Барои кадом қимати тағйирёбанда касри $\frac{2x-3}{5}$ ба:

а) -2; б) -1; в) 3; г) -5 баробар мешавад?

35. Нишон диҳед, ки барои қиматҳои дилхоҳи тағйирёбанда қимати касри:

а) $\frac{2}{x^2+2}$ мусбат; б) $\frac{y^2+1}{-2}$ манфӣ; в) $\frac{(x-1)^2}{10}$ гайриманфӣ;

г) $\frac{(y+2)^2}{-y^2-4}$ гайримусбат мебошад.

36. Оё аломати касри $\frac{a}{b}$ ҳангоми $a>0$ ва $b<0$ будан, мусбат аст? Ҳангоми $a<0$ ва $b>0$ будан ҷӣ?

37. Касре тартиб диҳед, ки:

а) сурати он фарқи квадратҳои тағйирёбандаҳои x ва y буда, махраҷаш ҳосили ҷамъи онҳост;

б) сураташ фарқи тағйирёбандаҳои x ва y буда, махраҷаш дучандани ҳосили зарби онҳо аст.

38. Ҷадвалро пур кунед:

x	-2	-1,5	0	$\frac{1}{2}$	2	2,5	3
x^2+4x							

39. Чунин қимати тағйирёбандаро ёбед, ки барои он қиматҳои ифодаҳо ба ҳам баробаранд:

а) $4+5a$ ва $3a+4$; б) $2+\frac{x-1}{2}$ ва $3x-5$.

40. Нисбати суммаи кубҳои ададҳои a ва v -ро бар суммаи квадрати онҳо тартиб дода, қимати нисбатро хангоми $a=-4$ ва $v=-2$ будан, ҳисоб кунед.

41. Барои кадом қиматҳои a решаи муодила нул аст:

а) $ax-7=2a-x$;

б) $3ay+12=3a+4$;

в) $a^2+ax=4x+1$;

г) $a^2+az=z+9$?

Машқҳо барои такрор

42. Бисёраъзогиرو ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) $mx+2m$;

б) x^3+x^2+x ;

в) $20ax-10ay$;

г) $-15a^2x^2+5a^3x$;

д) x^2-5ax ;

е) $5v^3-10v^2+5v$.

43. Ифодаро сода намоед:

а) $v^2-(v+1)(v-5)$;

б) $(4x-0,5)(4x+0,5)-16x^2$;

в) $3x(1-3x)+9x^2$;

г) $2(x-2y)(2y+x)-0,5y(x-16y)$.

44. Баъди 5 соату 25 дақиқа пас аз он ки амад равон шуд, заврақ ба ҳаракат сар кард. Дар кадом масофа аз бандар онҳо вомехӯранд, агар суръати оби дарё 3 км/соат ва суръати заврақ дар оби ором 13 км/соат бошад?

45. Ҳангоми хушк кардан ангур чоряки массаи худро нигоҳ медорад. $\frac{3}{4}$ хиссаи ангури хушк қанд аст. 42 кг ангур чӣ қадар қанд дорад?

4. ХОСИЯТИ АСОСИИ КАСР.

ИХТИСОРИ КАСРҲО

Хотиррасон мекунем, ки дар курси математикаи синфи VI

нисбати ду адад $\frac{m}{n}$ -ро касри одӣ ё касри ададии одӣ номида

будем, ки дар ин ҷо m ва n ададҳои бутунанд. Инчунин дида будем, ки агар сурату махраҷи касрро якбора ба ҳамон адади гайринулӣ зарб ё тақсим намоем, аз ин бузургии каср тағйир

намеёбад. Яъне $\frac{m}{n} = \frac{mp}{np}$ ва $\frac{m}{n} = \frac{p}{\frac{n}{p}}$ барои ҳар гуна $p \neq 0$.

Ин хосияти асосии каср аст. Вай имконият медиҳад, ки каср ихтисор карда шавад, ки ин амалиёт аз тақсим намудани сурату махраҷи каср ба ҳамон як адади натуралӣ иборат аст. Барои ин сурату махраҷро ба зарбкунандаҳои сода ҷудо карда, зарбкунандаи умумии онҳоро хат задан лозим аст. Масалан,

$$\frac{21}{51} = \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 17} = \frac{7}{17}, \quad \frac{156}{286} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 13}{2 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{6}{11}.$$

Нишон медиҳем, ки ин хосият барои касри ратсионалии $\frac{u}{v}$ низ дуруст аст. Чӣ тавре дидем, барои қиматҳои соҳаи муайяни тағйирёбандаҳо, қимати мувофиқи касри ратсионалӣ, касри ададӣ аст. Барои ҳамин қиматҳо, қимати ягон ифодаи мушаххаси t ҳам ба ададе баробар аст. Агар ин адад нул набошад, пас аз рӯи хосияти касри ададӣ, баробарии

$$\frac{u}{v} = \frac{u \cdot t}{v \cdot t} \quad (4)$$

барои ҳамин қиматҳо дуруст мебошад. Масалан, сурат ва

махраҷи касри $\frac{x}{x-2}$ -ро ба $x+1$ зарб карда, касри $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ -ро

ҳосил мекунем. Касри якум ҳангоми $x=2$ ва касри дуюм ҳангоми $x=2$ ва $x=-1$ будан, маъно надоранд. Барои ҳамаи дигар қиматҳои тағйирёбандаҳо қимати ин ифодаҳо мавҷуд буда, яхелаанд. Дар

ҳақиқат, масалан, ҳангоми $x=5$ будан, ифодаи $\frac{x}{x-2}$ ба $\frac{5}{3}$ ва

ифодаи $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ низ ба $\frac{5}{3}$ баробар мебошанд. Ҳангоми $x=1$

будан, касри якум ба -1 ва касри дуюм ба $\frac{1 \cdot 2}{(-1) \cdot 2}$, яъне боз ба -1

баробар аст.

Т а ъ р и ф. Ду ифодаи аз тағйирёбандаҳои яхела иборат, айниятан баробар номида мешаванд, агар барои қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо қиматҳои мувофиқи онҳо бо ҳам баробар бошанд.

Ҳамин тариқ, $\frac{x}{x-2}$ ба $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ айниятан баробар аст,

агар $x \neq -1$ ва $x \neq 2$ бошад.

Ду ифодаи айниятан баробарро бо аломати баробарӣ бо ҳам пайваст карда айният ҳосил мекунем. Инак, баробарии

$$\frac{x}{x-2} = \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

айният мебошад.

Аз мулоҳизаҳои боло бармеояд, ки баробарии (4) айният аст, яъне барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо (барои ҳамаи қиматҳо аз соҳаи муайянии касрҳои дар қисми чап ва рост будаи он) дуруст аст. Хосиятеро, ки бо воситаи айнияти (4) ифода шудааст, *хосияти асосии каср* меноманд. Айниятан тағйир додани ифода *табдилдиҳии айниятии* он ном дорад.

Хосияти асосии каср (4) имконият медиҳад, ки каср ихтисор карда шавад, ин яке аз намудҳои табдилдиҳии айнияти аст. Барои ин сурат ва маҳраҷи касрро ба ифодаҳои аз зарбкунандаҳо иборатбуда ҷудо карда, ифодаҳои умумии онҳоро хат задан даркор аст.

М и с о л и 1. Касри $\frac{49x^7y^4}{63x^3y^4}$ -ро ихтисор мекунем:

Сурат ва маҳраҷи касрро ба намуди ҳосили зарбҳои дорон ҳамон як зарбкунандаи $7x^3y^4$ буда, ифода карда, касрро ба ҳамин зарбкунанда ихтисор мекунем:

$$\frac{49x^7y^4}{63x^3y^4} = \frac{7x^4 \cdot 7x^3y^4}{9 \cdot 7x^3y^4} = \frac{7x^4}{9} = \frac{7}{9}x^4.$$

М и с о л и 2. Касри $\frac{a^2-4}{a+2}$ -ро ихтисор менамоем.

Суратро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем: $a^2-4=(a-2)(a+2)$. Пас,

$$\frac{a^2-4}{a+2} = \frac{(a-2)(a+2)}{a+2}.$$

Ифодаи $a+2$ зарбкунандаи умумии сурату махраҷ аст. Ба он ихтисор карда, меёбем $\frac{a^2-4}{a+2}=a-2$.

М и с о л и 3. а) $\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$.

б) $\frac{3x-6y}{18y-9x} = \frac{3(x-2y)}{9(2y-x)} = \frac{3(x-2y)}{3 \cdot (-1) \cdot 3(x-2y)} = \frac{1}{3 \cdot (-1)} = -\frac{1}{3}$.

Айнияти (4)-ро барои ба махраҷи додашуда овардани касрҳо низ истифода кардан мумкин аст.

М и с о л и 4. Касри $\frac{v}{4a^2c}$ -ро ба махраҷи $20a^3c^2$ меорем. Азбаски $20a^3c^2=4a^2c \cdot 5ac$ аст, пас сурат ва махраҷи касрро ба

$5ac$ зарб намуда, $\frac{v}{4a^2c} = \frac{v \cdot 5ac}{4a^2c \cdot 5ac} = \frac{5avc}{20a^3c^2}$ -ро ҳосил мекунем.

Зарбкунандаи $5ac$ зарбкунандаи иловагии сурату махраҷ ном дорад.

М и с о л и 5. Касри $\frac{2}{3x-4y}$ -ро ба махраҷи $4y-3x$ меорем.

Барои ин кифоя аст, ки сурату махраҷро ба -1 зарб кунем:

$$\frac{2}{3x-4y} = \frac{2 \cdot (-1)}{(3x-4y) \cdot (-1)} = \frac{-2}{-3x+4y} = -\frac{2}{4y-3x}$$

Дар ин ҷо зарбкунандаи иловагӣ адади -1 мебошад. Қайд

мекунем, ки ифодаҳои $\frac{-u}{v}$ ва $\frac{u}{-v}$ айниятан ба $-\frac{u}{v}$ баробаранд,

яъне $\frac{-u}{v} = \frac{u}{-v} = -\frac{u}{v}$, ки аз ин мо дар боло истифода кардем.

Дар охир қайд менамоем, ки пеш аз ҳисоби қимати каср ихтисори он, ҳисобро хеле кӯтоҳ мекунад.

М и с о л и 6. Қимати касри $\frac{15a^2-10av}{3av-2v^2}$ -ро ҳангоми $a=-2$ ва $v=-0,1$ меёбем.

$$\text{Дорем } \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} = \frac{5a(3a - 2b)}{b(3a - 2b)} = \frac{5a}{b} = \frac{5 \cdot (-2)}{-0,1} = 100.$$

?

1. Хосияти асосии касри адади ро баён карда, тарзи ихтисори онро фахмонед. 2. Чӣ гуна ифодаҳои айниятан баробар меноманд? 3. Таърифи айниятро оред. 4. Табдилдиҳии айнияти ифода чист? 5. Чаро ихтисори каср як тарзи табдилдиҳии айният аст? 6. Мафҳуми зарбкунандаи иловагии касро шарҳ диҳед. 7. Чаро ихтисори каср ҳисоби қимати онро осон мегардонад?

46. Магар қимати каср тағйир меёбад, агар сурат ва махраҷи он ба 10 зарб ё тақсим карда шавад?

47. Оё баробарии зерин айният аст:

$$\text{а) } \frac{x-y}{x} = \frac{x^2-xy}{x^2}; \quad \text{б) } \frac{a-b}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};$$

$$\text{в) } \frac{6a-2b}{10a} = \frac{3a-b}{5a}; \quad \text{г) } \frac{0,2t-1}{0,2t+1} = \frac{t-1}{2t+20};$$

48. Исроҳот кунед, ки баробарии зерин айният аст:

$$\text{а) } (x^2-16):(x+4)=x-4; \quad \text{б) } \frac{a^2+a-2}{a-1} = a+2;$$

$$\text{в) } \frac{7+6y-y^2}{y-7} = -y-1; \quad \text{г) } (2t-10):(t-5)=2.$$

49. Касро ихтисор кунед:

$$\text{а) } \frac{4x}{5x}; \quad \text{б) } \frac{6a}{18a^2}; \quad \text{в) } \frac{18xy}{9x};$$

$$\text{г) } \frac{26x^3}{91xy}; \quad \text{д) } \frac{0,3n^3}{0,6n^5}; \quad \text{е) } -\frac{4xy}{7x^2y};$$

$$\text{ж) } \frac{8z^2x^2}{32zx^3}; \quad \text{з) } \frac{-24m^3}{-16m^2n}; \quad \text{и) } \frac{(-a)^5}{(-a)^3};$$

$$\text{к) } \frac{(x-y)^2}{y-x}; \quad \text{л) } \frac{a-b}{(b-a)^3}; \quad \text{м) } \frac{5m(m-n)}{15m(n-m)}.$$

50. Касро иктисор кунед:

а) $\frac{0,4x^2t^2z}{0,2xt^3z^2}$;

б) $\frac{0,8a^2\epsilon c^3}{0,4a^5\epsilon^4c}$;

в) $\frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)}$;

г) $\frac{0,1x^3y^5(a+\epsilon)}{3x^2y^3(a+\epsilon)^3}$;

д) $\frac{x^2-2xy}{xy-2y^2}$;

е) $\frac{1-x^2}{x^2-x}$;

ж) $\frac{x^6-y^6}{x^3-y^3}$;

з) $\frac{3a-6\epsilon+9c}{5a-10\epsilon+15c}$;

и) $\frac{xy}{x^2y-y^2x}$;

к) $\frac{4k^2-p^2}{(p-2k)^2}$;

л) $\frac{4+2a+a^2}{a^3-8}$;

м) $\frac{4a^2\epsilon-25\epsilon^3}{2a^2-5a\epsilon}$.

51. Дар баробарӣ зарбкунандаи иловагии сурату махраҷи касри дар қисми рост бударо ёбед:

а) $\frac{a}{5a^2\epsilon} = \frac{5a^2\epsilon}{25a^3\epsilon^2}$;

б) $\frac{4}{x-y} = -\frac{4y}{y^2-xy}$.

52. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{5a^2+3a\epsilon}{a^2-0,36\epsilon^2}$;

б) $\frac{8y^3-1}{y-4y^3}$;

в) $\frac{xy}{x^2y-y^2x}$;

г) $\frac{ax-\epsilon x}{a-\epsilon}$.

53. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{51+17^2}{10}$;

б) $\frac{37^2+111}{40}$;

в) $\frac{29^2+116}{66}$.

54. Касро иктисор намоед:

а) $\frac{p^2-4q^2}{p^3+2p^2q}$;

б) $\frac{x^2-25y^2}{2x-10y}$;

в) $\frac{\epsilon+3}{\epsilon^3+27}$;

г) $\frac{a^2-\epsilon^2}{a^2-2a\epsilon+\epsilon^2}$;

д) $\frac{xz+yz}{yz+xz}$;

е) $\frac{10x^2y^5(4a-3\epsilon)}{-18x^3y^4(3\epsilon-4a)}$;

ж) $\frac{a^2+3a+9}{27-a^3}$;

з) $\frac{y^6-y^8}{y^4-y^2}$;

и) $\frac{4x^2-y^2}{(10x-5y)^2}$;

к) $\frac{x^{30}-x^{23}+x^{16}}{x^{30}+x^9}$;

л) $\frac{3m^2-3n^2}{6m^3+6n^3}$;

м) $\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$.

55. Қимати касрро ёбед:

а) $\frac{2x^2+6xy}{4xy+12y^2}$ ҳангоми $x = \frac{4}{5}$ ва $y = -0,2$ будан;

б) $\frac{7a^3v+14a^4}{10av^4+5v^5}$ ҳангоми $a=1$ ва $v=2$ будан.

56. Тақсимро иҷро намоед:

а) $\frac{x^2-49v^2}{x-7v}$; б) $\frac{36a^2-v^2}{6a+v}$; в) $\frac{81x^2-1}{1-9x}$;

г) $\frac{64k^2-48km+9m^2}{-8k+3m}$; д) $\frac{8a^3-27v^3}{2a-3v}$; е) $\frac{100t^2-1}{-10t-1}$.

57. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{27x^3-y^3}{18x^2+6xy+2y^2}$ ҳангоми $x = \frac{2}{3}$ ва $y=1$ будан;

б) $\frac{9x^2-y^2}{6x+2y}$ ҳангоми $x = \frac{1}{6}$ ва $y=1$ будан.

58. Касри:

а) $\frac{5}{3x^2y}$ -ро ба махрачи $15x^3y^2$ оред;

б) $\frac{v}{v-2}$ -ро ба махрачи v^2-2v оред;

в) $\frac{a}{a-2}$ -ро ба махрачи $4-a^2$ оред;

г) $\frac{2}{x-y}$ -ро ба махрачи $\frac{2}{y-x}$ оред.

Машқҳо барои такрор

59. Қимати тағйирёбандаро, ки барояш ифода маъно надорад, ёбед:

а) $\frac{3x+1}{2x-4}$; б) $\frac{x}{3x+7}$; в) $\frac{x-1}{2,5x-1}$; г) $\frac{1}{4x-6,4}$.

60. Соҳаи муайяни касро ёбед:

а) $\frac{1}{2x+1,5}$; б) $\frac{x+4}{2x-7,2}$; в) $\frac{2}{(x-2)(3x-8)}$; г) $\frac{x-2}{x^2-16}$.

61. Муодиларо ҳал кунед:

а) $5(x-8,2)=2x+19$; б) $0,5(4-2a)=a-1,8$.

62. Дар 4 деҳа 2180 одам зиндагӣ мекунад. Дар дуҷумин миқдори одамон нисбат ба якумин 3 маротиба зиёд аст. Нисбат ба дуҷумин дар деҳаи сеюм 108-го зиёд ва дар чорумин 78-го кам одам ҳаст. Дар ҳар як деҳа чанд одам зиндагӣ мекунад?

63. Ҳозир қисми гузаштаи шабонаруз аз қисми боқимондааш 3,5 соат зиёд аст. Ҳозир соат чанд аст?

§2. СУММА ВА ФАРҚИ КАСРҲО

5. ЧАМЪ ВА ТАРҶИ КАСРҶОИ МАХРАҶАШОН ЯКХЕЛА

Чӣ тавре медонем, ҳосили ҷамъи ду касри одии махраҷашон якхела касрест, ки сураташ ба ҷамъи суратҳои касрҳо ва махраҷаш ба ҳамон махраҷи умумӣ баробар аст. Яъне, ҳангоми натуралӣ будани m , n ва p :

$$\frac{m}{p} + \frac{n}{p} = \frac{m+n}{p}.$$

Масалан, $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$.

Касрҳои ратсионалии дилхоҳи махраҷашон аз ифодаҳои якхела иборатбуда, низ ҳамин ҳел ҷамъ карда мешаванд:

$$\frac{u}{v} + \frac{s}{v} = \frac{u+s}{v}. \quad (1)$$

Нишон медиҳем, ки барои қиматҳои дилхоҳи имконпазири тағйирёбандаҳо (барои қиматҳо аз соҳаи муайяни ҳар ду каср), яъне ҳангоми $v \neq 0$ будан, баробарии (1) ҷой дорад. Ба ибораи дигар, (1) айнӣ аст.

Асосноккунии (1) айнан нишон додани қоидаи ҷамъи касрҳои махраҷашон якхелаи ададиро мемунад. Дар ҳақиқат, агар $\frac{u}{v} = t$,

$\frac{s}{v} = k$ бошад, он гоҳ мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $u = vt$,

$s = vk$. Аз ин ҷо $u + s = vt + vk = v(t + k)$. Азбаски $v \neq 0$ аст, пас аз ин

ҷо боз мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $t + k = \frac{u + s}{v}$. Акнун агар

ба назар гирем, ки қисми чапи ин баробарӣ ба $\frac{u}{v} + \frac{s}{v}$ баробар

аст, аз он дурустии (1)-ро ҳосил менамоем.

Мо айниятро ҳосил кардаем, ки он қоидаи ҷамъи касрҳои махраҷашон якхеларо ифода менамояд: **Барои ҷамъ кардани касрҳои махраҷашон якхела суратҳои онҳоро ҷамъ намуда, махраҷро бетағйир гузоштан лозим аст.**

Ин қоида ҳангоми ҷамъ кардани миқдори дилхоҳи касрҳои ратсионалиии махраҷашон якхела бетағйир мемонад.

Акнун амали тарҳро барои касрҳои махраҷашон якхела дида мебароем. Нишон медиҳем, ки

$$\frac{u}{v} - \frac{s}{v} = \frac{u - s}{v}, \quad (2)$$

агар $v \neq 0$ бошад. Дурустии (2) аз он бармеояд, ки суммаи

касрҳои $\frac{u - s}{v}$ ва $\frac{s}{v}$ ба $\frac{u}{v}$ баробар аст, яъне

$$\frac{u - s}{v} + \frac{s}{v} = \frac{u - s + s}{v} = \frac{u}{v}.$$

Айнияти (2) қоидаи тарҳи касрҳои махраҷашон якхеларо ифода менамояд: **барои ёфтани ҳосили тарҳи касрҳои махраҷашон якхела аз сурати касри яқум сурати касри дуюмро тарҳ намуда, махраҷро бетағйир гузоштан лозим аст.**

Эзоҳ. Дар назар дошта мешавад, ки баъди иҷрои амал касри натиҷавӣ, агар имконпазир бошад, ихтисор карда мешавад.

Мисоли 1. Касрҳои $\frac{4a + 5b}{9ab}$ ва $\frac{2a - 2b}{9ab}$ -ро ҷамъ мекунем:

$$\frac{4a + 5b}{9ab} + \frac{2a - 2b}{9ab} = \frac{4a + 5b + 2a - 2b}{9ab} = \frac{6a + 3b}{9ab} = \frac{3(2a + b)}{9ab} = \frac{2a + b}{3ab}.$$

Мисоли 2. Аз касри $\frac{x^2+4}{2x-4}$ касри $\frac{4x}{2x-4}$ -ро тарҳ менамоем:

$$\frac{x^2+4}{2x-4} - \frac{4x}{2x-4} = \frac{x^2+4-4x}{2x-4} = \frac{(x-2)^2}{2(x-2)} = \frac{x-2}{2}.$$

Баъзан иҷрои чамъу тарҳи касрҳо бо тарзи якҷоя нисбат бо тарзи пай дар пай мувофиқтар мебошад.

Мисоли 3. Ифодаи $\frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y}$ -ро сода мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} &= \frac{7y-5-(10y-19)+10-15y}{12y} = \\ &= \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{24-18y}{12y} = \frac{6(4-3y)}{12y} = \frac{4-3y}{2y}. \end{aligned}$$

Мисоли 4. Касрҳои $\frac{2a}{x-a}$ ва $\frac{2x}{a-x}$ -ро чамъ мекунем.

Махрачи касрҳо аз ифодаҳои ба ҳам муқобил иборатанд. Аломати касри дуум ва аломати махрачи онро иваз намуда, баробарии

$$\frac{2x}{a-x} = -\frac{2x}{x-a}$$

-ро ҳосил мекунем. Ақнун дорем:

$$\begin{aligned} \frac{2a}{x-a} + \frac{2x}{a-x} &= \frac{2a}{x-a} + \left(-\frac{2x}{x-a}\right) = \frac{2a}{x-a} - \frac{2x}{x-a} = \frac{2a-2x}{x-a} = \\ &= \frac{-2(x-a)}{x-a} = -2. \end{aligned}$$

?

1. Қоидаҳои чамъ ва тарҳи касрҳои раціоналии махрачашон якхеларо баён кунед. 2. Магар бо қоидаҳои чамъу тарҳи касрҳои ададӣ ин қоидаҳо умумият доранд?

64. Амалҳои ҷамъ ё тарҳро иҷро кунед:

а) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4}$; б) $\frac{2a}{3} - \frac{a}{3}$; в) $\frac{6e^2}{a} - \frac{8e^2}{a}$;

г) $\frac{3c-x}{e} + \frac{x}{e}$; д) $\frac{2x+3}{8} + \frac{x+1}{8}$; е) $-\frac{12a-11}{4} - \frac{1}{4}$;

ж) $\frac{5x-y^4}{2y^5} - \frac{y^4+5x}{2y^5}$; з) $\frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c}$;

и) $\frac{a}{4} - \frac{2e-3a}{4}$; к) $\frac{a^2}{a-e} - \frac{e^2}{a-e}$; л) $\frac{x-9}{x^2-36} + \frac{3}{x^2-36}$;

м) $\frac{16}{a+4} - \frac{a^2}{a+4}$; н) $\frac{5a+2e}{(a+e)^2} - \frac{2a-e}{(a+e)^2}$.

65. Ба намуни каср нависед:

а) $\frac{4x}{3x^2} + \frac{5x}{3x^2}$; б) $\frac{2x^2}{2x^2+4x} - \frac{4x}{2x^2+4x}$; в) $\frac{8x^2}{9x^2-4} - \frac{6x-x^2}{9x^2-4}$;

г) $\frac{1}{x} - \frac{4}{x} + \frac{6-2x}{x}$; д) $\frac{2}{x-1} + \frac{3-5x}{x-1}$; е) $\frac{x+1}{x^2-1} - \frac{2x}{x^2-1}$;

ж) $\frac{3-x}{x^2} + \frac{2}{x^2} - \frac{4x-1}{x^2}$; з) $\frac{3x+5}{2x+3} + \frac{-5x-8}{2x+3}$; и) $\frac{x^2+3}{2x^2+4x} - \frac{3-2x}{2x^2+4x}$.

66. Қимати ифодаи:

а) $\frac{a^2+1}{a-2} - \frac{5}{a-2}$ -ро ҳангоми $a=1$ будан;

б) $\frac{3x-1}{x^2-16} + \frac{x+17}{x^2-16}$ -ро ҳангоми $x=2,5$ будан ёбед.

67. Аломати яке аз касрҳо ва аломати махраҷи онро тағйир дода, амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{2x}{x-y} - \frac{x}{y-x}$; б) $\frac{a}{a-e} + \frac{e}{e-a}$; в) $\frac{2a+c}{c-1} - \frac{3a-5c}{1-c}$;

$$\text{г) } \frac{2a+v}{a-v} - \frac{v}{v-a}; \quad \text{д) } \frac{a+5}{3a-2} + \frac{7-2a}{2-3a}; \quad \text{е) } \frac{x+y}{y-x} + \frac{x+y}{x-y};$$

$$\text{ж) } \frac{5av+c}{2a-v} - \frac{2c-3av}{v-2a}; \quad \text{з) } \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} + \frac{x^2-xy+y^2}{y^2-x^2}.$$

68. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{x-4}{x^2-9} - \frac{1}{9-x^2} \quad \text{ҳангоми } x=2 \text{ будан};$$

$$\text{б) } \frac{x^2}{x^2-2x} + \frac{x}{2x-x^2} \quad \text{ҳангоми } x=1 \text{ будан}.$$

69. Ифодаро сода кунед:

$$\text{а) } \frac{y}{x-y} + \frac{x}{y-x}; \quad \text{б) } \frac{x^2+4}{x-2} + \frac{4a}{2-x};$$

$$\text{в) } \frac{5p}{2q-p} + \frac{10q}{p-2q}; \quad \text{г) } -\frac{y^2}{-y+1} - \frac{1}{y-1};$$

$$\text{д) } \frac{x^2+16y^2}{x-4y} + \frac{8xy}{4y-x}; \quad \text{е) } \frac{a^2-43}{a-6} - \frac{7}{6-a};$$

$$\text{ж) } \frac{x^2-2x}{x-3} - \frac{9-4x}{3-x}; \quad \text{з) } \frac{a^2}{a^2-4} + \frac{4}{4-a^2}.$$

70. Касрро ба намуди сумма ё фарқи касрҳо тасвир кунед:

$$\text{а) } \frac{2x+y}{x^2}; \quad \text{б) } \frac{x^2-4a^2x}{2ax^2}; \quad \text{в) } \frac{v^2+av}{a^2}; \quad \text{г) } \frac{x^2-2xy}{x^3}.$$

71. Ба намуди сумма ё фарқи касрҳо ва ё ифодаи бутуни касрӣ нависед:

$$\text{а) } \frac{3a+v}{a}; \quad \text{б) } \frac{x^2-3x+1}{x}; \quad \text{в) } \frac{x^2+2x-1}{x^2}; \quad \text{г) } \frac{a^2+4a}{2a}.$$

Машқҳо барои такрор

72. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2(3x-5)-4x=x+1$;

б) $2x-5(x+4)=32-x$;

в) $0,1(0,6x-5)+0,06=1,7(x-1,2)$; г) $2,1(0,1x+3,2)+0,3(1,7-x)=11$.

73. Соҳаи муайяни касрро нишон диҳед:

а) $\frac{2a}{3a+9}$; б) $\frac{2x}{x^2+1}$; в) $\frac{3x}{5x(x+4)}$; г) $\frac{a}{(a+1)(a-2)}$.

74. Ҳосили ҷамъи тарафҳои якум ва дуҷуми секунҷа 58 см, ҳосили ҷамъи тарафҳои дуҷум ва сеҷум 52 см, ҳосили ҷамъи тарафҳои якум ва сеҷуми секунҷа бошад, ба 50 см баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

75. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) $(2x-y)^2-4x^2$; б) $27y^3-27y^2+9y-1$; в) m^8-1 ; г) x^6-64 .

76. Се ададро ҷамъ карданд. Адади якум 51% ва дуҷум 11%-и суммаро ташкил медиҳанд. Адади сеҷум 7,6 аст. Ду адади аввала ва суммаро ёбед.

6. ҶАМЪ ВА ТАРҶИ КАСРҶОИ МАҲРАҶАШОН ҲАҲЕЛА

Ҷамъ ва тарҷи касрҳои маҳраҷашон ҳаҳела (гуногун) ба ҷамъу тарҷи касрҳои маҳраҷашон якҳела оварда мешавад.

Фарз мекунем, ки касрҳои $\frac{u}{v}$ ва $\frac{s}{t}$ -ро ҷамъ кардан лозим

аст. Дар аввал онҳоро ба як маҳраҷи умумии vt меорем. Мувофиқи ҳосияти асосии каср, агар сурат ва маҳраҷи касри якумро бо маҳраҷи касри дуҷум t , сурату маҳраҷи касри дуҷумро бо маҳраҷи касри якум v зарб кунем, аз ин қимати касрҳо тағйир намеёбад. Яъне,

$$\frac{u}{v} = \frac{ut}{vt}, \quad \frac{s}{t} = \frac{vs}{vt}.$$

Пас, мувофиқи қондаи ҷамъи касрҳои маҳраҷашон якҳела ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} + \frac{s}{t} = \frac{ut}{vt} + \frac{vs}{vt} = \frac{ut + vs}{vt}.$$

Айнан аз рӯи қоидаи тарҳи касрҳои махраҷашон якхела ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} - \frac{s}{t} = \frac{ut}{vt} - \frac{vs}{vt} = \frac{ut - vs}{vt}$$

Баръало дида мешавад, ки қоидаи ҷамъу тарҳи касрҳои махраҷашон ҳархела қоидаи ҷамъу тарҳи касрҳои адабии махраҷашон гуногунро мемонад. Яъне касрҳоро пешакӣ ба махраҷи умумӣ оварда, сонӣ амалро иҷро кардан лозим аст. Фаҳмост, ки аксар вақт назар ба истифодаи ҳосили зарби махраҷҳо, махраҷи умумии содатарро ёфтани ва онро истифода кардан мувофиқтар аст.

М и с о л и 1. Касрҳои $\frac{m}{6av^3}$ ва $\frac{n}{8vc^2}$ -ро ҷамъ мекунем.

Хурдгарин каратнокии ададҳои 6 ва 8 адади 24 аст. Ба ин адад ҳамчун зарбкунандаҳо ҳамаи тағйирёбандаҳои дар махраҷҳо бударо бо дараҷаи калонтаринашон сабт мекунем, яъне a , v^3 , c^2 -ро. Ифодаи $24av^3c^2$ махраҷи умумӣ аст. Зарбкунандаҳои иловагии махраҷҳоро меёбем.

$$\frac{24av^3c^2}{6av^3} = 4c^2; \quad \frac{24av^3c^2}{8vc^2} = 3av^2.$$

$$\text{Пас, } \frac{m}{6av^3} + \frac{n}{8vc^2} = \frac{m \cdot 4c^2 + n \cdot 3av^2}{24av^3c^2} = \frac{4c^2m + 3av^2n}{24av^3c^2}.$$

М и с о л и 2. Фарқи $\frac{a+4}{a^2-av} - \frac{v+4}{av-v^2}$ -ро ҳисоб мекунем.

Барои ёфтани махраҷи умумӣ махраҷи касрҳоро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем: $a^2-av=a(a-v)$, $av-v^2=v(a-v)$. Ифодаи $av(a-v)$ махраҷи умумӣ аст. (Вай нисбат ба $(a^2-av)(av-v^2)=av(a-v)^2$ содатар мебошад.) Зарбкунандаҳои иловагии махраҷи касрҳо мувофиқан v ва a мебошанд. Барои ҳамин,

$$\begin{aligned} \frac{a+4}{a^2-av} - \frac{v+4}{av-v^2} &= \frac{a+4}{a(a-v)} - \frac{v+4}{v(a-v)} = \frac{(a+4)v - (v+4)a}{av(a-v)} = \\ &= \frac{av+4v-av-4a}{av(a-v)} = \frac{4v-4a}{av(a-v)} = \frac{-4a+4v}{av(a-v)} = \frac{-4(a-v)}{av(a-v)} = \frac{-4}{av} = -\frac{4}{av}. \end{aligned}$$

Чамъ ё тарҳи ифодаҳое, ки касран ратсионалианд, ба чамъ ё тарҳи касрҳо оварда мешавад.

М и с о л и 3. Ифодаи $a+1+\frac{-a^2+2}{a-1}$ -ро сода менамоем.

Барои ин ифодаи $a+1$ -ро ба намуди касри махраҷаш ба 1 баробар навишта, чамъи касрҳо иҷро менамоем:

$$\begin{aligned} a+1+\frac{2-a^2}{a-1} &= \frac{a+1}{1} + \frac{2-a^2}{a-1} = \frac{(a+1)(a-1)+(2-a^2)\cdot 1}{a-1} = \\ &= \frac{a^2-1+2-a^2}{a-1} = \frac{1}{a-1}. \end{aligned}$$

Қайд мекунем, ки ҳангоми тартиб додани махраҷи умумии касрҳо истифодаи баробариҳои айнияти зерин:

$$\frac{a}{b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b} = \frac{-a}{-b} \quad \text{ва} \quad ab = -(-a)b = -(-b)a = (-a)(-b)$$

баъзан хеле бамаврид аст. Масалан, барои ёфтани ҳосили чамъи

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{(a-1)^2}. \quad \text{Дар ҳақиқат,}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-a} + \frac{1}{(a-1)^2} &= -\frac{1}{-(1-a)} + \frac{1}{(a-1)^2} = -\frac{1}{a-1} + \frac{1}{(a-1)^2} = \\ &= \frac{1}{(a-1)^2} - \frac{1}{a-1} = \frac{1-(a-1)}{(a-1)^2} = \frac{2-a}{(a-1)^2}. \end{aligned}$$

Дар охир бо мақсади дурустгар азхудкунии тарзи ёфтани махраҷи умумии касрҳо боз ҳалли чанд мисолро дида мебароем.

$$\text{а) } \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = (\text{махраҷи умумӣ: } 2x) = \frac{6+x}{2x};$$

$$\text{б) } \frac{2}{a} - \frac{1}{a-1} = (\text{махраҷи умумӣ: } a(a-1)) = \frac{2(a-1)-a}{a(a-1)} = \frac{a-2}{a(a-1)};$$

$$\text{в) } \frac{4}{x^2-1} + \frac{1}{(x-1)(x+3)} = \frac{4}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x+3)} =$$

$$(\text{махрачи умумӣ: } (x-1)(x+1)(x+3)) = \frac{4(x+3)+1 \cdot (x+1)}{(x-1)(x+1)(x+3)} =$$

$$= \frac{5x+13}{(x-1)(x+1)(x+3)};$$

$$\text{г) } \frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+1} - \frac{a^2-3a+2}{a^2-4} = \frac{(a+1)(a+2)}{(a+1)^2} - \frac{(a-1)(a-2)}{(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{a+2}{a+1} - \frac{a-1}{a+2} = (\text{махрачи умумӣ: } (a+1)(a+2)) =$$

$$= \frac{(a+2)^2 - (a-1)(a+1)}{(a+1)(a+2)} = \frac{a^2+4a+4-a^2+1}{(a+1)(a+2)} = \frac{4a+5}{a^2+3a+2}$$

?

1. Ду касри махраҷашон гуногунро чӣ тавр ба касрҳои махраҷашон якхела овардан мумкин аст? 2. Содатарин махраҷи умумии ду каср чист? 3. Чамъ ё тарҳи касрҳои ратсионалии махраҷашон гуногун чӣ тавр иҷро карда мешаванд? 4. Чамъ ё тарҳи ифодаҳои касран ратсионалӣ чӣ тавр ба чамъ ё тарҳи касрҳо оварда мешаванд?

77. Чамъ ё тарҳи касрҳоро иҷро намоед:

а) $\frac{1}{x} + \frac{1}{4x}$;

б) $\frac{x}{2a} - \frac{3x}{7a}$;

в) $\frac{4}{2v} - \frac{1}{v^2}$;

г) $\frac{a}{v} + \frac{v}{a}$;

д) $\frac{x}{2} - \frac{y}{6}$;

е) $\frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x}$;

ж) $\frac{2x}{a} - \frac{y}{v}$;

з) $\frac{2x}{mn} - \frac{3y}{m^2}$;

и) $\frac{x^2-2av}{ax} - \frac{3ax-2v^2}{vx}$;

к) $\frac{2a^2-2v^2}{av} + \frac{3v-2a}{v}$; л) $\frac{4(1+3a)}{5} + \frac{5(2a-3)}{4} - \frac{2(7a-5)}{3}$.

78. Ба каср табдил диҳед ва агар имкон бошад, ихтисор кунед:

а) $\frac{2a+5v}{2a-v} - \frac{2a-3v}{v-2a} + \frac{4a-7v}{v-2a}$; б) $\frac{3x-4y}{x-2y} - \frac{2x-y}{2y-x} + \frac{8y-x}{x-2y}$;

$$в) \frac{a}{a+v} - \frac{a}{a-v}; \quad г) \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}; \quad д) \frac{2+v}{3} + \frac{7}{2v} + \frac{2v-3}{3+2v};$$

$$е) \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6}; \quad ж) \frac{x}{6a-12} + \frac{x}{2-a}; \quad з) \frac{3-2x}{5x^2-10x} - \frac{4x+1}{x^2-4};$$

$$и) \frac{4n}{m^2-mk} - \frac{5m}{nm-nk}; \quad к) \frac{2a-1}{81-a^2} - \frac{3a-2}{a^2+18a+81}; \quad л) \frac{7y-1}{6y^2+2y} + \frac{5-3y}{9y^2-1}.$$

79. Ифодаро сода карда, қиматашро ҳангоми $x=2$ будан, ҳисоб кунед:

$$а) \frac{x+2}{x^2-4x} - \frac{x}{x^2-16};$$

$$б) \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x+1}{x^2-9};$$

$$в) \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)};$$

$$г) \frac{10}{4x-5} + \frac{32x+60}{25-16x^2};$$

80. Ифодаро сода кунед:

$$а) 2 - \frac{x}{3} + \frac{y}{2}; \quad б) \frac{1}{x} + 4 - \frac{5}{x};$$

$$в) x + \frac{2x-y}{3};$$

$$г) \frac{4a-2v}{5} - \frac{v-2a}{7} - 3;$$

$$д) a-v + \frac{v^2}{a+v};$$

$$е) a^2 - \frac{a^4+1}{a^2-1} + 1;$$

$$ж) \frac{v-1}{16-v^2} - 3 - \frac{5}{v+4};$$

$$з) x - \frac{16}{x-4} - 4;$$

$$и) \frac{a+1}{25-a^2} - \frac{4}{a+5} + 2.$$

81. Ифодаро дар намуди каср навишта, касрро дар ҳолати имконпазир ихтисор намоед:

$$а) \frac{3x}{(x-1)(x+2)} - \frac{1}{x-1};$$

$$б) \frac{5}{x+1} - \frac{3}{x+3} - \frac{1}{x+5};$$

$$в) \frac{4}{x^2-1} + \frac{2}{x+1};$$

$$г) \frac{3}{a-1} + \frac{1}{a} - \frac{4}{a+1};$$

$$д) \frac{2a+v}{2a^2-av} - \frac{4v}{4a^2-v^2} - \frac{2a-v}{2a^2+av}; \quad е) \frac{2x^2+16}{x^3+8} - \frac{2}{x+2};$$

$$ж) \frac{3y^2-15}{(y+1)(y+3)} - \frac{2y}{y+3}; \quad з) \frac{1}{12-6x} - \frac{1}{-4+2x};$$

$$и) \frac{2}{3av+a^2} - \frac{4}{a^2-9v^2} - \frac{1}{3v-a}; \quad к) \frac{3}{x^2-3x} - \frac{2}{x^2+x} - \frac{1}{(x+1)(x-3)}.$$

82. Ба ҷойи нуқтаҳо ифодаҳои лозимиро гузоред ва ҳисобкунед ба охир расонед:

$$а) \frac{x+3}{2+x} + \frac{2-x}{\dots} = \frac{(x+3)(x-3) + (2+x)(2-x)}{\dots};$$

$$б) \frac{a^2}{a^2-1} - \frac{a+5}{\dots} + \frac{2}{\dots} = \frac{a^2 - (a+5)(a-1) + 2(a^2-1)}{\dots}.$$

83. Айниятро исбот кунед:

$$а) \frac{a^3-v^3}{a-v} - av - v^2 = a^2; \quad б) \frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{x^2+x-2} = \frac{1}{x-1}.$$

84*. Амалҳоро иҷро намоед:

$$а) \frac{4}{y^2-4y} + \frac{1}{y^2+y}; \quad б) \frac{x+5}{x+2} - \frac{3}{x-3} + \frac{5x}{(x+2)(x-3)};$$

$$в) \frac{2x+a}{3x-3a} - \frac{a-c}{2a-2c} + \frac{cx-a^2}{a^2-ac+cx-ax};$$

$$г) 1+3a + \frac{9a^2}{1+3a} + \frac{1}{3a-1} + \frac{6a}{1-9a^2}.$$

Машқҳо барои такрор

85. Қасри $\frac{10x^3+640}{x^2-4x+16}$ -ро ихтисор карда, қиматашро ҳангоми:

а) $x=0,5$ будан;

б) $x=-2$ будан, ҳисоб кунед.

86. Функция бо формулаи $y = \frac{3x-2}{4}$ дода шудааст.

Қиматашро ҳангоми ба -2 ; 0 ; 7 баробар будани x муайян кунед. Барои кадом қиматҳои аргумент қимати функция ба -3 ; 0 ; 8 баробар мешавад?

87. а) Аз баробарии $g = \frac{m}{v}$ тағйирёбандаи v -ро бо воситаи

g ва m ифода кунед;

б) Аз баробарии $S = \frac{av}{c}$ тағйирёбандаи a -ро бо воситаи S , v

ва c ифода кунед.

88. Дар 2 оғил говҳо нигоҳ дошта мешаванд. Агар аз оғили дуюм як гов ба оғили якум гузаронида шавад, миқдори говҳо дар ҳар ду оғил баробар мешавад. Агар аз оғили якум як гов ба дуюм гузаронида шавад, миқдори говҳои оғили якум нисфи миқдори говҳои оғили дуюмро ташкил медиҳад. Дар ҳар як оғил чанд гов буд?

89. Ҳисоб кунед:

а) $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0,001)^3$;

б) $(-0,125)^2 \cdot 8^2 \cdot 10^3$.

90. Айниятро исбот кунед:

а) $(a+b+c)(av+ac+bc) = (a+b)(b+c)(c+a) + abc$;

б) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$.

91. Қисми чапи муодиларо ба зарбкунандаҳо ҷудо намуда, онро ҳал намоед:

а) $3x^2 - 9x = 0$;

б) $y - 7 + y(y - 7) = 0$;

в) $2x^4 - x^3 = 0$;

г) $(y+1)y + 3(y+1) = 0$.

§3. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ КАСРҲО

7. ЗАРБИ КАСРҲО. АМАЛИ БА ДАРАҶА БАРДОШТАНИ КАСР

Ҷй тавре медонем, ҳосили зарби ду каср касрест, ки сураташ ба ҳосили зарби суратҳо ва махраҷаш ба ҳосили зарби махраҷҳо баробар аст. Масалан,

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 9} = \frac{8}{45}$$

Зарби касрҳои ратсионалӣ ҳам айнан ҳаминро мемунад:

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} = \frac{u \cdot s}{v \cdot t} = \frac{us}{vt}$$

Нишон медиҳем, ки ин баробарӣ барои қиматҳои дилхоҳи тағйирёбандаҳо аз соҳаи муайяни касрҳо, яъне ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо, ки барояшон $v \neq 0$ ва $t \neq 0$ аст, дуруст

мебошад. Бигузор $\frac{u}{v} = m$, $\frac{s}{t} = n$. Аз ин ҷо мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $u = vm$, $s = tn$. Пас, $u \cdot s = vm \cdot tn = vt \cdot mn$. Ҳар ду тарафи ин баробариро ба $vt \neq 0$ тақсим намуда, ҳосил мекунем:

$$m \cdot n = \frac{us}{vt}$$

Акнун ифодаҳои m ва n -ро дар ин баробарӣ гузошта, мебинем, ки

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} = \frac{us}{vt}$$

Мо айниятро ҳосил кардем, ки аз он қоидаи зарби касрҳо бармеояд: **барои касрро ба каср зарб кардан суратҳоро бо ҳамдигар ва махраҷҳоро бо ҳамдигар зарб карда, ҳосили зарби якумро дар сурат ва ҳосили зарби дуюмро дар махраҷ навиштан лозим аст.**

Мисоли 1. Касри $\frac{7a^4}{9b^2}$ -ро ба касри $\frac{3b}{14a^2}$ зарб мекунем:

$$\frac{7a^4}{9b^2} \cdot \frac{3b}{14a^2} = \frac{7a^4 \cdot 3b}{9b^2 \cdot 14a^2} = \frac{21a^4b}{126a^2b^2} = \frac{a^2}{6b}$$

Мисоли 2. Касрҳои $\frac{x-y}{xy}$ ва $\frac{2xy}{xy-x^2}$ -ро зарб мезанем:

$$\frac{x-y}{xy} \cdot \frac{2xy}{xy-x^2} = \frac{(x-y) \cdot 2xy}{xy \cdot (xy-x^2)} = \frac{2(x-y)}{xy-x^2} = \frac{2(x-y)}{x(y-x)}$$

$$= \frac{2(x-y)}{-x(x-y)} = \frac{2}{-x} = -\frac{2}{x}$$

М и с о л и 3. Касри $\frac{2x-1}{2x+1}$ -ро ба бисёраъзогии $4x^2-1$ зарб менамоем. Ҳангоми касрро ба бисёраъзогӣ ё бисёраъзогиरो ба каср зарб кардан, бисёраъзогиरो дар намуди каср (махрачаш 1) менависанд ва пас аз он қоидаи зарби касрҳоро татбиқ менамоянд:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{2x+1} \cdot (4x^2-1) &= \frac{2x-1}{2x+1} \cdot \frac{4x^2-1}{1} = \frac{(2x-1)(4x^2-1)}{2x+1} = \\ &= \frac{(2x-1)(2x-1)(2x+1)}{2x+1} = (2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1. \end{aligned}$$

Қоидаи ҳосили зарби касрҳо ба ҳосили зарби якчанд зарбшаванда низ татбиқшаванда аст. Алалхусус,

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{m}{n} = \frac{us}{vt} \cdot \frac{m}{n} = \frac{usm}{vtn}$$

Акнун амали ба дараҷа бардоштани касрро дида мебароем. Аз таърифи дараҷаи бутуни касрҳои ададӣ ва қоидаи ёфтани ҳосили зарби якчанд каср бевосита бармеояд, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ айнияти зерин ҷой дорад:

$$\left(\frac{u}{v}\right)^n = \frac{u^n}{v^n}$$

Яъне, барои ба дараҷа бардоштани каср, сурат ва махраҷро ба ҳамин дараҷа бардошта, натиҷаи якумро дар сурат ва натиҷаи дуюмро дар махраҷи каср навиштан лозим аст.

М и с о л и 4. Касри $\frac{3a}{b^2}$ -ро ба дараҷаи се мебардорем:

$$\left(\frac{3a}{b^2}\right)^3 = \frac{(3a)^3}{(b^2)^3} = \frac{27a^3}{b^6}$$

?

1. Ҳосили зарби ду касри ратсионалиро чӣ тавр меёбанд? 2. Магар қоидаи зарби ду каср ба қоидаи зарби касрҳои одӣ шабохат дорад? 3. Бисёрраъзогӣ ба каср чӣ тавр зарб карда мешавад? 4. Тарзи ба дараҷа бардоштани касрро фаҳмонед.

92. Амали зарбро иҷро кунед:

$$а) \frac{91}{46} \cdot \frac{23}{26}; \quad б) \frac{62}{5} \cdot \frac{10}{93}; \quad в) \frac{2}{3x} \cdot \frac{4y}{5}; \quad г) \frac{3a^2}{10} \cdot \frac{5}{a};$$

$$д) \frac{5x}{8y} \cdot \frac{7}{15}; \quad е) \frac{4}{3a} \cdot \frac{5a}{2}; \quad ж) \frac{12}{c^2} \cdot \frac{c^3}{24}; \quad з) \frac{5}{4x^3} \cdot \frac{16x^2}{25}.$$

93. Ба намуди каср ифода намоед:

$$а) \frac{a^2}{14} \cdot \frac{21}{av}; \quad б) \frac{3,5}{x^2} \cdot \frac{4x^3}{2y^2}; \quad в) \frac{2av}{15c} \cdot \frac{9ac}{4v};$$

$$г) \frac{7av}{9b^3} \cdot \frac{3a^2}{14c^2}; \quad д) \frac{9a}{bc} \cdot \frac{2c}{3av}; \quad е) \frac{2x^2z}{5y^3} \cdot \frac{15xy}{z^2};$$

$$ж) \frac{x^4}{y^3} \cdot \frac{y^2}{x^3}; \quad з) \frac{28a^2}{27x^3} \cdot \frac{63x^4}{140a}.$$

94. Сода намоед:

$$а) xy \cdot \frac{1}{y}; \quad б) c \cdot \frac{ac}{b}; \quad в) y^3 \cdot \frac{x}{y^2};$$

$$г) \frac{a^2}{b^2} \cdot ab; \quad д) \frac{7a}{4x^2} \cdot 6ax^2; \quad е) \frac{13x^{10}}{7} \cdot \frac{14}{x^7}.$$

95. Ифодаро ба каср табдил диҳед:

$$а) \left(-\frac{x^2y^4}{2} \right) \cdot \frac{12}{xy^5}; \quad б) \frac{11a^2c^2}{7m} \cdot \left(-\frac{21m^2}{22a^4} \right);$$

$$в) \frac{a^3b^2}{c} \cdot \left(-\frac{c^3}{ab^4} \right); \quad г) \left(-\frac{2a^2b^2}{3mn^2} \right) \cdot \frac{m^2n^3}{14b^3a^2}.$$

96. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{20a^4x^3}{21b^7} \cdot \frac{7a^3b^4}{4x^6} \cdot \frac{3b^3x^2}{5a^6}$; б) $\frac{b^3c^5}{3a^4d^4} \cdot \frac{36a^4d^3}{5b^2c^4} \cdot \frac{5a^3b}{4c^2}$.

97. Ба дараҷа бардоред:

а) $\left(\frac{1}{2x}\right)^3$; б) $\left(\frac{x}{3y}\right)^4$; в) $\left(\frac{n^2}{2m}\right)^3$; г) $\left(\frac{4a^2}{5b^3}\right)^2$;
д) $\left(\frac{2x}{a^2b^2}\right)^3$; е) $\left(-\frac{5a^2x}{y^4}\right)^2$; ж) $\left(-\frac{3ab}{4m^2n}\right)^3$; з) $\left(-\frac{4x^2}{5y^3}\right)^3$.

98. Ба намуди каср ифода намоед:

а) $\frac{2x}{y^2} \cdot \frac{xy + y^2}{6}$; б) $\frac{ax - ay}{4b^3} \cdot \frac{2b^4}{x - y}$;
в) $\frac{7ab}{cx + dx} \cdot \frac{ax + bx}{14ab}$; г) $(a^2 - b^2) \cdot \frac{a - b}{a + b}$;
д) $-6x^3(a + b) \cdot \frac{3x}{a^2 - b^2}$; е) $\frac{y}{3y^2 - 12} \cdot (y^2 - 4y + 4)$.

99. Нишон диҳед, ки натиҷаи зарб ифодаи бутун аст:

а) $\frac{a + b}{a - b} \cdot (a^2 - b^2)$; б) $(a^3 - b^3) \cdot \frac{a + b}{a^2 + ab + b^2}$;
в) $\frac{x^2 - y^2}{12y} \cdot \frac{6xy - 6y^2}{x + y}$; г) $\frac{15b - 15a}{4b + 4a} \cdot \frac{2a + 2b}{5a - 5b}$;
д) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cdot \frac{3a^2 + 3b^2}{a + b}$; е) $\frac{2x + 2y}{3z - y} \cdot \frac{y - 3z}{x + y}$.

100. Ифодаро сода намоед:

а) $\frac{2x^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{2a - ax}{5x}$; б) $\frac{3 - a}{a} \cdot \frac{4a}{a^2 - 9}$;

$$в) \frac{a^2 - \theta^2}{a\theta} \cdot \frac{a}{a - \theta};$$

$$г) \frac{(y+1)^2}{2y+10} \cdot \frac{y^2 - 25}{2y+2};$$

$$д) \frac{\theta^2 + 2\theta c}{a+1} \cdot \frac{5a+5}{\theta^2 - 4c^2};$$

$$е) \frac{x^2 - 1}{4x} \cdot \frac{x}{1+x};$$

$$ж) \frac{x^2 - 4x}{x+1} \cdot \frac{x^2 - 1}{2x - 8};$$

$$з) \frac{10m^2 - 15m}{9m^2 + 36} \cdot \frac{3m^2 + 12}{2m^3 - 3m^2};$$

101. Қимати ифодаро ёбед:

$$а) \frac{25 - x^2}{24xy} \cdot \frac{48y^2}{x^2 - 10x + 25}, \text{ агар } x=1 \text{ ва } y=2 \text{ бошад};$$

$$б) \frac{0,04x^2 - 1}{y^2 - 3y + 9} \cdot \frac{27 + y^3}{0,2x - 1}, \text{ агар } x=5 \text{ ва } y=1 \text{ бошад}.$$

102. Касрхоро зарб кунед:

$$а) \frac{a^2 - \theta^2}{a^2 - 3a} \cdot \frac{a - 3}{(a + \theta)^2};$$

$$б) \frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 - xy}{4x + 4y};$$

$$в) \frac{\theta^3 + 8}{18\theta^2 + 27\theta} \cdot \frac{2\theta + 3}{\theta^2 - 2\theta + 4};$$

$$г) \frac{12x^5}{x^3 + y^3} \cdot \frac{x^2 - xy + y^2}{8x^4};$$

$$д) \frac{y^2 - 2xy}{xy + 4x^2} \cdot \frac{4xy + y^2}{4x^2 - y^2};$$

$$е) \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3 - y^3};$$

$$ж) \frac{51a^6x^9}{56y^{11}} \cdot \frac{40xy^8}{9a^5} \cdot \frac{21y^3}{85ax^{10}};$$

$$з) \frac{a^3 - 1}{a^2 - 1} \cdot \frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 + a + 1} \cdot \frac{1}{2a + 2}.$$

Машқҳо барои такрор

103. Соҳаи муайяни касри $\frac{2 + x}{(2x - 1)(10 - 3x)}$ -ро ёбед.

104. Касри $\frac{8x^5y^4 - 24x^2y^6}{20x^7y^2 - 60x^4y^4}$ -ро ихтисор карда нишон диҳед,

ки бузургии он барои қиматҳои ба ҳам баробари x ва y доимӣ аст. Ин бузургии доимиро ёбед.

105. Ифодаҳои

$$а) \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1} \text{ ва б) } \frac{6}{x-1} - \frac{1-2x}{1+x+x^2} - \frac{3x-5-4x^2}{x^3-1} \text{ -ро сода}$$

намоед. Қимати онҳоро ҳангоми $x=-2$ будан ёбед.

106. x -ро бо воситаи a ва b ифода кунед:

$$а) 2x+a=b; \quad б) b-4x=a-b; \quad в) \frac{x}{a}+1=b; \quad г) b-5x=a.$$

107. Агар ба шохи ҳар як гул яктой булбул шинад, ба як булбул гул намерасад. Агар ба ҳар як гул дутой булбул шинад, як гул холи мемонад. Чанд гулу булбул ҳаст?

8. ТАҚСИМИ КАСРҲО

Мо дида будем, ки ҳосили тақсими ду касри одӣ касрест, ки сураташ ба ҳосили зарби сурати зарбкунанда ба махраҷи зарбшаванда ва махраҷаш ба ҳосили зарби махраҷи зарбкунанда бар сурати зарбшаванда баробар аст. Яъне, ҳангоми тақсим касри якумро ба касре зарб мекунанд, ки он ба касри дуҷум чапша аст. Масалан,

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}.$$

Касрҳои дилхоҳ низ ҳамин тавр тақсим карда мешаванд. Нишон медиҳем, ки барои қиматҳои дилхоҳи имконпазири тағйирёбандаҳо, яъне ҳангоми $v \neq 0, s \neq 0$ ва $t \neq 0$ будан баробарии

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s}$$

дуруст аст. Азбаски $\frac{s}{t} \cdot \frac{t}{s} = \frac{st}{st} = 1$ аст, пас $\frac{u}{v} = \frac{u}{v} \cdot 1 = \frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{t}{s} =$

$$= \left(\frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s} \right) \cdot \frac{s}{t}. \text{ Аз ин ҷо мувофиқи таърифи ҳосили тақсим } \left(\frac{a}{b} = m \right.$$

аст, агар $a=mv$ бошад) ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s}$$

Аз айнияти ҳосилшуда қоидаи тақсими касрҳо бармеояд: **барои як касрро ба касри дигар тақсим кардан, касри якумро ба касри нисбат ба дуҷум чаппа зарб кардан лозим аст.**

Айнияти мазкур ва қоидаи зарби касрҳоро истифода карда

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s} = \frac{ut}{vs}$$

-ро ҳосил менамоем.

М и с о л и 1. Касри $\frac{4a^3}{e^5}$ -ро ба касри $\frac{8a^2}{e^3}$ тақсим мекунем:

$$\frac{4a^3}{e^5} : \frac{8a^2}{e^3} = \frac{4a^3}{e^5} \cdot \frac{e^3}{8a^2} = \frac{4a^3 \cdot e^3}{e^5 \cdot 8a^2} = \frac{4a^3 e^3}{8a^2 e^5} = \frac{a}{2e^2}$$

М и с о л и 2. Касри $\frac{x-1}{x}$ -ро ба касри $\frac{x+1}{x-2}$ тақсим менамоем:

$$\frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x-2} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x-2}{x+1} = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x+1)} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x}$$

Ҷангоми касрро ба бисёраъзогӣ ё бисёраъзогириро ба каср тақсим кардан аввал бисёраъзогириро дар намуди каср (махраҷаш 1) менависанд ва пас қоидаи тақсими касрҳоро татбиқ менамоенд.

М и с о л и 3. Касри $\frac{a^2-16}{4x}$ -ро ба бисёраъзогии $a+4$ тақсим

мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{a^2-16}{4x} : (a+4) &= \frac{a^2-16}{4x} : \frac{a+4}{1} = \frac{a^2-16}{4x} \cdot \frac{1}{a+4} = \frac{a^2-16}{4x(a+4)} = \\ &= \frac{(a-4)(a+4)}{4x(a+4)} = \frac{a-4}{4x} \end{aligned}$$

Дар охир тақсими мураккабгарро дида мебароем.

Ми со ли 4.

$$\frac{m^2 - n^2}{2a^2 - 2ab + 2b^2} \cdot \frac{m^2 + 2mn + n^2}{a^3 + b^3} = \frac{(m^2 - n^2) \cdot (a^3 + b^3)}{(2a^2 - 2ab + 2b^2) \cdot (m^2 + 2mn + n^2)} =$$

$$= \frac{(m-n)(m+n)(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{2(a^2 - ab + b^2)(m+n)^2} = \frac{(m-n)(a+b)}{2(m+n)}$$

?

1. Ҳосили тақсими ду касри ратсионалиро чӣ тавр меёбанд?
2. Магар қоидаи тақсими ду каср ба қоидаи тақсими касрҳои одӣ шабоҳат дорад?

108. Тақсимро иҷро кунед:

а) $\frac{299}{989} : \frac{13}{43}$; б) $\frac{55}{56} : \frac{11}{8}$; в) $\frac{4a^2}{5b} : \frac{8a}{25}$;

г) $\frac{x^2}{4y} : \frac{xy}{20}$; д) $\frac{13}{5y} : (39x^2)$; е) $\frac{2a^4}{5b} : (8a^2b)$;

ж) $\frac{2}{x^3} : \frac{4}{xy^2}$; з) $3x^2 : \frac{5x}{2}$; и) $27a^3 : \frac{18a^4}{13b}$.

109. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{3x^2y}{7a^2} : \frac{9xy^2}{14a}$; б) $\frac{2x^2}{5y} : \frac{4x}{10y^3}$; в) $\frac{4c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d}$;

г) $\frac{2x^4y^6}{3a} : \frac{2x^4y^3}{a^4}$; д) $-\frac{7y^2}{12x^3} : \frac{y^6}{24x^7}$; е) $\frac{48a^4b}{x} : \left(-\frac{24ab}{x^2}\right)$;

ж) $\frac{15x^2z}{a^7} : \frac{5xz}{-a^6}$; з) $\left(-\frac{6xy^2}{5ab}\right) : \left(-\frac{9x^2y^2}{10ab}\right)$; и) $\frac{192m^6n^9}{-77k^5p} : \frac{36m^5n^8}{55k^4p^3}$.

110*. Ба намуди каср ифода кунед:

а) $\frac{4x^2}{5y^3} : \frac{2x^3}{15y^2} \cdot \frac{7y}{3x}$; б) $\frac{a^5x^4}{18c^9} : \frac{a^4x^5}{54c^8} : \frac{a^3}{9c^3x}$;

$$в) \frac{8c^4}{22d^3} \cdot \frac{11d^2}{16c^2} : \frac{c}{d^2};$$

$$г) \frac{8x^3}{7y^3} : \frac{x^2}{49y^2} \cdot \frac{7y^2}{x^2};$$

$$д) \frac{64xy^3z}{a^5c} : (8x^2yz) \cdot \frac{a^3c}{x};$$

$$е) 11av^3c : \frac{121a^2v^2c}{x^3y^2} \cdot \frac{a^2}{v} \cdot \frac{1}{xy^4};$$

$$ж) -16a^2v^3 \cdot \frac{2z}{8a^2v} : \frac{vz^2}{-a};$$

$$з) \frac{10a^2v^3}{21c^7} : \frac{22a^4v}{39d^3} \cdot \frac{7ac^6}{5vd^2} : \frac{13vd^2}{11a^2c^3};$$

111. Таксимро ичро кунед:

$$а) \frac{x^2 - 4x}{2m^2} : \frac{x}{8m};$$

$$б) \frac{a^2 - 4av}{3v} : (3a - 12v);$$

$$в) \frac{x^3}{y^2} : \frac{x^3}{xy - y^2};$$

$$г) (a^2 - 9v^2) : \frac{5a + 15v}{v};$$

$$д) \frac{3x^2 + x^3}{7a^2} : \frac{x + 3}{14a};$$

$$е) (a - 2v)^2 : \frac{a^3 - 4av^2}{5};$$

$$ж) \frac{xy}{x^2 - 3x} : \frac{3xy}{3 - x};$$

$$з) \frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} : (x^2 - 1).$$

112. Амалхоро ичро намоед:

$$а) \frac{x^2 - y^2}{x^3} : \frac{x - y}{3x^2};$$

$$б) \frac{x + 1}{y} : \frac{x^2 - 1}{4y^2};$$

$$в) \frac{2a^2 - 2v^2}{v^2 + vc} : \frac{4a - 4v}{v + c};$$

$$г) \frac{av^2}{a^2 - 1} : \frac{2v}{a - a^2};$$

$$д) \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 36} : \frac{x^2 - 16}{x - 6};$$

$$е) (5x - 1) : (25x^2 - 10x + 1).$$

113. Ба намуди каср ифода намоед:

$$а) \frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} : \frac{2a + 4}{a - 2};$$

$$б) \frac{x^3 - x^2y}{y^2} : \frac{x - y}{2y^3};$$

$$в) \frac{16p^2 - 1}{pq + 2q} : \frac{1 - 4p}{4p + 8};$$

$$г) \frac{vc + cx}{av - ax} : \frac{av + ax}{vc - cx};$$

$$д) \frac{x^2 - y^2}{x^2 - 1} : \frac{4y - 4x}{5x + 5}; \quad е) \frac{x + 3}{2x + 4} : \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 4};$$

$$ж) (x^2 - 16y^2) : (x^2 + 8xy + 16y^2); \quad з) (m^2 - n^2) : \frac{m - n}{mn}.$$

114. Қимати ифодаро ёбед:

$$а) \frac{x^2 - 81}{x + 1} : \frac{x^2 + 9x}{x^2 + 2x + 1}, \quad \text{агар } x=1,5 \text{ бошад};$$

$$б) (a - 5\epsilon) : \frac{a^2 - 25\epsilon^2}{a + \epsilon}, \quad \text{агар } a=1 \text{ ва } \epsilon=2 \text{ бошад}.$$

115. Амали тақсимиро ичро намуда, натиҷаро сода кунед:

$$а) \frac{x + y}{x^2 - y^2} : \frac{3x + 3y}{x^2 - 2xy + y^2}; \quad б) \frac{y^2 - x^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{xy - y^2}{x + y};$$

$$в) \frac{a^3 + \epsilon^3}{a^2 - \epsilon^2} : \frac{a^2 + a\epsilon}{\epsilon(a - \epsilon)}; \quad г) \frac{4x^2 - 25}{x^3 + 8} : \frac{2x + 5}{x^2 - 2x + 4};$$

$$д) \frac{m^2 + 6m + 9}{3xy^2} : \frac{am + 3a}{6x^2y}; \quad е) \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1} : \frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1};$$

$$ж) \frac{8 + y^3}{2x + 2} : \frac{y^2 - 2y + 4}{x^2 - 1}; \quad з) \frac{8a + a^2 + 16}{15x - 3} : \frac{16 - a^2}{25x^2 - 1}.$$

Машқҳо барои тақрор

116. x -ро аз муодила ёбед:

$$а) x \cdot 3a\epsilon = 12a^2\epsilon^3;$$

$$б) x \cdot 0,1ac = a^2c;$$

$$в) 37a^2\epsilon \cdot x = 111a^3\epsilon^3;$$

$$г) 0,15\epsilon y \cdot x = \frac{3}{2}\epsilon y^2.$$

117. Ифодаро сода намоед:

$$а) \frac{5}{5a + 2a^2} - \frac{2}{5 - 2a} - \frac{20}{4a^2 - 25};$$

$$б) \frac{5}{2a + 2} - \frac{1}{10a - 10} - \frac{24}{15 + 10a}.$$

118. Аз формулаҳои $a = \frac{e}{3c}$ ва $\frac{1}{a} + \frac{1}{e} = \frac{1}{c}$ тағйирёбандаи c -ро бо воситаи тағйирёбандаҳои a ва e ифода намоед.

119. Кадоми ин нуқтаҳо $A(-1;1)$, $B(-2;3)$, $C(3;2)$ ва $D\left(\frac{1}{2};4\right)$ ба графикаи функсияи $y=2x+3$ тааллуқ доранд?

120. Кампире ба бозор як сабад тухм меовард. Дар даромадгоҳи бозор дузде сабадро аз дасти кампир гирифта гурехт. Ҳангоми таъкиб дузд ба даст афтод, вале тухмҳо шикаста буданд. Ҳокими бозор хост, ки пули тухмхоро рӯёнида баргардонад ва аз кампир миқдори тухмхоро пурсид. Кампир гуфт, ки миқдори тухмҳои адади хурдтаринест, ки ба 7 бебақия тақсим шуда, ҳангоми онро ба 2, 3, 4, 5 ва 6 тақсим намудан бақия ба як баробар аст. Кампир чанд дона тухм ба бозор оварда буд?

121. Суръати чараёни дарё 3 км/соат аст. Суръати завраке, ки ба самти чараён шино мекунад, аз суръати вай нисбати муқобили чараён шино карданиш чӣ қадар зиёд аст?

9. ТАБДИЛДИҲИИ АЙНИЯТИИ ИФОДАҲОИ РАТСИОНАЛӢ

Айниятан тағйир додани ифодаро, мо табдилдиҳии айниятии он номида будем. Инчунин қайд карда, бо мисолҳо нишон дода будем, ки ихтисори касрҳо яке аз шаклҳои табдилдиҳӣ аст (ниғ. ба б.1 §1.4). Акнун нишон медиҳем, ки ҳар гуна ифодаи ратсионалиро дар намуди касри ратсионалӣ, яъне ҳамчун ҳосили тақсими ду ифодаи бутун тасвир кардан мумкин аст.

Дар ҳақиқат, чӣ тавре дидем, натиҷаи ҳамъ ё тарҳ, зарб ё тақсим ва ё ба дараҷа бардоштани касрҳо ҳамеша каср аст. Азбаски ифодаи ратсионалии мураккаб, аз ифодаҳои байни худ бо ин 5 амали арифметикӣ пайваस्तбуда иборат аст, пас натиҷаи ниҳоии иҷрои амалҳо аз рӯи қоидаҳои зарурӣ низ каср мебошад. Пай дар пай иҷро кардани ин амалҳо ва дар ҳолати зарурӣ ихтисори натиҷаи онҳо, табдилдиҳии айниятии ифодаи ратсионалӣ ном дорад.

Вале бояд қайд кард, ки ҳангоми табдилдиҳии айниятӣ соҳаи муайяни каср (натиҷа) тағйир ёфта метавонад. Масалан,

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$$

аст. Касри дар қисми чап буда, ҳангоми $x = -2$ будан маъно надорад. Қисми рост $x - 2$ барои ин қимат ба -4 баробар аст. Барои ҳамаи дигар қиматҳои тағйирёбанда ифодаҳои чапу рост баробаранд, яъне дар ёд $x \neq -2$ ҳисоб карда мешавад. Ин аст, ки ҳангоми табдилдиҳии ифодаҳо ба тағйирёбии соҳаи муайяни онҳо эътибор дода намешавад.

Мисоли 1. Ифодаи

$$x + 3 - \frac{1}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x}$$

-ро ба касри ратсионалӣ табдил медиҳем.

Барои ин аввал касрҳоро зарб карда, сонӣ аз бисёрҷузъии $x + 3$ натиҷаи ҳосилшударо тарҳ менамоем:

$$1) \frac{1}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)x} = \frac{x - 3}{x};$$

$$2) x + 3 - \frac{x - 3}{x} = \frac{x + 3}{1} - \frac{x - 3}{x} = \frac{x(x + 3) - (x - 3)}{x} \\ = \frac{x^2 + 3x - x + 3}{x} = \frac{x^2 + 2x + 3}{x}.$$

Мисоли 2. Ифодаи

$$\left(\frac{2av}{4a^2 - 9b^2} + \frac{b}{3b - 2a} \right) : \left(1 - \frac{2a - 3b}{2a + 3b} \right)$$

-ро ба касри ратсионалӣ табдил медиҳем.

Аввал касрҳои дар қавси якум бударо ҳамчун қавс карда, сонӣ тарҳи ифодаҳои дар қавси дуюм бударо иҷро менамоем. Дар охир ҳосили ҳамчун ба ҳосили тарҳ тақсим мекунем:

$$1) \frac{2av}{4a^2 - 9b^2} + \frac{b}{3b - 2a} = \frac{2av}{(2a - 3b)(2a + 3b)} - \frac{b}{2a - 3b} = \\ = \frac{2av - (2a + 3b)b}{(2a - 3b)(2a + 3b)} = \frac{2av - 2av - 3b^2}{(2a - 3b)(2a + 3b)} = -\frac{3b^2}{(2a - 3b)(2a + 3b)};$$

$$2) 1 - \frac{2a - 3v}{2a + 3v} = \frac{2a + 3v - (2a - 3v)}{2a + 3v} = \frac{2a + 3v - 2a + 3v}{2a + 3v} = \frac{6v}{2a + 3v};$$

$$3) -\frac{3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)} \cdot \frac{6v}{2a + 3v} = -\frac{3v^2 \cdot (2a + 3v)}{(2a - 3v)(2a + 3v) \cdot 6v} = -\frac{v}{2(2a - 3v)}.$$

Ҳангоми ҳисоби қимати ифода дар бисёр мавридҳо пешакӣ табдил додани он заҳматро кам мекунад.

М и с о л и 3. Қимати ифодаи

$$\left(\frac{a}{a - 2v} + \frac{v}{a + 2v} \right) \cdot \frac{a^3 + 8v^3}{a^3 + 3a^2v - 2av^2}$$

-ро ҳангоми $a=0,5$ ва $v=1$ будан ҳисоб мекунем.

Аввал ифодаро сода менамоем:

$$1) \frac{a}{a - 2v} + \frac{v}{a + 2v} = \frac{a(a + 2v) + v(a - 2v)}{(a - 2v)(a + 2v)} =$$

$$= \frac{a^2 + 2av + av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} = \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)};$$

$$2) \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} \cdot \frac{a^3 + 8v^3}{a^3 + 3a^2v - 2av^2} =$$

$$= \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} \cdot \frac{a^3 + (2v)^3}{a(a^2 + 3av - 2v^2)} =$$

$$= \frac{(a + 2v)(a^2 - 2av + 4v^2)}{a(a - 2v)(a + 2v)} = \frac{a^2 - 2av + 4v^2}{a(a - 2v)}.$$

Дар ин натиҷаи ниҳой $a=0,5$ ва $v=1$ гузошта меёбем:

$$\frac{a^2 - 2av + 4v^2}{a(a - 2v)} = \frac{0,5^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2}{0,5(0,5 - 2 \cdot 1)} = \frac{0,25 - 1 + 4}{0,5 \cdot (-1,5)} =$$

$$= \frac{3,25}{-0,75} = -4\frac{1}{3}.$$

Мисоли 4. Касри

$$\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}}$$

-ро ба намуди касри ратсионалӣ менависем.

Ин табдилдиҳиро бо тарзҳои гуногун иҷро кардан мумкин аст. Масалан, сурат ва махраҷро дар алоҳидагӣ ба касри ратсионалӣ оварда, баъд натиҷаи ҷамъро ба натиҷаи тарҳ тақсим кардан мумкин аст. Вале агар хосияти асосии касрро истифода барему сурат ва махраҷро ба $x^2-x=x(x-1)$ зарб намоем, пас ҳисоб содатар мешавад:

$$\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\left(\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}\right) \cdot (x^2-x)}{\left(\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}\right) \cdot (x^2-x)} = \frac{x+4-x}{2x-(x+2)} = \frac{4}{x-2}$$

?

1. Чаро ҳар гуна ифодаи ратсионалиро дар намуди каср навиштан мумкин аст? 2. Оё табдилдиҳии айнияти соҳаи муайяни ифодаро тағйир медиҳад? Чавобро бо мисолҳо шарҳ диҳед. 3. Барои чӣ барои ёфтани қимати ифода баъзан сода кардани он муфид аст?

122. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{x}{3} - \frac{x}{15} - \frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1}$;

в) $\frac{4}{a^2-1} + \frac{2}{a+1}$;

г) $\frac{3}{y^2-1} - \frac{2}{(y-1)^2}$.

123. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\left(\frac{5}{y} - 4y^2\right) : \left(4y - \frac{5}{y^2}\right)$;

б) $\frac{ae+e^2}{5} : \frac{e^3}{5a} - \frac{a+e}{e}$;

$$в) \left(\frac{a}{b^2} + \frac{a^2}{b^3} \right) : \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{b}{a} \right);$$

$$г) \frac{3}{2a+2b} + \frac{a}{ac+bc} - \frac{c}{8a}.$$

124. Ифодаро сода намоед:

$$а) \left(\frac{x}{x+2} + 1 \right) \cdot \frac{2+x}{3x+1};$$

$$б) \left(\frac{3a}{a+1} - a \right) : \frac{2-a}{(a+1)^2};$$

$$в) \frac{x^2 - y^2}{y^3} \cdot \left(1 - \frac{x-y}{x+y} \right);$$

$$г) \frac{x-1}{x-2} \cdot \left(x + \frac{x}{1-x} \right).$$

125. Амалҳоро иҷро намоед:

$$а) \frac{c^2}{c^2+ab} \cdot \left(\frac{a+c}{a} - \frac{c-b}{c} \right);$$

$$б) \frac{x^2}{x^2-ay} \cdot \left(\frac{y-x}{x} + \frac{a-x}{a} \right);$$

$$в) \left(\frac{b}{a+b} - \frac{a}{a-b} \right) : \frac{a^2+b^2}{ab+b^2};$$

$$г) \frac{a^2+b^2}{a+b} : \left(\frac{2a}{a+b} + \frac{b-a}{a} \right).$$

126. Ифодаро сода кунед:

$$а) \left(\frac{a}{a-3} + \frac{10}{a-3} + \frac{25}{a^2-3a} \right) : \left(\frac{5}{a^2} + \frac{2}{a} + \frac{1}{5} \right);$$

$$б) \left(\frac{1}{xy+y^2} - \frac{6}{x^2+xy} + \frac{9y}{x^3+x^2y} \right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{6}{y} + \frac{9}{x} \right);$$

$$в) \left(\frac{x-2}{3x+6} + \frac{1}{x^2-4} + \frac{x-6}{6-3x} \right) : \frac{38}{9x^2-36};$$

$$г) \left(\frac{x-y}{2x+2y} + \frac{y^2}{x^2-y^2} + \frac{x-3y}{2y-2x} \right) \cdot \frac{3x^2-3y^2}{2y}.$$

127. Амалҳоро иҷро кунед:

$$а) \left(\frac{x^2}{5-x} + \frac{x^2}{5+x} \right) \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{2x-5}{2x^2} \right); \quad б) \left(\frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a^3-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} - a \right);$$

$$в) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{y} + 1 + \frac{y}{x} \right); \quad г) \left(1 + \frac{a}{a} + \frac{a^2}{a^2} \right) : \left(1 - \frac{a}{a} + \frac{a^2}{a^2} \right).$$

128. Ифодаро сода кунед:

$$а) \left(\frac{3+x}{3-x} - \frac{x-3}{x+3} \right) : \left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{3-x}{3+x} \right);$$

$$б) \left(\frac{a^2+25}{a} - 5 \right) \cdot \frac{25-a^2}{a^3+125} : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{5} \right);$$

$$в) \left(\frac{a}{a+2} + a + 2 \right) : \left(\frac{1}{2+a} - a - 2 \right);$$

$$г) \left(\frac{a}{a+a} + \frac{a}{a} \right) : \left(\frac{a^2}{a+a} + a \right).$$

129. Сода кунед:

$$а) \left(\frac{xy}{x^2-y^2} + \frac{y}{y-x} \right) : \left(x-y + \frac{4y^2-x^2}{x+y} \right);$$

$$б) \frac{4}{y-4} + \frac{8-y}{y^3-64} : \frac{y-8}{16y+4y^2+y^3};$$

$$в) \left(\frac{x}{x+1} - 1 \right) \cdot \frac{1-x^2}{y-y^2} \cdot \frac{1-y^2}{1-x};$$

$$г) \left(1 - \frac{9x^2+4}{12x} \right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2} \right) + 1.$$

130. Амалҳоро иҷро кунед:

$$а) (a^2+2a+1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} \right);$$

$$б) (x^2-9) \cdot \left(\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-3} \right) + 12;$$

$$в) \left(\frac{y-1}{y^2+y+1} - \frac{1}{y-1} \right) \cdot \left(\frac{2+y}{y} + 2y+1 \right);$$

$$г) \frac{4a-2b}{3ab} : \left(\frac{8ab}{12a^2-3b^2} + \frac{2a-b}{2a+b} - \frac{2a+b}{6a-3b} \right).$$

131. Ифодаро сода кунед:

$$а) \left[\left(1 - \frac{2}{1-3a} \right) \left(1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1} \right) \right] : [2(1-9a^2)];$$

$$б) \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y \right);$$

$$в) \left(x - \frac{x+y}{x-y} + y \right) : \left(1 - \frac{x+y}{x^2-y^2} \right);$$

$$г) \frac{a^2 - b^2}{a-b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}.$$

132. Амалҳоро иҷро кунед:

$$а) \left(\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2-p^2} - \frac{2}{p+2q} \right) : \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1 \right);$$

$$б) \frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left(x + \frac{3x-6}{x-2} \right);$$

$$в) \left(\frac{xy+y^2}{5x^2-5xy} + xy + y^2 \right) \cdot \frac{5x}{x+y} - \frac{y}{x-y};$$

$$г) \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right).$$

133. Ифодаро сода намоед:

$$а) \frac{a^2-1}{n^2+an} \cdot \frac{a-an^3-n^4+n}{1-a^2}; \quad б) \frac{x-1}{y+10x} : \frac{2x^3-2x}{100x^2-y^2};$$

$$в) \frac{30x^2 - 26xy}{9x^2 + 6xy + y^2} \cdot \frac{y + 3x}{x}; \quad г) \frac{(x + y)^2 - 4xy}{2x} \cdot \frac{x^2 + xy}{6xy} \cdot \frac{3x}{x^2 - y^2}.$$

134. Ифодаро сода кунед:

$$а) \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left(\frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{x^2 + 2xy + y^2} \right);$$

$$б) \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2 + n^2 + 2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2 - n^2} \right);$$

$$в) \left(\frac{y^2 - 4y}{y^2 - 8y + 16} - \frac{3y + 12}{y^2 - 16} \right) \cdot \left(1 - \frac{4}{y} \right);$$

$$г) \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right).$$

135. Айниятро исбот кунед:

$$а) \frac{2x-y}{xy} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) = \frac{1}{y};$$

$$б) \left(\frac{a-\epsilon}{a^2+av} - \frac{a}{\epsilon^2+av} \right) : \left(\frac{\epsilon^2}{a^3-a\epsilon^2} + \frac{1}{a+\epsilon} \right) = \frac{\epsilon-a}{a};$$

$$в) \frac{1}{\epsilon^2} - \frac{1}{av} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{av(a+\epsilon)} \left(\frac{a^2}{\epsilon} + \frac{\epsilon^2}{a} \right);$$

$$г) \frac{2}{8+x^3} - \frac{1}{4-x^2} = \frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2}{x^3+8};$$

$$д) \frac{1,4x^2 - xy}{0,49x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{7x+5y};$$

$$е) \frac{3,5x + 4,5y}{0,49x^2 - 0,81y^2} = \frac{50}{7x-9y}.$$

136. Исбот кунед, ки барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо қимати ифода аз қимати тағйирёбандаҳои дар он дохилбуда вобаста нест. Ин қиматро ёбед:

$$\text{а) } \left(\frac{3-a}{2+a}-1\right) \cdot \left(\frac{a-1+a^2}{2-2a-1}\right); \quad \text{б) } \left(3-\frac{9+4x}{3+2x}\right) \cdot \left(\frac{1}{2x}+\frac{2}{3-2x}\right) \cdot (3-2x);$$

$$\text{в) } \frac{y^2}{x^2+xy+y^2} + \frac{x}{x-y} - \frac{xy(x+2y)}{x^3-y^3}; \quad \text{г) } \left(\frac{a+v}{5a}-a-v\right) \cdot \frac{a+v}{7} - \frac{7}{5a}.$$

137. Ба намуди бисёраъзогии ё касри раціоналий ифода намоед:

$$\text{а) } \left(x + \frac{1}{2x}\right)^2;$$

$$\text{б) } \left(\frac{a-v}{v} - \frac{v}{a}\right)^2;$$

$$\text{в) } \left(\frac{x}{y}+1\right)^2 + \left(1-\frac{x}{y}\right)^2;$$

$$\text{г) } \left(\frac{a}{v} + \frac{v}{a}\right)^2 - \left(\frac{a-v}{v} - \frac{v}{a}\right)^2;$$

$$\text{д) } a^2 \cdot \left(\frac{a+v}{a}-1\right)^2 + v^2 \cdot \left(\frac{a-v}{v}+1\right)^2; \quad \text{е) } \frac{a^3-v^3}{a^2-v^2} : \frac{1}{a+v} - av.$$

138. Касро дар намуди нисбати ду бисёраъзогии нависед:

$$\text{а) } \frac{\frac{1-x}{3-y}}{\frac{1}{6} + \frac{x}{y}};$$

$$\text{б) } \frac{2 + \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{1}{x+2}};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{x-y}{1} - \frac{x}{1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}};$$

$$\text{г) } \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}};$$

$$\text{д) } \frac{\frac{1}{2} + \frac{4-x}{x^2-x}}{x-1 - \frac{x^2-x}{x+2}};$$

$$\text{е) } \frac{\frac{a-v}{a} - \frac{v}{a}}{\frac{v}{a} - \frac{a}{a}};$$

$$\text{ж) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{v} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{av} + \frac{1}{vc} + \frac{1}{ac}};$$

$$\text{з) } 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}};$$

139. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{0,3x-y}{0,009x^2-y^2} \quad \text{ҳангоми } a = \frac{2}{3} \quad \text{ва } v = -\frac{4}{5} \quad \text{будан};$$

б) $\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}$ ҳангоми $x = \frac{1}{4}$ ва $y = \frac{1}{3}$ будан;

в) $\left(\frac{3}{2x-2y} + \frac{y}{ay-ax}\right) : \frac{4xy-6ax}{3xy-3y^2}$ ҳангоми $x = \frac{1}{a}$ ва $y = \frac{1}{3}$ будан;

г) $\left(a + v - \frac{4av}{a+v}\right) : \left(\frac{v}{a-v} + \frac{3av-a^2}{v^2-a^2}\right)$ ҳангоми $a = -1,5$ ва $v = -3$ будан;

д) $\frac{x^2-144}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{x+12} : \frac{x-12}{2x^2-6x}$ ҳангоми $x = 525$ будан.

140. Маълум, ки $x - \frac{2}{x} = 8$ аст. Қимати ифодаи $x^2 + \frac{4}{x^2}$ -ро ёбед.

141*. Агар $x - \frac{1}{x} = 4$ бошад, он гоҳ:

а) $x^2 + \frac{1}{x^2}$;

б) $x^3 - \frac{1}{x^3}$;

в) $x^4 + \frac{1}{x^4}$

ба чанд баробар аст?

142*. а) Агар $a + \frac{1}{v} = 4$ ва $v + \frac{1}{a} = 12$ бошад, он гоҳ $\frac{a}{v}$ чанд аст?

б) Маълум, ки $\frac{a}{v} = 4$ ва $a + \frac{1}{v} = 6$ мебошад. Қимати ифодаи

$a^3 + \frac{1}{v^3}$ чанд аст?

Машқҳо барои такрор

143. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графики функсияи

$y = \frac{1}{4}x - 8$ -ро бо тири абсисса ox ва тири ордината oy ёбед.

144. Решаи муодиларо ёбед:

а) $x : \left(-\frac{96}{101}\right) = \frac{1}{2\frac{5}{48}}$;

б) $\left(4\frac{1}{3} - 3x\right) : 1\frac{2}{9} = 6$;

в) $(4,21 - 6,36) \cdot \frac{3x}{2} = 2 \frac{3}{20}$; г) $\frac{101}{200}x : (3,012 + 2,038) = -0,4$.

145. Дар анбори якум 120 т ва дар анбори дуюм 85 т гандум ҳаст. Баъди он ки аз анбори якум назар ба анбори дуюм 2 маротиба зиёдтар гандум ба осиеб бурдаанд, дар анбори якум назар ба анбори дуюм 3 маротиба камтар гандум боқӣ монд. Аз анбори якум чанд тонна гандум ба осиеб бурдаанд?

146. Системаи муодилаҳоро ҳал намоед:

а) $\begin{cases} 6x - 3y = 4, \\ y = 2x - 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} a + 2b = 5, \\ 5a = 7 - 2b. \end{cases}$

147. Заврақи мотордор, ки суръаташ дар оби ором 15 км/соат аст, аз бандар ба муқобили ҷараёни дарё ба шинокунӣ сар кард. Баъди 1 соату 15 дақиқаи шинокунӣ мотори заврақ аз қор баромад ва онро пас аз 5 соат ҷараёни дарё ба бандар баргардонд. Суръати ҷараёни дарёро ёбед.

148. Дар қуттӣ тазарв ва харгӯшҳо ҳастанд. Ҳамаи ҳайвонҳо 35 сар ва 94 пой доранд. Дар қуттӣ чандто тазарв ва чандто харгӯш ҳаст?

10. ФУНКСИЯИ $y = \frac{k}{x}$. ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН

Т а ъ р и ф. Бузургҳои тағйирёбанда x ва y мутаносибан чаппа номида мешаванд, агар ҳосили зарби қиматҳои мувофиқи онҳо ба адади доимии ғайринул баробар бошад.

Агар ин адади домиро бо k ишорат намоем, он гоҳ мутаносибии чаппа бо формулаи $xy = k$ ё $y = \frac{k}{x}$ ифода карда

мешавад. Ин формула (вобастагӣ) нишон медиҳад, ки ҳангоми якчанд маротиба зиёд шудани қимати x , қимати мувофиқи y ҳамон қадар маротиба кам мешавад. Масалан, агар x 2 маротиба афзояд, y 2 маротиба кам мешавад, агар x 3 маротиба кам шавад, y 3 маротиба меафзояд ва ҳоказо.

М и с о л и 1. Бигузур дарозӣ ва бари росткунҷаҳое, ки масоҳаташон 20 см^2 мебошад, мувофиқан x см ва y см аст.

Вобастагии y аз x бо формулаи $y = \frac{20}{x}$ ифода меёбад.

М и с о л и 2. Масофаи 2 шахр 90 км аст. Вобастагии вақти барои тай кардани ин масофа сарф мешудагӣ t аз суръати ҳаракат v бо формулаи $t = \frac{90}{v}$ ифода мешавад. Дар ин ҷо бузургиҳои t ва v бо ҳам мутаносиби чаппаанд.

Фаҳмоист, ки ҳангоми зарурӣ миқдори ин гуна мисолҳоро зиёд кардан мумкин аст.

Ҳангоми муоина кардани функсияи $y = \frac{k}{x}$, ки дар он x тағйирёбандаи новобаста буда, адади k нобаробари нул аст, дар назар дошта мешавад, ки тағйирёбандаи x ҳам қимати мусбат ва ҳам қимати манфӣ қабул мекунад. Барои чунин қиматҳои x ҳам, яъне барои ҳар гуна қимати x аз тири ададӣ, ки нул нест, ин функсия ҳам мутаносиби чаппа ном дорад.

Мо дар мисоли функсияи $y = \frac{2}{x}$ хосиятҳо ва графики мутаносиби чаппаро дида мебароем.

1) Соҳаи муайянии функсия ҳамаи ададҳои аз нул фарқкунанда мебошад. Ин аз он бармеояд, ки ифодаи $\frac{2}{x}$ ҳангоми $x=0$ будан, маъно надорад (ба нул тақсим кардан мумкин нест!).

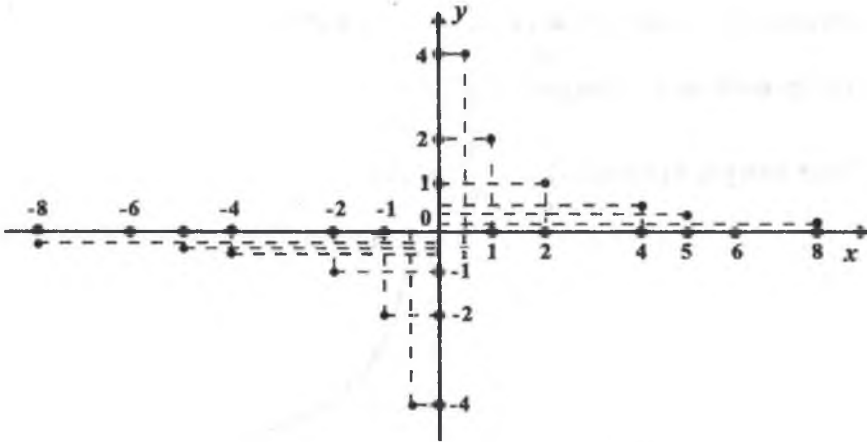
Яъне, дар график нуқтаи абсиссааш 0 вучуд надорад, ё ки график тири ордината oy -ро намебурад. Инчунин барои ягон қимати x қимати y ба нул баробар нест. Пас графики функсия тири абсисса ox -ро низ намебурад.

2) Чадвали қиматҳои y -ро, ки ба баъзе қиматҳои мусбат ва ба қиматҳои ба онҳо муқобили манфии x мувофиқанд, месозем:

x	1	2	4	5	8	10	20
y	2	1	0,5	0,4	0,25	0,2	0,1

x	-1	-2	-4	-5	-8	-10	-20
y	-2	-1	-0,5	-0,4	-0,25	-0,2	-0,1

Дар ҳамвори координатавӣ 5-то нуқтаи аввали координатаҳояшон дар чадвалҳо бударо месозем (расми 1). Аз чадвалҳо дида мешавад,



Расми 1.

ки ба қиматҳои мусбати x қиматҳои мусбати y мувофиқ омада, ҳангоми аломати манфӣ доштани x бузургии y низ аломати худро ба муқобил иваз менамояд, яъне $y(-x) = -y(x)$ аст.

3) Қимати мусбати x чӣ қадаре калон бошад, қимати мувофиқи y ҳамон қадар хурд аст. Масалан, агар $x=10$ бошад, $y=0,2$; агар $x=100$ бошад, $y=0,02$; агар $x=10000$ бошад, $y=0,0002$. Яъне, ҳангоми мусбат будан ва афзудани x бузургии y кам мешавад ё ки чӣ тавре мегӯянд, функсия камшаванда аст. Ҳангоми ба нул наздик шудани x қимати y меафзояд. Масалан, агар $x=0,01$ бошад, $y=200$; агар $x=0,0001$ бошад, $y=20000$ аст.

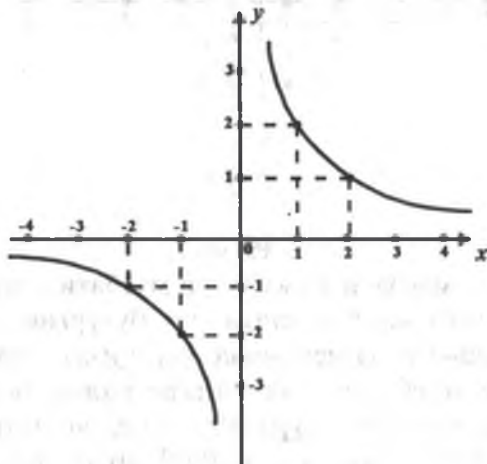
Зоҳиран фаҳмост, ки ҳангоми манфӣ будан ва афзудани x функсия низ камшаванда аст.

Графики функсияи $y = \frac{2}{x}$, ки дар расми 2 оварда шудааст, аз ду шоха иборат аст. Яке аз шохаҳо дар чоряки якуми координатавӣ (барои қиматҳои мусбати x), дигарӣ дар чоряки сеюми координатавӣ (барои қиматҳои манфии x) ҷойгир аст.

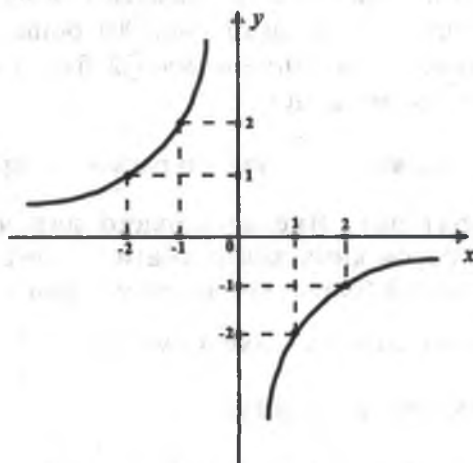
Графики функсияи дилхоҳи намуди $y = \frac{k}{x}$ ҳангоми $k > 0$ будан, айнан чунин намуд дорад.

Дар расми 3 графики функсияи $y = -\frac{2}{x}$ оварда шудааст. Он низ аз ду шоха иборат аст. Яке аз шохаҳои он дар чоряки дууми

координатавй, шохай дигараш дар чоряки чоруми координатавй
 чойгир мебошад. Графики функсияи $y = -\frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ будан,
 айнан намуди графики $y = -\frac{2}{x}$ -ро дорад.



Расми 2.



Расми 3.

Хати каче, ки графики мутаносибии чаппа аст, **гипербола** ном дорад. Гипербола аз ду шоха иборат аст.

?

1. Чӣ гуна вобастагиро мутаносибии чаппа меноманд? Мисолҳо оред. 2. Формулаи функсияи мутаносибии чаппаро навишта, хосиятҳои онро номбар кунед. 3. Чаро графики ин функсия тирҳои $0x$ ва $0y$ -ро намебурад? 4. Камшаванда будани функсияро бо мисол шарҳ диҳед. 5. Графики функсияи $y = \frac{k}{x}$ ҳангоми $k > 0$ ва $k < 0$ будан, дар кадом қоряқҳои координатавӣ ҷойгир аст? 6. Кадом хати қач гипербола ном дорад?

149. Функсия бо формулаи $y = \frac{4}{x}$ дода шудааст. Ҷадвалро пур кунед:

x	-4		-0,2	2	4		20
y		-2				0,4	

150. Мутаносибии чаппа бо формулаи $y = \frac{100}{x}$ дода шудааст.

Ҷадвалро пур намоед:

x	-800	-400		20	160		400	800
y			-0,2			0,5		

151. Суръати қатора v км/соат буда, масофаи 500 км-ро дар t соат тай менамояд. Формулаеро нависед, ки он вобастагии: а) v -ро аз t ; б) t -ро аз v ифода менамояд.

152. Мутаносибии чаппа бо формулаи $y = \frac{5}{x}$ дода шудааст.

Қиматҳои функсияро ҳангоми ба: 0,02; 0,1; 200; 500 баробар будани аргумент ёбед. Оё нуқтаи: А(-0,1; -50); В(40; 0,12); С(100; 0,05); Д(1000; 0,002) ба графики функсияи мазкур тааллуқ дорад?

153. Маълум, ки функция мутаносибии чапша аст ва ба қимати ба 4 баробари аргумент қимати ба 10 баробари функция мувофиқ меояд. Ин функцияро бо формула ифода намоед.

154. Графики функцияи $y = \frac{4}{x}$ -ро созед ва аз график:

а) қимати y -ро, ки он ба қимати 1; 4; -1; -4; -5; -10 баробари x мувофиқ аст;

б) қимати x -ро, ки он ба қимати -8; -2; 4; 8 баробари y мувофиқ аст, ёбед.

155. Графики функцияи бо формулаи:

а) $y = \frac{1}{x}$; б) $y = -\frac{1}{x}$; в) $y = \frac{8}{x}$; г) $y = -\frac{8}{x}$

додашударо созед.

156. Мутаносибии чапшаро бо формула ифода намоед, агар маълум бошад, ки графики он аз нуқтаи: а) А(4; 0,125);

б) В $(\frac{1}{6}; 1\frac{2}{5})$; в) С(-10; -0,4) мегузарад.

157. Массайи m , зичӣ ρ ва ҳаҷми он v вобастагии $\rho \cdot v = m$ -ро қонеъ менамоянд. Вобастагии зичиро ҳангоми 3 воҳид будани масса аз v бо формула ифода намоед.

158. Графики функцияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y = \frac{2}{x}$ -ро дар як системаи координатавӣ кашед ва онҳоро муқоиса намоед.

Машқҳо барои такрор

159. Графики функцияи $y=kx$ чӣ аст? График ҳангоми $k>0$ будан дар кадом чорякҳо ҷойгир аст? Ҳангоми $k<0$ будан чӣ?

160. Як адад 140%-и адади дигарро ташкил медиҳад. Ин ададҳоро ёбед, агар фарқи онҳо ба 37 баробар бошад.

161. Магар қимати каср аз қимати тағйирёбанда вобаста аст:

а) $\frac{2(a-\sigma)^2}{(5\sigma-5a)^2}$; б) $\frac{(2x-4y)^2}{7(2y-x)^2}$?

162. Як села зогонро зоге дида гуфт: «Салом ба селай садӣ». Роҳбалади зогон ҷавоб гардонд: «Салом! Вале мо садто нестем. Агар ба дучандаи моён нисфамон, сонӣ боз нисфи нисфамонро чамъ намуда, худат ҳам ҳамроҳ шавӣ, баъд садто мешавем». Селай зогон чандто буд?

163. Аз формулаи $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

а) x -ро бо воситаи y ва z ; б) z -ро бо воситаи x ва y ифода кунед.

Маълумоти таърихӣ

Чӣ будан ва тарзи истифодаи касрҳои содатаринро одамон аз қадим медонистанд. Масалан, бобулиёни қадим касрҳои

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ -ро ба таври махсус ишорат карда васеъ истифода

мекарданд. Дар Мисри қадим касрҳои воҳидӣ, яъне касрҳои

намуди $\frac{1}{n}$ -ро, ки дар ин ҷо n адади бутун аст, истифода

менауманд. Ҳар гуна касри дурустро, ки аслан натиҷаи ченкунӣ буд, ҳамчун суммаи касрҳои воҳидӣ тасвир мекарданд:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}; \quad \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

ва ҳоказо. Масалан, ҳангоми ҳалли

масъалаи «3 нонро байни чор нафар одам баробар тақсим кунед», тарзи мазкур талаб мекард, ки дорои 4 нони нимтой ва 4 нони чорякӣ бошанд, яъне ба нимтой 2 нон ва ба чорякӣ 1 нонро тақсим кунанду баъд ҳиссаҳоро байни одамон тақсим намоянд.

Дар як вақт бо касрҳои воҳидӣ касрҳои мурағаб (касрҳои, ки сураташон адади дилхоҳ ва махраҷашон дараҷаи адади маълум (масалан, даҳ, дувоздаҳ, шаст ва ҳоказо мебошанд) ба истифода дар илм ва фаъолияти одамон маълум гаштанд. Касрҳои шастиро то асри XVII истифода менамуданд. Воҳидҳои вақтро то ҳол дар системаи шастӣ ифода менамоянд:

$$1 \text{ дақиқа} = \frac{1}{60} \text{ соат}, \quad 1 \text{ сония} = \frac{1}{60^2} \text{ соат мебошад.}$$

Мисоли дигари касрҳои мурағаб касрҳои даҳӣ мебошанд, ки аз сабаби сода будани амалҳо бо онҳо касрҳои шастиро дар охири асри XVII қариб ҷой иваз карданд.

Маълумотҳои аввалинро доир ба касрҳои намудашон умумӣ, ки сурату маҳраҷашон ададҳои натуралии дилхоҳанд, дар баъзе асарҳои олими Юнони қадим Архимед (солҳои 287-212 пеш аз милод) дарёфт кардан мумкин аст. Юнониҳои қадим ҳамаи амалҳои арифметикиро бо касрҳои одӣ хуб медонистанд. Вале тарзи ҳозираи бо ёрии ҳатча навиштани касрҳо вучуд надошт. Ин тарзи навишти касрро математики италийӣ Леонардо Фибоначчи (1180-1250) дар асари худ «Китоби абак», ки соли 1202 нашр шудааст, дохил намудааст. То ҳамин муддат касрро шифоҳӣ ифода менамуданд ё аз навиштаҷоти махсус, ба монанди аз тарафи рости маҳраҷ гузоштани ҳатча (рах) истифода мебуданд.

Вале ба ҳамаи ин нигоҳ накарда, муддати дуру дароз касрҳоро ба маънои том адад ҳисоб намекарданд, онҳоро баъзан ададҳои шикаста, яъне ноқурра меномиданд. Танҳо баъди дар соли 1707 ҷоп шудани китоби олими англис Исаак Нютон (1643-1727) «Арифметикаи умумӣ» касрҳо ҳамчун ададҳои ба ададҳои натурали баробарҳуқуқ шинохта шуданд. Бори аввал дар илм мафҳуми каср васеъ карда шуда, он ҳамчун ҳосили тақсими як ифода бар ифодаи дигар ҳисоб карда мешавад. Нютон менависад: «Навиштаҷоти тағ ба тағи ду бузургӣ, ки байнашон ҳатча дорад, ҳосили тақсим ё бузургист, ки он тақсими бузургии болоӣ ба бузургии поёнӣ ҳосилшударо ифода менамояд. Чунончи, $\frac{6}{2}$ бузургиеро ифода менамояд, ки аз он тақсими 6 ба 2 ҳосил мешавад. $\frac{5}{8}$ бошад, бузургии аз тақсими 5 ба 8 ҳосилшавандаро нишон медиҳад, яъне панҷ ҳаштҷиро.

Мисли ҳамин, $\frac{a}{b}$ бузургист, ки ҳангоми a -ро ба b тақсим кардан ҳосил шудааст. Айнан ҳамин тавр $\frac{av - bv}{a + x}$ бузургиеро ифода мекунад, ки он аз тақсими $av - bv$ ба $a + x$ ҳосил мешавад ва ҳоказо. Ин гуна бузургиҳо касрҳо ном доранд».

Баъд Нютон таъкид мекунад, ки агар навишти адади бутун дар пеши касри арифметикӣ маънои чамъи онҳоро дошта бошад, навишти адади бутун дар пеши касри алгебравӣ маънои зарби онҳоро дорад. Масалан,

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}, \quad \text{вале } 3\frac{a}{b} = 3 + \frac{a}{b}.$$

Дар асар доир ба гуногунии касри алгебравӣ ва қиматҳои он низ сухан меравад: «Вобаста ба ин ё он қиматҳои ҳарфҳои ифодаи алгебравиро ташкилдиданда, қимати ададии касри алгебравӣ адади касрӣ ё адади бутун шуда метавонад. Масалан,

қимати ададии касри $\frac{a}{b}$ ҳангоми $a=3, b=5$ будан $\frac{3}{5}$ аст, ҳангоми $a=8, b=2$ будан, 4 мебошад».

Чунин фаҳмиши мафҳуми касри алгебравиро математикҳои тамоми дунё зуд эътироф намуданд ва чӣ тавре дидем, то ҳол аз сабаби бенуқсон буданаш, бетағйир мондааст.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ I

Ба параграфи 1.

164. Ифодаро ба бисёрраъзогӣ табдил диҳед:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| а) $2x^2(x^2-2x+4)$; | б) $-0,5y^2(y^2-4y+1)$; |
| в) $(x^2-3x+5)(2x+1)$; | г) $(3a-5)(b^2-4b-2)$; |
| д) $(2x^2-x-1)(3x^2+4x-1)$; | е) $(a^2+7a+3)(a^2-4a+2)$; |
| ж) $(x^2+1)^2$; | з) $(a-b)^3+3a^2b-3ab^2$; |
| | и) $(2x-3)(1-x)$. |

165. Ба зарбкунандаҳо чудо кунед:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------|
| а) $-a^2-a^2b$; | б) y^2x-yx^2+yx ; |
| в) $q^3p-q^2p^2-qp^3$; | г) $4x^2-9$; |
| д) $4x^2-12xy+9y^2$; | е) x^4-16 ; |
| ж) $a^2+2ab+b^2-c^2-4cd-4d^2$; | з) a^6-1 ; |
| и) x^8-1 ; | к) $49x^2-(5x+y)^2$; |

л) $(x+2)^3-(x-2)^3$;

м) $\frac{1}{4} + x + x^2$;

н) $\frac{25}{64}c^2 - \frac{4}{9}$;

о) $(3x^2-4)-8(3x^2-4)-7$.

166. Айниятро исбот намоед:

а) $a^3 - 5a + 2 = (a-2)(a^2 - 2a - 1)$;

б) $e^3 - 2e - 1 = (e+1)(e^2 - e - 1)$.

167. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно надорад:

а) $\frac{2x-1}{2-x}$;

б) $\frac{10}{x-4}$;

в) $\frac{5x}{x^2-5x}$;

г) $\frac{3}{x^2-9}$;

д) $\frac{5}{|y|-2}$;

е) $\frac{3x-1}{3x+1}$?

168. Қасре тартиб диҳед, ки он дорои тағйирёбандаи x буда, барои ҳамаи қиматҳои x , ба ғайр аз:

а) $x=1$; б) $x=0$ ва $x=2$; в) $x=-4$ ва $x=4$ маъно дорад.

169. Қасре тартиб диҳед, ки он дар махраҷ дорои тағйирёбанда буда, барои ҳамаи қиматҳои x маъно дорад.

170. Соҳаи муайянии функсияро нишон диҳед:

а) $y = \frac{2}{x+4}$; б) $y = \frac{2x}{x+3}$; в) $\frac{4x-1}{x^2-4}$; г) $y = \frac{2}{x^2+5}$.

171. Соҳаи муайянии қасрро ёбед:

а) $\frac{2}{x+1}$; б) $\frac{3x+1}{2x-8}$; в) $\frac{3x+4}{x^2-7x}$; г) $\frac{3x+1}{x^2-16}$.

172*. Қасрро ихтисор кунед:

а) $\frac{(-a)^3}{a^2}$; б) $\frac{3xy}{0,3yz}$; в) $\frac{0,7n^2}{2,1n^4}$;

г) $\frac{18av^2c}{60avc}$; д) $\frac{0,8x^2y^2z}{0,4xy^3z^2}$; е) $\frac{64x^3y^5}{224x^5y^2}$;

ж) $\frac{e^2 - a^2}{(a - e)^2}$; з) $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$; и) $\frac{2x - 2y}{x^2 - xy}$;

к) $\frac{xy}{x^2y - y^2x}$; л) $\frac{4a^2e - 25e^3}{2a^2 - 5av}$; м) $\frac{6x^2 - 2xy}{21xy - 7y^2}$;

н) $\frac{8y^3 - 1}{y - 4y^3}$; о) $\frac{a^2 + 5a + 25}{2a^4 - 250a}$; п) $\frac{p^4 - q^4}{p^3 + q^3}$;

$$\text{p)} \frac{8a^3 - \epsilon^3}{4a^2 + 2a\epsilon + \epsilon^2}; \quad \text{c)} \frac{1 - 3y + 3y^2 - y^3}{z - zy + x - xy}; \quad \text{r)} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - 2x^2 + 1};$$

$$\text{y)} \frac{x^{12} - x^6 + 1}{x^{18} + 1}; \quad \text{ф)} \frac{a^{36} - a^3}{a^{26} + a^{15} + a^4}; \quad \text{x)} \frac{8a^5 - 8a^3}{8a^5 + 16a^4 + 8a^3}.$$

173. Исбот кунед, ки агар дар касри $\frac{x-2y}{3x+5y}$ тағйирёбандаи x

ва y -ро мувофиқан ба kx ва ky , ки дар ин чо $k \neq 0$ аст, иваз намоём, он гоҳ касри ба касри аввала айниятан баробар ҳосил мешавад.

174*. Ҳисоб накарда нишон диҳед, ки қиматҳои касри $\frac{4x-3y}{x+2y}$ ҳангоми $x = \frac{1}{11}$, $y = \frac{3}{11}$ будан ва ҳангоми $x=1$, $y=3$ будан яхела аст.

175. Маълум, ки $a+\epsilon=4$ аст. Қимати касро ёбед:

$$\text{a)} \frac{16}{(a+\epsilon)^3}; \quad \text{б)} \frac{a^3 + \epsilon^3}{a^2 - a\epsilon + \epsilon^2}.$$

Ба параграфи 2.

176. Амалҳои ҳам ва тархро иҷро намоед:

$$\text{a)} \frac{x^2 - 3x}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}; \quad \text{б)} \frac{3a-2}{a-1} + \frac{a}{1-a}; \quad \text{в)} \frac{x^2}{x+y} - \frac{1-2x}{x+y};$$

$$\text{г)} \frac{a^2 - 2a}{a^2 - \epsilon^2} - \frac{2\epsilon - \epsilon^2}{\epsilon^2 - a^2}; \quad \text{д)} \frac{y}{x-y} + \frac{y}{y-x}; \quad \text{е)} \frac{x}{y-x} + \frac{y}{x-y}.$$

177. Аломати пеши касро ба муқобилаш иваз карда, касре тартиб диҳед, ки он айниятан ба касри додашуда баробар бошад:

$$\text{a)} -\frac{2x}{4-y}; \quad \text{б)} \frac{2a-3\epsilon}{a-5\epsilon}; \quad \text{в)} -\frac{x^2-1}{x+2}; \quad \text{г)} \frac{-2-5y}{x+y}.$$

178. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{a)} \frac{a}{a^2-4a} - \frac{4}{a^2-4a} \quad \text{ҳангоми } a=0,5 \text{ будан};$$

$$\text{б)} \frac{3x+2}{x^2-2x+1} + \frac{2-3x}{x^2-2x+1} \quad \text{ҳангоми } x=3 \text{ будан}.$$

179. Қасро ба намуди сумма ё фарқи ифодаи бутун ва қаср нависед:

а) $\frac{4x+6}{x}$; б) $\frac{a^2+6a+9}{a}$; в) $\frac{x^2+4}{x^2}$; г) $\frac{1-2v+v^2}{v}$.

180*. Барои қадом қимати натуралии n қимати ифода адади натуралӣ аст:

а) $\frac{n+8}{n}$; б) $\frac{7n-16}{n}$; в) $\frac{49-n^2}{n^2}$; г) $\frac{n^2+8}{n^2}$?

181. Қимати ифодаро ёбед, агар $\frac{x}{y} = 2$ бошад:

а) $\frac{y}{x}$; б) $\frac{x+y}{3x}$; в) $\frac{x+5y}{2y}$; г) $\frac{x-4y}{y}$.

182. Ҷамъ ё тарҳи қасрҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{7}{12x} - \frac{2-3x}{15x^2}$; б) $\frac{x+8}{6x^2} + \frac{2}{3x}$;
 в) $\frac{a^2-a+1}{a^3x} - \frac{x^2-1}{ax^3}$; г) $\frac{x^2-2av}{ax} - \frac{3ax-2v^2}{vx}$.

183. Ифодаро ба намуди қаср нависед:

а) $x+y+\frac{x-y}{5}$; б) $m-n-\frac{1-mn}{m}$;
 в) $a-\frac{av+ac+vc}{a+v+c}$; г) $a^2-v^2-\frac{a^3+v^3}{a-v}$.

184. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{a}{a+v} - \frac{a}{a-v}$; б) $\frac{a}{a+v} + \frac{v}{a-v}$; в) $\frac{7}{2x} + \frac{2x-3}{3+2x}$;
 г) $\frac{x+4a}{3a+3x} - \frac{a-4x}{3a-3x}$; д) $\frac{5x-7}{x^2-4} - \frac{3x-2}{2-x}$; е) $\frac{2-3y}{y^2-9} - \frac{5-2y}{3-y}$.

185. Амалҳои ҷамъ ва тарҳро иҷро кунед:

а) $\frac{a^2-5av}{5av} + \frac{3a-2v}{15v} - \frac{6a-5v}{12a}$; б) $\frac{4x-1}{x(x-1)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x}$;

$$в) \frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1};$$

$$г) \frac{4-a}{25-10a+a^2} - \frac{3}{25+10a+a^2} - \frac{a+4}{25-a^2};$$

$$д) \frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9}; \quad е) \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)}.$$

186*. Ифодаро сода намоед:

$$а) \frac{y^2}{x^2+xy+y^2} + \frac{x}{x-y} - \frac{xy(x+2y)}{x^3-y^3};$$

$$б) \frac{3x+2y}{9x^2+6xy+4y^2} - \frac{1}{2y-3x} + \frac{6xy}{8y^3-27x^3};$$

$$в) \frac{1}{a^2-e^2} - \frac{1}{(a-e)^2} + \frac{1}{(a+e)^2}; \quad г) \frac{4a^2+3a+2}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{1}{a-1}.$$

187. Айниятро исбот кунед:

$$а) \frac{2x}{x+5} = 2 - \frac{10}{x+5};$$

$$б) \frac{ax}{x+e} = a - \frac{ae}{x+e};$$

$$в) \frac{4x^2-9x}{x^2-3x+2} = 4 - \frac{8-3x}{x^2-3x+2}.$$

188. Барои кадом қимати a ифодаҳо айниятан баробаранд:

$$а) \frac{3x}{x+15} \text{ ва } 3 + \frac{a}{x+15}; \quad б) \frac{5x}{-x+4} \text{ ва } \frac{a}{4-x} - 5;$$

$$в) \frac{x+2}{3-x} \text{ ва } \frac{a}{3-x} - 1; \quad г) \frac{2x+1}{1-5x} \text{ ва } 1 + \frac{ax}{1-5x}?$$

189*. Касрро ба намуди сумма ё фарқи ифодаи бутун ва каср нависед:

$$а) \frac{x^2-7x+6}{x-7};$$

$$б) \frac{x^2-2x+3}{x-2};$$

$$в) \frac{a^2+9a-1}{a+8};$$

$$г) \frac{4a^2-10a-1}{a-4};$$

$$д) \frac{3x}{x+2};$$

$$е) \frac{x-2}{3-x}.$$

190*. Барои кадом n -и бутун қимати каср адади бутун аст:

а) $\frac{2n^2 + 3n + 4}{n}$; б) $\frac{(n-2)^2}{n}$; в) $\frac{5n}{n+1}$; г) $\frac{6n}{n-1}$?

Ба параграфи 3.

191. Зарбро иҷро карда, натиҷаашро сода намоед:

а) $\frac{m^3 - 27}{m^2 - 6m + 9} \cdot \frac{m^2 - 9}{m^2 + 3m + 9}$; б) $\frac{36x^7}{x^2y + x^3} \cdot \frac{x^2 + y^2}{9x^5}$;
 в) $\frac{y^2 - 2xy}{xy + 4x^2} \cdot \frac{4xy + y^2}{4x^2 - y^2}$; г) $\frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3 - y^3}$;
 д) $\frac{a^5 - a^7 + a^9}{1 - a^2} \cdot \frac{a - 1}{a^8 - a^6 + a^4}$; е) $\frac{x^3 + x^2}{x^5 + x^4 + x^3} \cdot \frac{x^4 + x^3 + x^2}{x^5 + x^3}$.

192. Таксимро иҷро карда, натиҷаашро сода намоед:

а) $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{4x^2 + 4y^2}{x + y}$; б) $\frac{a^3 - a^3}{a^2(a + a)} \cdot \frac{a^2 - a^2}{a^2 + a^2}$;
 в) $\frac{2 - m}{m^2n + m^3} \cdot \frac{4 - m^2}{-m^3n^2 - m^2n^3}$; г) $\frac{a^4 - a^2}{a^6 + a^2} \cdot \frac{a^3 - a^5}{a^7 + a^3}$;
 д) $\frac{x^5 + x^7}{9x^2 - x^6} \cdot \frac{x^9 + x^7}{x^4 - 3x^2}$; е) $\frac{8x + x^2 + 16}{15x^2 + 3x} \cdot \frac{16 - x^2}{25x^2 - 1}$.

193. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ қимати ифодаи

$$\left(\frac{4}{n^2} + \frac{n}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2}\right)$$

адади натуралӣ аст.

194. Исбот кунед, ки агар $m \neq 0$ ва $m \neq 1$ бошад, он гоҳ қимати ифодаи

$$\frac{2}{m} \cdot \left(\frac{1}{m} - 1\right) - \frac{2m - 2m^2}{(m-1)^2}$$

аз қимати тағйирёбанда вобаста нест.

195*. Ифодаро сода кунед:

$$a) \left(x - \frac{x+y}{x-y} + y \right) : \left(1 - \frac{2y+1}{x^2-y^2} \right);$$

$$b) \left(\frac{5x^2-15xy}{x^2-9y^2} - \frac{3xy+9y^2}{x^2+6xy+9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right);$$

$$в) a\epsilon + \frac{a\epsilon}{a+\epsilon} \left(\frac{a+\epsilon}{a-\epsilon} - a - \epsilon \right);$$

$$г) \left(\frac{1}{a-2\epsilon} + \frac{2\epsilon}{4\epsilon^2-a^2} \right) : \left(\frac{4\epsilon^2}{a^2+4\epsilon^2+4a\epsilon} - \frac{2\epsilon}{2\epsilon+a} \right);$$

$$д) \left(\frac{x^2+1}{1+2x} - \frac{x}{2} \right) \left(1 - \frac{x+3}{2-x} \right); \quad e) \left(\frac{3-x}{2+x} - 1 \right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{1+x^2}{2x-1} \right).$$

196*. Исбот кунед, ки қимати ифода аз қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо вобаста нест:

$$a) \left(\frac{2a+3}{4a^2-16} + \frac{21+2a}{16-16a+4a^2} \right) : \left(\frac{3+a}{a-2} \right)^2 - \frac{3a+7}{2+a};$$

$$b) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{2x^2y^2}{(x+y)^3} + \frac{x^2y^2}{(x+y)^2} \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right).$$

197*. Аввал ифодаро сода карда, баъд қиматашро ёбед:

$$a) \frac{5x^2-10xy+5y^2}{2x^2-2xy+2y^2} : \frac{8x-8y}{10x^3+10y^3}, \quad \text{ҳангоми } x=-3, y=-1 \text{ будан};$$

$$b) \frac{5a^2-5\epsilon^2}{a^2+2a\epsilon+\epsilon^2} : \frac{5a^2-10a\epsilon+5\epsilon^2}{3a+3\epsilon}, \quad \text{ҳангоми } a=8, \epsilon=7 \text{ будан}.$$

198*. Ба намуди касри ратсионалӣ нависед:

$$a) \frac{\frac{x-3}{3} - \frac{4-x}{2}}{5x-18};$$

$$b) \frac{1+x - \frac{1}{x+1}}{1-x - \frac{1}{x+1}};$$

$$в) \frac{\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a}}{\frac{x-a}{x+a} + \frac{x+a}{x-a}}$$

$$г) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

199. Кадоме аз нуқтаҳои A(-10; 1); B(5; 2); C(5; -2); D(0; 0); E(0,1; -100); F(20; -0,5); G(100; -0,01) ба графики функсияи

$$y = -\frac{10}{x} \text{ тааллуқ доранд?}$$

200. Нуқтаи A(-2; -14) ба графики функсияи бо формулаи намудаш $y = \frac{k}{x}$ додашуда тааллуқ дорад. Қимати k -ро ёбед.

201. Маълум, ки графики $y = \frac{k}{x}$ аз нуқтаи A(4; 2,5) мегузарад.

Оё графики ин функсия аз нуқтаи: B(2; 5); C(0,1; 4); D(-1; -10); E(-2; -8) мегузарад?

202. Графики функсияи $y = -\frac{8}{x}$ -ро созед ва аз рӯи он:

а) қимати y -ро ёбед, ки он ба қимати ба 4; 2,5; -1; -2,5 баробари x мувофиқ аст;

б) қимати x -ро ёбед, ки ба он y -и ба: 8; -2 баробар мувофиқ меояд.

203. Ҳаҷми параллелепипеди росткунҷаи тарафҳои асосаш a см ва b см ва баландиаш 10 см ба 80 см^3 баробар аст. Аз a вобаста будани b -ро бо формула ифода кунед.

204*. Соҳаи муайянии функсияро ёбед ва графики онро созед:

$$а) y = \frac{4}{(x+2)^2 - (x-2)^2}; \quad б) y = \frac{24}{(3-x)^2 - (3+x)^2}$$

205*. Графики функсияро созед:

$$а) y = \frac{2}{|x|}; \quad б) y = -\frac{4}{|x|}$$

206*. Барои кадом қиматҳои k ва b гиперболаи $y = \frac{k}{x} + b$ ва хати

рости $y=kx+v$ аз нуқтаи:

а) А(4; 1);

б) В(-1; 4);

в) С(-2; 2)

мегузаранд?

207*. Муодилаи хати рости $y=ax+v$ -ро нависед, ки вай графикаи $y = \frac{2}{x}$ -ро дар нуқтаҳои гуногун мебурад. Оё чунин хати рост якто аст?

208. Нишон диҳед, ки ҳангоми $a < 0$ будан, графикаи функцияҳои $y=ax$ ва $y = -\frac{a}{x}$ ҳамдигарро намебуранд.

ҶАВОБҲО

1. а) $-\frac{13}{20}$; б) $2\frac{9}{13}$; в) $2\frac{5}{7}$; г) $\frac{4}{7}$. 2. а) $3\frac{7}{15}$; б) $\frac{127}{150}$. 3. а) -9; б) 0,2; в) $1\frac{2}{3}$; г) $5\frac{1}{3}$. 4. а) 1,4; б) -0,4. 5. а) 10,5; б) 1; в) 0,2; г) $11\frac{2}{3}$. 6. а) 4; б) -2; в) 0; г) 1; д) 0,5; е) -5,5. 7. а) -5 ва 5; б) -1 ва $\frac{1}{2}$; в) 6; г) -1 ва 3. 8. а) 2; б) 0 ва 1; в) -3 ва 3; г) $2\frac{1}{2}$. 10. $v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$; а) $73\frac{1}{3}$; б) $83\frac{1}{3}$. 11. а) $-2\frac{5}{6}$; б) $-\frac{1}{28}$; в) -1; д) $1\frac{3}{7}$; е) -1. 12. а) $y^2(y-x)$; б) $0,5a(6a-\theta)$. 13. а) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$; б) $(3z-5)(3z+5)$; в) $(3a+4\theta)^2$; г) $(4x-3)(4x+3)$. 14. Ба 1 рӯз. 17. а) $-19\frac{1}{3}$; б) $-\frac{29}{70}$. 19. $t = \frac{s}{u+v} + \frac{s}{u-v}$; а) 4 соату 48 дақ.; б) 2 соату 24 дақ. 20. $ma+(n-m)\theta$; а) 2660; б) 3000. 21. а) $\frac{2}{3}$; б) 0,625; в) 1; -2; г) -2; 2. 22. а) 0; б) $-1\frac{1}{3}$; в) 1; г) 2,5. 23. а) a^2+5a+4 ; б) $6a^2+7a-3$; в) $x^2-14x+49$; г) $24x^2-14x-3$; д) $-2x^2+5x-3$; е) x^3-x^2+x-1 . 24. а) $(x-4)(x+4)$; б) $(4x-a)(4x+a)$; в) $(x-2)^2$; г) $(a-3)(a^2+3a+9)$;

д) $(ay-1)(ay+1)$; е) $(2-ax)(4+2ax+a^2x^2)$. 25. а)Ха; б)не; в)не.

26.129 $\frac{1}{3}$ км. 28. а) Хамаи ададҳо гайр аз $-\frac{3}{4}$; б) хамаи ададҳо

гайр аз 1; в) хамаи ададҳо; г) хамаи ададҳо гайр аз -2; д) хамаи ададҳо гайр аз 1 ва 2; е) хамаи ададҳо. 29. а)2; б)0,5; в)0,25 ва

-2,5; г)-5 ва 5. 30.Хамаи ададҳо гайр аз: а)3,5; б) $-1\frac{2}{3}$; в)2 ва 4;

г)-5 ва 1,5; д)0,2; е)-3 ва 3; ж)-1 ва 2,5; з) $\frac{3}{4}$ ва 6. 31. а)6; б)-0,5;

в)0 ва 2; г)0 ва 1. 32.Хамаи ададҳо гайр аз: а)1,5; б)2; в)-6 ва 6; г)-3 ва 0. 33.Хамаи ададҳо гайр аз: а)1; б)-3 ва 0; в)-1; г)-2.

34. а)-3,5; б)-1; в)9; г)-11. 39. а)0; б)2,6. 40.-3,6. 41. а)-3,5; б) $2\frac{2}{3}$;

в)-1 ва 1; г)-3 ва 3. 42. а) $m(x+2)$; б) $x(x^2+x+1)$; в) $10a(2x-y)$; г) $5a^2x(a-3x)$; д) $x(x-5a)$; е) $5v(v-1)^2$. 43. а) $4\theta+5$; б)-0,25; в)3х;

г) $\frac{x}{2}(4x-y)$. 44. 20 км. 45.7,875 кг. 46. Не. 47. а)Ха; б)не; в)ха;

г)не. 49. а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{1}{3a}$; в)2у; г) $\frac{2x^2}{7y}$; д) $\frac{1}{2n^2}$; е) $-\frac{4}{7x}$; ж) $\frac{z}{4x}$; з) $\frac{3m}{2n}$;

и) a^2 ; к)у-х; л) $-\frac{1}{(a-\theta)^2}$; м) $-\frac{1}{3}$. 50. а) $\frac{2x}{tz}$; б) $\frac{2c^2}{a^3\theta^3}$; в) $\frac{x+y}{3a}$;

г) $\frac{xy^2}{30(a+\theta)^2}$; д) $\frac{x}{y}$; е) $-\frac{x+1}{x}$; ж) x^3+y^3 ; з) $\frac{3}{5}$; и) $\frac{1}{x-y}$; к) $\frac{2k+p}{2k-p}$;

л) $\frac{1}{a-2}$; м) $\frac{(2a+5\theta)\theta}{a}$. 51. а)5а θ ; б)-у. 52. а) $\frac{5a}{a-0,6\theta}$;

б) $-\frac{4y^2+2y+1}{y(1+2y)}$; в) $\frac{1}{x-y}$; г)х. 53. а)34; б)37; в)14,5. 54. а) $\frac{p-2q}{p^2}$;

б) $\frac{x+5y}{2}$; в) $\frac{1}{\theta^2-3\theta+9}$; г) $\frac{a+\theta}{a-\theta}$; д)1; е) $\frac{5y}{9x}$; ж) $\frac{1}{3-a}$; з)-у⁴;

$$\text{и)} \frac{2x+y}{25(2x-y)}; \text{к)} \frac{x^7}{x^7+1}; \text{л)} \frac{m-n}{2(m^2-mn+n^2)}; \text{м)} \frac{x^2-xy+y^2}{x-y}. \quad 55.$$

$$\text{а)} -2; \text{б)} \frac{7}{80}. \quad 56. \text{ а)} x+7e; \text{ б)} 6a-e; \text{ в)} -(9x+1); \text{ г)} 3m-8k; \text{ д)} 4a^2+6ae+9e^2;$$

$$\text{е)} 1-10t. \quad 57. \text{ а)} \frac{1}{2}; \text{ б)} -\frac{1}{4}. \quad 58. \text{ а)} \frac{25xy}{15x^3y^2}; \text{ б)} \frac{e^2}{e^2-2e}; \text{ в)} -\frac{a(2+a)}{4-a^2};$$

$$\text{г)} \frac{\frac{4}{(x-y)^2}}{2}. \quad 59. \text{ а)} 2; \text{ б)} -2\frac{1}{3}; \text{ в)} \frac{2}{5}; \text{ г)} 1,6. \quad 60. \text{ Хамаи қиматҳо гайр}$$

$$\frac{4}{y-x}$$

$$\text{аз: а)} -0,75; \text{ б)} 3,6; \text{ в)} 2 \text{ ва } 2\frac{2}{3}; \text{ г)} -4 \text{ ва } 4. \quad 61. \text{ а)} 20; \text{ б)} 1,9. \quad 62. 215,$$

$$645, 753 \text{ ва } 567 \text{ одам. } \quad 63. \text{ Ҳозир соат } 13\text{-у } 45 \text{ дақ. аст. } \quad 64. \text{ а)} \frac{y+x}{4};$$

$$\text{б)} \frac{a}{3}; \text{ в)} -\frac{2e^2}{a}; \text{ г)} \frac{3c}{e}; \text{ д)} \frac{3x+4}{8}; \text{ е)} -\frac{12a-10}{4}; \text{ ж)} -\frac{1}{y}; \text{ з)} -\frac{d}{c};$$

$$\text{и)} a-\frac{e}{2}; \text{ к)} a+e; \text{ л)} \frac{1}{x+6}; \text{ м)} 4-a; \text{ н)} \frac{3}{a+e}. \quad 65. \text{ а)} \frac{3}{x}; \text{ б)} \frac{x-2}{x+2};$$

$$\text{в)} \frac{3x}{3x+2}; \text{ г)} \frac{3-2x}{x}; \text{ д)} -5; \text{ е)} -\frac{1}{x+1}; \text{ ж)} \frac{5(1-x)}{x^2}; \text{ з)} -1; \text{ и)} \frac{1}{2}. \quad 66. \text{ а)} 3;$$

$$\text{б)} -2\frac{2}{3}. \quad 67. \text{ а)} \frac{3x}{x-y}; \text{ б)} 1; \text{ в)} \frac{5a-4c}{c-1}; \text{ г)} \frac{2(a+e)}{a-e}; \text{ д)} 1; \text{ е)} 0;$$

$$\text{ж)} \frac{2ae+3c}{2a-e}; \text{ з)} \frac{2xy}{x^2-y^2}. \quad 68. \text{ а)} 0,2; \text{ б)} 0. \quad 69. \text{ а)} -1; \text{ б)} x-2; \text{ в)} -5; \text{ г)} 1+y;$$

$$\text{д)} x-4y; \text{ е)} a+6; \text{ ж)} x-3; \text{ з)} 1. \quad 70. \text{ а)} \frac{2}{x} + \frac{y}{x^2}; \text{ б)} \frac{1}{2a} - \frac{2a}{x}; \text{ в)} \frac{e^2}{a^2} + \frac{e}{a};$$

$$\text{г)} \frac{1}{x} - \frac{2y}{x^2}. \quad 71. \text{ а)} 3 + \frac{e}{a}; \text{ б)} x - 3 + \frac{1}{x}; \text{ в)} 1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}; \text{ г)} \frac{a}{2} + 2.$$

72. а)11; б)-26; в) $\frac{40}{41}$; г)-41 $\frac{8}{9}$. 73. а)Ҳамаи ададҳо гайр аз -3;

б)ҳамаи ададҳо; в)ҳамаи ададҳо гайр аз 0 ва -4; г)ҳамаи ададҳо гайр аз -1 ва 2. 74. 28, 30 ва 22 см. 75. а) $y(y-4x)$; б) $(3y-1)^3$; в) $(m-1)(m+1)(m^2+1)(m^4+1)$; г) $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$.

76. 10,2; 2,2 ва 20. 77. а) $\frac{5}{4x}$; б) $\frac{x}{14a}$; в) $\frac{2\theta-1}{\theta^2}$; г) $\frac{a^2+\theta^2}{a\theta}$; д) $\frac{3x-y}{6}$;

е) $\frac{14}{105}$; ж) $\frac{2\theta x - ay}{a\theta}$; з) $\frac{2mx - 3ny}{m^2n}$; и) $\frac{\theta x - 3a^2}{a\theta}$; к) $\frac{3a - 2\theta}{a}$;

л) $\frac{23+14a}{60}$. 78. а) $\frac{9\theta}{2a-\theta}$; б) $\frac{4x+3y}{x-2y}$; в) $-\frac{2a\theta}{a^2-\theta^2}$; г) $\frac{4x^2y^2}{x^4-y^4}$;

д) $\frac{4\theta^3+26\theta^2+36\theta+63}{6\theta(3+2\theta)}$; е) $\frac{a}{6(x+2)}$; ж) $\frac{5x}{6(2-x)}$;

з) $\frac{6-6x-22x^2}{5x(x-2)(x+2)}$; и) $\frac{4n^2-5m^2}{mn(m-k)}$; к) $\frac{5a^2-12a+9}{(9-a)(9+a)^2}$;

л) $\frac{15y^2+1}{2y(9y^2-1)}$. 79. а) $-\frac{5}{6}$; б)-0,2; в)3; г) $\frac{6}{39}$. 80. а) $\frac{12-2x+3y}{6}$;

б) $\frac{4(x-1)}{x}$; в) $\frac{5x-y}{3}$; г) $\frac{38a-19\theta-105}{35}$; д) $\frac{a^2}{a+\theta}$; е) $-\frac{2}{a^2-1}$;

ж) $\frac{3\theta^2+6\theta-69}{16-\theta^2}$; з) $\frac{x(x-8)}{x-4}$; и) $\frac{31+5a-2a^2}{25-a^2}$. 81. а) $\frac{2}{x+2}$;

б) $\frac{x^2+18x+57}{(x+1)(x+3)(x+5)}$; в) $\frac{2}{x-1}$; г) $\frac{7a-1}{a(a^2-1)}$; д) $\frac{4\theta}{4a^2-\theta^2}$;

е) $\frac{4}{x^2-2x+4}$; ж) $\frac{y-5}{y+1}$; з) $\frac{2}{3(2-x)}$; и) $\frac{a-2}{a(a-3\theta)}$; к) $\frac{9}{x(x+1)(x-3)}$.

82. а) $x-3$; $(x-3)(2+x)$; б) $a+1$; 1; a^2-1 . 84. а) $\frac{5}{y^2-3y-4}$;

б) $\frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - x - 6}$; в) $\frac{11a - x}{6(a - x)}$; г) $6a$. 85. а) 45; б) 20. 86. -2; -0,5 ва $4\frac{3}{4}$.

Барои $-3\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ ва $11\frac{1}{3}$. 87. а) $v = \frac{m}{\sigma}$; б) $a = \frac{cs}{\sigma}$. 88. 5 ва 7 гов. 89.

а) $\frac{1}{10^5}$; б) 1000. 91. а) 0; 3; б) -1; 7; в) 0; 0,5; г) -3; -1. 92. а) $1\frac{3}{4}$; б) $1\frac{1}{3}$;

в) $\frac{8y}{15x}$; г) $\frac{3a}{2}$; д) $\frac{7x}{24y}$; е) $3\frac{1}{3}$; ж) $\frac{c}{2}$; з) $\frac{4}{5x}$. 93. а) $\frac{3a}{2\sigma}$; б) $\frac{7x}{y^2}$;

в) $\frac{3a^2}{10}$; г) $\frac{a^3}{6\sigma^2 c^2}$; д) $\frac{6}{\sigma^2}$; е) $\frac{6x^3}{y^2 z}$; ж) $\frac{x}{y}$; з) $\frac{7ax}{15}$. 94. а) x ; б) $\frac{ac^2}{\sigma}$;

в) xy ; г) $\frac{a^3}{\sigma}$; д) $\frac{21a^2}{2}$; е) $26x^3$. 95. а) $-\frac{6x}{y}$; б) $-\frac{3mc^2}{2a^2}$; в) $-\frac{a^2 c^2}{\sigma^2}$;

г) $\frac{mn}{21\sigma}$. 96. а) $\frac{a}{x}$; б) $\frac{3a^3 \sigma^2}{cd}$. 97. а) $\frac{1}{8x^3}$; б) $\frac{x^4}{81y^4}$; в) $\frac{n^6}{8m^3}$; г) $\frac{16a^4}{25\sigma^6}$;

д) $\frac{8x^3}{a^6 \sigma^6}$; е) $\frac{25a^4 x^2}{y^8}$; ж) $-\frac{27a^3 \sigma^3}{64m^6 n^3}$; з) $-\frac{64x^6}{125y^9}$. 98. а) $\frac{x(x+y)}{3y}$; б) $\frac{a\sigma}{2}$;

в) $\frac{a+\sigma}{\sigma(c+d)}$; г) $(a-\sigma)^2$; д) $-\frac{18x^4}{a-\sigma}$; е) $\frac{y(y-2)}{3(y+2)}$. 99. а) $(a+\sigma)^2$; б) $a^2 - \sigma^2$;

в) $\frac{(x-y)^2}{2}$; г) $-\frac{3}{2}$; д) $3(a-\sigma)$; е) -2. 100. а) $-\frac{2ax}{5(x+2)}$; б) $-\frac{4}{a-3}$;

в) $\frac{a+\sigma}{\sigma}$; г) $\frac{(y-5)(y+1)}{4}$; д) $\frac{5\sigma}{\sigma-2c}$; е) $\frac{x-1}{4}$; ж) $\frac{x(x-1)}{2}$; з) $\frac{5}{3m}$.

101. а) 6; б) 8. 102. а) $\frac{a-\sigma}{a(a+\sigma)}$; б) $\frac{ax}{4(x-y)}$; в) $\frac{\sigma+2}{9\sigma}$; г) $\frac{3x}{2(x+y)}$;

д) $-\frac{y^2}{x(2x+y)}$; е) $\frac{x+y}{x-y}$; ж) 1; з) $\frac{1}{2}$. 103. Ҳамаи ададҳо гайр аз

- А ва Д. **120.** 301. **121.** бкм/соат. **122.** а) $\frac{8x-15}{30}$; б) $\frac{5x-4}{x^2-x-2}$;
- в) $\frac{2}{a-1}$; г) $\frac{y-5}{(y+1)(y-1)^2}$. **123.** а)-y; б) $\frac{a^2-\epsilon^2}{\epsilon^2}$; в) $\frac{a^3}{\epsilon^4}$; г) $\frac{13}{8(a+\epsilon)}$.
- 124.** а) $\frac{2x+2}{3x+1}$; б) $a(a+1)$; в) $\frac{2(x-y)}{y^2}$; г) x. **125.** а) $\frac{\epsilon}{a}$; б) $-\frac{x}{a}$;
- в) $-\frac{\epsilon}{a-\epsilon}$; г) a. **126.** а) $\frac{5a}{a-3}$; б) $\frac{y}{x(x+y)}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{9y}{2}$. **127.** а) $\frac{5-x}{5+x}$;
- б) $-\frac{1}{a+1}$; в) $\frac{x-y}{x \cdot y}$; г) $\frac{a^2+a\epsilon+\epsilon^2}{a^2-a\epsilon+\epsilon^2}$. **128.** а)-1; б) 5; в) $-\frac{a+4}{a+3}$; г) $\frac{1}{a}$.
- 129.** а) $-\frac{1}{3(x-y)}$; б) -1; в) $-\frac{1+y}{y}$; г) $\frac{3x}{2}$. **130.** а) $-\frac{a+1}{a-1}$; б) x-3;
- в) $-\frac{6}{y-1}$; г) $\frac{2a+\epsilon}{a\epsilon}$. **131.** а) $-\frac{1}{2(1+3a)}$; б) $3(x-y)$; в) $(x+y)$; г) $\frac{a\epsilon}{a+\epsilon}$.
- 132.** а) $-\frac{1}{2p}$; б) $\frac{1}{a+2x}$; в) $5xy$; г) $\frac{x-y}{y}$. **133.** а) $\frac{n^3-1}{n}$; б) $\frac{10x-y}{2x(x+1)}$;
- в) $\frac{15x-13y}{3x+y}$; г) $\frac{x-y}{4y}$. **134.** а) $2x(x+y)$; б) $-\frac{a(a-n)}{a+n}$; в) $\frac{y-3}{y}$;
- г) $x+1$. **136.** а) 0,5; б) 1; в) 1; г) -7. **137.** а) $\frac{4x^4+4x^2+1}{4x^2}$;
- б) $\frac{(a^2-\epsilon^2)^2}{a^2\epsilon^2}$; в) $\frac{2x^2+2y^2}{y^2}$; г) 4; д) $a^2+\epsilon^2$; е) $a^2+\epsilon^2$. **138.** а) $\frac{2(y-3x)}{6x+y}$;
- б) $\frac{2x^2+3x-2}{x^2-1}$; в) $x-y$; г) $\frac{1}{x}$; д) $\frac{4}{x-2}$; е) $\frac{a\epsilon}{a+\epsilon}$; ж) $\frac{a\epsilon+\epsilon c+ac}{a+\epsilon+c}$;
- з) $\frac{3x+2}{2x+1}$. **139.** а)-0,6; б) $6\frac{6}{7}$; в)-0,25; г) 1,5; д) 1050. **140.** 60. **141.**

а)18; б)76; в)322. **142.** а) $\frac{1}{3}$; б)144. **143.** (32; 0) ва (0; -8). **144.**

а)-0,5; б)-1; в) $-\frac{2}{3}$; г)-4. **145.** 110 т. **146.** а)Ҳал надорад; б) (0,5; 2,25).

147. 3км/соат. **148.** 23 тазарв ва 12 харгӯш. **151.** а) $v = \frac{500}{t}$;

б) $t = \frac{500}{v}$. **153.** $y = \frac{40}{x}$. **156.** а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = \frac{7}{30x}$; в) $y = \frac{4}{x}$.

157. $= \frac{3}{v}$. **160.** 129,5 ва 92,5. **161.** а) $\frac{2}{25}$; б) $\frac{4}{7}$. **162.** 36 зог. **163.**

а) $x = \frac{yz}{y-z}$; б) $z = \frac{xy}{x+y}$. **164.** а) $2x^4-4x^3+8x^2$; б) $-\frac{1}{2}y^2+2y^3-\frac{1}{2}y^2$;

в) $2x^3-5x^2+7x+5$; г) $3a\sigma^2-5\sigma^2-12a\sigma-6a+20\sigma+10$; д) $6x^4+5x^3-9x^2-3x+1$;

е) $a^4+3a^3-23a^2+2a+6$; ж) x^4+2x^2+1 ; з) $a^3-\sigma^3$; и) $-2x^2+5x-3$. **165.**

а) $-a\sigma(a+\sigma)$; б) $xy(y-x+1)$; в) $pq(p^2-pq-q^2)$; г) $(2x-3)(2x+3)$; д) $(2x-3y)^2$;

е) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$; ж) $(a+\sigma-c-2d)(a+\sigma+c+2d)$; з) $(a-1)(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$; и) $(x-1)(x+1)\cdot(x^2+1)(x^4+1)$; к) $(2x-y)(12x+y)$;

л) $4(3x^2+4)$; м) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$; н) $\left(\frac{5c}{8} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{5c}{8} + \frac{2}{3}\right)$; о) $21(1-x)(1+x)$. **167.**

а)2; б)4; в)0 ва 5; г)-3 ва 3; д)-2 ва 2; е) $-\frac{1}{3}$. **168.** Масалан: а) $\frac{1}{x-1}$;

б) $\frac{1}{x(x-2)}$; в) $\frac{1}{x^2-16}$. **169.** Масалан, $\frac{1}{x^2+1}$. **170.** а)Ҳамаи

ададҳо гайр аз -4; б) ҳамаи ададҳо гайр аз -3; в) ҳамаи ададҳо гайр аз -2 ва 2; г)ҳамаи ададҳо. **171.** Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)-

1; б) 4; в) 0 ва 7; г)-4 ва 4. **172.** а)- a ; б) $\frac{10x}{z}$; в) $\frac{1}{3n^2}$; г) $\frac{3\sigma}{10}$; д) $\frac{2x}{yz}$;

е) $\frac{2y^3}{7x^2}$; ж) $-\frac{a+\sigma}{a-\sigma}$; з) $\frac{x-1}{x^2-x+1}$; и) $\frac{2}{x}$; к) $\frac{1}{x-y}$; л) $\frac{\sigma(2a+5\sigma)}{a}$;

м) $\frac{2x}{7y}$; н) $-\frac{4y^2+2y+1}{y(2y+1)}$; о) $\frac{1}{2a(a-5)}$; п) $\frac{(p-q)(p^2+q^2)}{p^2-pq+q^2}$; р) $2a-\sigma$;

с) $\frac{(y-1)^2}{x+z}$; г) $\frac{1}{x+1}$; у) $\frac{1}{x^6+1}$; ф) $\frac{a^{11}-1}{a}$; х) $\frac{a-1}{a+1}$. 175. а) $\frac{1}{4}$; б) 4.

176. а) $\frac{x^2-2x+1}{x-4}$; б) 2; в) $\frac{x^2+2x-1}{x+y}$; г) $\frac{a+\epsilon-2}{a+\epsilon}$; д) 0; е) -1. 177.

а) $\frac{2x}{y-4}$; б) $\frac{2a-3\epsilon}{a-5\epsilon}$; в) $\frac{1-x^2}{x+2}$; г) $-\frac{2+5y}{x+y}$. 178. а) 2; б) 1. 179.

а) $4+\frac{6}{x}$; б) $a+6+\frac{9}{a}$; в) $1+\frac{4}{x^2}$; г) $\frac{1}{\epsilon}+\epsilon-2$. 180. а) Барои $n=1, 2, 4, 8$; б) барои $n=4, 8, 16$; в) барои $n=1$; г) барои $n=1, 2$. 181. а) 0,5;

б) 0,5; в) 3,5; г) -2. 182. а) $\frac{47x-8}{60x^2}$; б) $\frac{5x+8}{6x^2}$; в) $\frac{x^2-x^2a+a^2}{a^3x^3}$;

г) $\frac{\epsilon x-3a^2}{a\epsilon}$. 183. а) $\frac{2(3x+2y)}{5}$; б) $\frac{m^2-1}{m}$; в) $\frac{a^2-\epsilon c}{a+\epsilon+c}$;

г) $-\frac{a\epsilon(a+\epsilon)}{a-\epsilon}$. 184. а) $-\frac{2a\epsilon}{a^2-\epsilon^2}$; б) $\frac{a^2+\epsilon^2}{a^2-\epsilon^2}$; в) $\frac{4x^2+8x+21}{2x(3+2x)}$;

г) $\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$; д) $\frac{3x^2+9x-11}{x^2-4}$; е) $-\frac{2y^2+4y-17}{y^2-9}$. 185.

а) $\frac{24a^2-98a\epsilon+25\epsilon^2}{60a\epsilon}$; б) $\frac{3x+2}{x(x-1)}$; в) $\frac{10(x^2+1)}{(x-1)^2(x+1)^2}$;

г) $\frac{13a^2+20a-75}{(25-a^2)^2}$; д) $-\frac{8}{2a-3}$; е) $\frac{x+1}{x-1}$. 186. а) 1;

б) $-\frac{18x^2}{8y^3-27x^3}$; в) $\frac{a^2-4a\epsilon-\epsilon^2}{(a^2-\epsilon^2)^2}$; г) $\frac{5a^2-a+2}{a^3-1}$. 188. а) -45; б) 20;

в) 5; г) 7. 189. а) $x+\frac{6}{x-7}$; б) $x+\frac{3}{x-2}$; в) $a+\frac{a-1}{a+8}$; г) $4a+\frac{6a-1}{a-4}$;

д) $3-\frac{6}{x+2}$; е) $-1+\frac{1}{3-x}$. 190. а) Барои $n=\pm 1, \pm 2, \pm 4$; б) барои $n=\pm 1, \pm 2, \pm 4$; в) барои $n=-6, -2, 0, 4$; г) барои $n=-5, -2, -1, 0, 2$,

- 4, 7. 191. а) $m+3$; б) $\frac{4(x^2 + y^2)}{x + y}$; в) $-\frac{y^2}{x(2x+y)}$; г) $\frac{x+y}{x-y}$; д) $-\frac{a}{a+1}$;
- е) $\frac{x+1}{x^2(x^2+1)}$. 192. а) $\frac{1}{4(x-y)}$; б) $\frac{a^2 + a\epsilon + \epsilon^2}{\epsilon(a+\epsilon)}$; в) $-\frac{n^2}{2+m}$; г) -1 ;
- д) $-\frac{1}{x^2(3+x^2)}$; е) $\frac{(x+4)(5x-1)}{3x(4-x)}$. 193. $n+2$. 194. 2. 195.
- а) $\frac{(x+y)^2}{x+y+1}$; б) $\frac{xy}{x+3y}$; в) $\frac{a\epsilon}{a-\epsilon}$; г) $-\frac{a+2\epsilon}{2\epsilon(a-2\epsilon)}$; д) $-\frac{1}{2}$; е) $\frac{1}{2}$. 196.
- а) -3 ; б) 1 . 197. а) 25 ; б) 3 . 198. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{-x^2-2x}{x^2}$; в) $-\frac{2ax}{x^2+a^2}$; г) $x+1$.
199. Нуқтаҳои А, С, Е, F. 200. 28. 201. Аз нуқтаҳои В ва Д. 203.
- $a = \frac{8}{\epsilon}$. 204. Ҳамаи ададҳо ғайр аз: а) 0 ; б) 0 . 206. а) $k=4, \epsilon=-15$;
- б) $k=-4, \epsilon=-6$; в) $k=-1, \epsilon=0$. 207. Не, чунин хат бисёр аст. Масалан, $y=2x-1$ ва $y=2x+2$. 208. Графики $y=ax$ дар чорякҳои дуёму чорум ва графики $y=-\frac{a}{x}$ дар чорякҳои якуму сеюм ҷойгир аст (ҳангоми $a < 0$ будан).

РЕШАҶОИ КВАДРАТӢ

§4. АДАДҶОИ ҲАКИҚӢ

11. БО КАСРИ ДАВРӢ ИФОДА ШУДАНИ АДАДИ РАТСИОНАЛӢ

Мо аллакай бо ададҳои *натуралӣ*, *бутун* ва *ратсионалӣ* шинос ҳастем. Ададҳои 1,2,3..., ки ҳангоми шумурдан истифода мешаванд, маҷмӯи ададҳои натуралиро ташкил медиҳанд. Ҳангоми ҷамъ ва зарби ададҳои натуралӣ натиҷа ҳамеша адади натуралӣ аст. Вале ҳангоми тарҳи ду адади натуралӣ на ҳамеша адади натуралӣ ҳосил мешавад. Масалан, адади $2-4=-2$ адади натуралӣ нест. Барои ҳамин ададҳои манфӣ ва адади 0 дохил карда шуданд. Дар натиҷа маҷмӯи ададҳои бутун ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3..., ҳосил шуд, ки он маҷмӯи ададҳои натуралиро дар бар мегирад.

Натиҷаи ҷамъ, тарҳ ва зарби ададҳои бутун, ҳамеша адади бутун аст. Вале тақсими ададҳои бутун метавонад, бутун набошад.

Масалан, $\frac{2}{3}$ адади бутун нест. Аз ин сабаб мо ададҳои ратсион-

лиро ҳамчун нисбати ду адади бутун $\frac{m}{n}$, ки дар ин ҷо m адади

бутун ва n -натуралӣ аст, дохил намуда, маҷмӯе ҳосил мекунем, ки он маҷмӯи ададҳои бутунро дар бар мегирад. Ин маҷмӯъ **маҷмӯи ададҳои ратсионалӣ** ном дорад. Ҳамин тариқ, ададҳои бутун ва касрӣ маҷмӯи ададҳои ратсионалиро ташкил медиҳанд.

Маҷмӯи ададҳои натуралиро бо ҳарфи N , маҷмӯи ададҳои бутунро бо Z ва маҷмӯи ададҳои ратсионалиро бо Q ишорат мекунанд. Ишорати \in барои тасдиқ кардани мутааллиқии ягон адад ба маҷмӯи зикршуда истифода мешавад. Масалан,

навиштаҷоти $2 \in N$, $-4 \in Z$ ва $\frac{2}{5} \in Q$ нишон медиҳанд, ки 2

адади натуралӣ, -4 адади бутун, $\frac{2}{5}$ адади ратсионалӣ мебошанд.

Баръакс, навишти $-3 \notin N$ тасдиқи он аст, ки адади -3 натуралӣ нест ва ҳоказо.

Ҳар гуна адади ратсионалиро (новобаста ба бутун ё касрӣ буданаш) бо тарзҳои гуногун дар намуди касри $\frac{m}{n}$, ки m адади бутун ва n - натуралӣ мебошад, навиштан мумкин аст. Масалан,

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{20}{30}; \quad -0,4 = \frac{-4}{10} = \frac{-16}{40} = -\frac{40}{100}; \quad 6 = \frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{36}{6}.$$

Дар байни касрҳое, ки бо онҳо адади додашудаи ратсионалӣ ифода мешавад, касреро нишон додан мумкин аст, ки махраҷаш хурдтарин аст. Ин каср *ихтисорнашаванда* аст. Барои ададҳои бутун ин гуна каср, касрест, ки махраҷаш ба 1 баробар мебошад.

Қоидаи баргардонидани касри одиро ба даҳӣ истифода карда мебинем, ки масалан, $\frac{1}{8} = 0,125$; $\frac{5}{4} = 1,25$; $-\frac{41}{40} = -1,025$.

Мулоҳизарониҳо дар атрофи ин мисолҳо ба гузоштани саволи зерин меоранд: **Оё ҳар гуна адади ратсионалиро дар намуди касри даҳӣ ифода кардан мумкин аст?** Барои дарк кардани

ҷавоби ин савол адади $\frac{3}{11}$ -ро ба касри даҳӣ бармегардонем.

$$\begin{array}{r} 3 \mid 11 \\ \underline{30} \mid 0,2727 \\ \underline{22} \\ \underline{80} \\ \underline{77} \\ \underline{30} \\ \underline{22} \\ \underline{80} \\ \underline{77} \\ 3 \end{array}$$

Барои ин қоидаи маъмулро истифода мекунем (суратро ба махраҷ тақсим менамоем): Бақияи аввали аз тақсимкунӣ ҳосилшуда ба 8, бақияи дуюм ба 3 баробар аст. Дар бақияи оянда боз 8, баъди он бақияи ба 3 баробарро ҳосил мекунем ва ҳоказо.

Мо тақсимро чӣ қадар давом надихем, асло дар бақия 0-ро ҳосил намекунем, яъне тақсимкунӣ ҳеч гоҳ ба охир намерасад. Дар ин маврид

мегӯянд, ки касри $\frac{3}{11}$ бо касри даҳии беохири

$0,272727\dots$ ифода меёбад: $\frac{3}{11} = 0,272727\dots$ Азбаски аз тақсимкунии сурат 3 ба махраҷ 11 пай дар пай бақияҳои 8 ва 3

ҳосил мешаванд, пас ҳосили тақсим бо ҳамон ду рақами 2 ва 7 тақрор шудан мегирад. Қасри даҳии беохирӣ чунин намуд-доштаро *қасри даврӣ* меноманд. Гурӯҳи рақамҳои тақрор-шаванда *даври қасро* ташкил медиҳанд. Ҳангоми навиштани қасри даҳии даврӣ давсро як маротиба дар дохили қавси

доиравӣ менависанд: $\frac{3}{11} = 0,(27)$.

Ин навиштаҷот ин тавр хонда мешавад: нул бутуну бисту ҳафт дар давр. Адади $\frac{11}{30}$ -ро низ дар намуди қасри даҳии беохирӣ

даврӣ ифода кардан мумкин аст: $\frac{11}{30} = 0,3666 \dots = 0,3(6)$.

Ин навиштаҷот чунин хонда мешавад: нул бутуну аз даҳ се ва шаш дар давр.

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки

$$3\frac{1}{6} = 3,1(6); \quad -1\frac{2}{7} = -1,(285714); \quad \frac{1}{3} = 0,(3).$$

Мисолҳои овардашуда ба хулоса меоранд, ки ҳар як адади қасриро дар намуди қасри даҳии охиринок, масалан, $\frac{2}{5} = 0,4 \bar{0}$ дар намуди қасри даҳии даврии беохирӣ ифода кардан мумкин аст.

Зоҳиран фаҳмоست, ки қасри даҳии дилхоҳ ё адади бутуни дилхоҳро дар намуди қасри даҳии даврии беохирӣ навиштан мумкин аст: барои ин ба тарафи рости он миқдори беохирӣ нулҳоро илова кардан лозим аст. Масалан,

$$+3,5 = +3,5000\dots; \quad -7 = -7,000\dots$$

Инак, ба саволи гузошта ҷавоб ҳосил шуд: **Ҳар як адади ратсионалиро дар намуди қасри даҳии даврии беохирӣ ифода кардан мумкин аст.**

Тасдиқоти баръакс низ дуруст мебошад: Ҳар як қасри даҳии даврии беохирӣ адади ратсионалӣ аст.

$$\text{Масалан, } 0,(3) = \frac{1}{3}; \quad 2,(34) = 2\frac{34}{99}; \quad 0,1(125) = \frac{1124}{9990}.$$

Бо воситаи иҷрои амали тақсим дурустии ин баробариҳоро санҷидан мумкин аст.

Эзоҳи 1. Қоидаи умумии ба касри ратсионалӣ баргардонидани касри даҳии давраш беохир, ки бузургиаш аз воҳид хурд аст, чунин аст: *Аз адади то даври дуюм буда, адади то даври якум бударо тарҳ карда дар сурат менависем. Дар махраҷ ҳамон миқдор, ки миқдори рақамҳои давр аст, 9 менависем. Ба он ҳамон миқдори нул илова мекунем, ки он ба миқдори рақамҳои то давр буда баробар аст.*

Масалан,

$$0,4(72) = \frac{472 - 4}{990} = \frac{468}{990}; \quad 2,12(13) = 2 + \frac{1213 - 12}{9900} = 2\frac{1201}{9900};$$

$$0,3(124) = \frac{3121}{9990}.$$

Асоснок кардани ин қоидаро ҳоло мавқуф мегузorem.

Эзоҳи 2. Ҳангоми ба касри даҳӣ баргардонидани касри одӣ касри давраш 9 ҳаргиз ҳосил намешавад. Барои ҳамин касрҳои даврашон 9 навиштаҷоти дигари касрҳои даврашон 0 аст.

Масалан,

$$0(9)=0,99\dots=1,000\dots=1; \quad 15,2(9)=15,2999\dots=15,3000\dots=15,3.$$

?

1. Ададҳое, ки онҳо маҷмӯи ададҳои натуралӣ, бутун ва ратсионалиро ташкил мекунанд кадомҳоянд? 2. Ба маҷмӯи мутааллиқ будани ададро чӣ тавр ишорат мекунанд? 3. Бо мисолҳо фаҳмонед, ки адади ратсионалиро дар намуди касри даҳии беохир тасвир кардан мумкин аст. 4. Қоидаи ба касри ратсионалӣ баргардонидани касри даҳии даврии беохирро аз нав хонед ва мисолҳои истифодаи онро оред.

209. Кадоме аз ададҳои - 50; -12,3; -1; $-\frac{5}{7}$; 0; 2; -8; 27; $32\frac{1}{8}$

ададҳои:

а) натуралианд; б) бутунанд; в) ратсионалианд?

210. Кадоме аз ин тасдиқот дуруст аст:

а) ҳар як адади натуралӣ адади бутун мебошад;

б) ҳар як адади бутун адади натуралӣ аст;

в) ҳар як адади бутун адади ратсионалӣ мебошад;

г) ҳар як адади ратсионалӣ адади бутун аст.

211. Оё навиштаҷоти зерин дуруст мебошад:

а) $13 \in N$; б) $2,4 \notin N$; в) $-2 \notin Z$; г) $-5 \notin Z$;

д) $-4 \in N$; е) $5,6 \in Q$; ж) $-7,1 \in Z$; з) $\frac{2}{5} \in Q$?

212. Ададҳои $1\frac{4}{5}$; $0,2$; $-3\frac{1}{4}$; 13 ва 0 -ро бо тарзҳои гуногун

ба намуди нисбати адади бутун бар адади натуралӣ ифода намоед.

213. Ададҳои -12 ; 3 ; $2,1$; $-0,1$ ва $-\frac{4}{9}$ -ро ба намуди касри дорон махраҷи натуралии хурдтарин ифода намоед.

214. Ададро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кунед:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{6}$; в) $-1\frac{8}{37}$; г) $2\frac{8}{27}$; д) $2\frac{7}{11}$; е) $-1\frac{2}{3}$.

215. Ададро бо касри даҳии даврии беохир ифода намоед:

а) $\frac{11}{30}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $2,341$; г) -343 ; д) $\frac{3}{8}$; е) $4,2$.

216. Ададҳои ратсионалиро муқоиса кунед:

а) $0,012$ ва $0,013$; б) $-2,1$ ва $2,1$;

в) $\frac{8}{9}$ ва $\frac{9}{10}$; г) $-2,42$ ва $-2,63$.

217. Ададҳоро муқоиса кунед:

а) $-1,173$ ва $-1\frac{7}{10}$; б) $0,437$ ва $\frac{7}{16}$;

в) $-1,01$ ва $-1,011$; г) $\frac{1}{5}$ ва $\frac{1}{3}$.

218. Чорго адади дар байни ададҳои:

а) 4 ва $4,02$; б) -101 ва 100 ; в) $-\frac{1}{2}$ ва $-\frac{1}{3}$; г) 0 ва $0,01$

бударо нависед.

219. Касри давиро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) $2,(21)$; б) $3,1(3)$; в) $2,00(1)$; г) $0,134(2)$.

Машқҳо барои тақрир

220. Ифодаро сода намоед:

а) $\frac{ax - vx}{a} : (a - v)$; б) $\left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} \right) : \frac{8x}{x^2 - 4}$.

221. КТУ ва ХКУ-и ададҳои 102 ва 30-ро ёбед.

222. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 3x - 5y = -3. \end{cases}$

223. Исбот кунед, ки:

- а) суммаи ду адади тоқ, адади ҷуфт аст;
- б) суммаи адади ҷуфт ва адади тоқ, адади тоқ мебошад;
- в) квадрати адади ҷуфт, адади ҷуфт мебошад;
- г) квадрати адади тоқ, адади тоқ мебошад.

224. $\frac{3}{4}$ м матоъ $5\frac{1}{4}$ сомонӣ меистад. 6,2 метри ин матоъ чанд сомонӣ меистад?

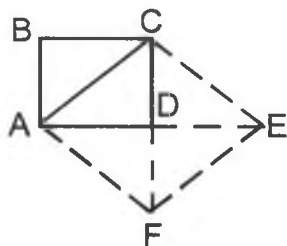
сомонӣ меистад?

12. АДАДИ ИРРАТСИОНАЛӢ

Дар банди пешина нишон додем, ки ҳар гуна адади ратсиониро дар шакли касри даврии беохир навиштан мумкин аст ва баръакс, ҳар гуна касри даврии беохир адади ратсионалӣ мебошад. Пурсида мешавад, ки оё бо ҳамин, яъне бо ададҳои ратсионалӣ, тамоми ададҳои мавҷуда ба итмом мерасанд? Нишон медиҳем, ки вазъ ҳамин тавр нест.

Бо ибораи дигар, ададе вучуд дорад, ки вай ратсионалӣ намебошад. Ин ададро мушаххас нишон медиҳем.

Бигузур АС диагонали квадрати воҳидии АВСД аст (расми 4). Дар диагоналҳои квадрати воҳидӣ квадрати нав АСЕҒ-ро месозем. Зоҳиран фаҳмоист, ки масоҳати квадрати сохташуда ба 2 воҳид баробар аст. Азбаски



Расми 4.

масоҳати квадрат ба квадрати тарафаш баробар аст, пас дарозии диагонали AC ададест, ки квадраташ ба 2 баробар мебошад.

Т е о р е м а. Бузургии диагонали квадрати воҳидӣ адади ратсионалӣ нест.

И с б о т. Баръаксашро фарз мекунем, яъне $AC=d$ -ро ратсионалӣ ҳисоб менамоем:

$$d = \frac{m}{n},$$

ки дар ин ҷо m -адади бутун, n -натуралӣ ва каср ихтисорнашаванда аст. Азбаски $d^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2} = 2$ аст, пас $m^2=2n^2$. Адади $2n^2$ чуфт аст, пас адади ба он баробари m^2 низ чуфт мебошад. Аз чуфт будани m^2 бармеояд, ки худи m чуфт аст.

Дар ҳақиқат, агар m тоқ мебуд, он гоҳ чунин адади бутун k ёфт мешуд, ки $m=2k+1$ мебуд. Аз ин ҷо $m^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1$. Ададҳои $4k^2$ ва $4k$ ададҳои чуфтанд, ҳосили ҷамъи онҳо низ адади чуфт мебошад. Ҷамъи адади чуфт ва воҳид бошад, адади тоқ аст. Пас, аз баробарии охири бармеояд, ки m^2 тоқ аст. Ин ба чуфт будани m^2 зид мебошад.

Ҳамин тариқ, аз чуфт будани m^2 чуфтии m бармеомадааст. Инак, $m=2k$. Акнун дар баробарии $m^2=2n^2$ ба ҷойи m қиматаш $2k$ -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$(2k)^2=2n^2; \quad 4k^2=2n^2; \quad n^2=2k^2.$$

Азбаски $2k^2$ адади чуфт аст, пас n^2 низ адади чуфт аст. Аз ин мувофиқи исботи болоӣ бармеояд, ки худи n чуфт мебошад.

Хулоса, аз фарзи ратсионалӣ будани дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, яъне $\frac{m}{n}$ будани он, чуфт будани сурат ва

махраҷи онро ҳосил кардаем. Пас, касри $\frac{m}{n}$ -ро ба 2 ихтисор

кардан мумкин аст. Ин бошад, ба ихтисорнашаванда буданаш зиддият мекунад. Ин зиддият, нодурустии фарзи пешниҳод кардаамонро нишон медиҳад. Ратсионалӣ набудани бузургии диагонали квадрати воҳидӣ исбот шуд.

Аз теоремаи исботшуда ва мувофиқи натиҷаи асосии б. 11 бармеояд, ки дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, касри даҳии даврӣ нест. Вай касри даҳии беохирӣ мусбат ё касри даҳии мусбати *ғайридаврӣ* мебошад. Агар ба ин гуна касрҳо, касрҳои ба онҳо муқобилро ҳамроҳ намоем, маҷмуъро ҳосил мекунем, ки он маҷмуъи ададҳои **иррационалӣ** ном дорад (префикси «ир» маънои инкорро дорад). Ин маҷмуъ бо ҳарфи *J* (ҳарфи аввали калимаи *irratio*) ишорат мешавад. Ҳамин тариқ, ҳар гуна адади ба *J* мутааллиқ касри даҳии беохир буда, ҳамчун нисбати ду адади бутун ифода намешавад.

Мо аллакай якто адади иррационалиро медонем (дарозии диагонали квадрати воҳидӣ). Боз мисолҳои ададҳои иррационалиро меорем:

1) 2,010010001... (воҳидҳо паси ҳам бо як, ду, се ва ҳоказо нулҳо аз ҳам ҷудоанд);

2) -4,030033000333... (миқдори нулҳо ва сеҳо ҳар дафъа як воҳид меафзояд);

3) 5,12112111211112... (миқдори якҳо ҳар бор як воҳид зиёд мешавад);

4) Адади π (пи), ки нисбати дарозии давраро бар диаметраш ифода менамояд:

$$\pi = 3,1415926653\dots$$

Акнун маҷмуъро муоина менамоем, ки ҳар як адади он адади рационалӣ ё иррационалӣ аст. Ин маҷмуъро **маҷмуъи ададҳои ҳақиқӣ** меноманд ва бо *R* (ҳарфи аввалии калимаи англиси *real*) ишорат мекунанд. Зоҳиран фаҳмост, ки маҷмуъи *R* бо тире ададӣ яхела аст, яъне *R* воқеан тамоми ададҳоро дар бар мегирад ва ҳар гуна ададро аз *R* бо ёрии касрҳои даҳии беохирӣ (даврӣ ё *ғайридаврӣ*) ифода кардан мумкин аст.

Қоидаи муқоисаи ададҳои ҳақиқӣ бо қоидаи муқоисаи касрҳои даҳии охиринок яхела аст. Барои мисол ададҳои 2,5653216... ва 2,541132...-ро муқоиса мекунем. Дар касрҳои даҳии беохирӣ мазкур қисмҳои бутун ва рақамҳои даҳӣ яхела буда, дар разряди садякӣ касри якум миқдори воҳидҳо назар ба миқдори воҳидҳои дар ҳамин разрядбудаи касри дуюм зиёд мебошад. Бинобар ҳамин,

$$2,5653216\dots > 2,541132\dots$$

Ададҳои ҳақиқиро чамъ, тарҳ, зарб ва тақсим (ҳангоми нул набудани тақсимкунанда) кардан мумкин аст. Дар айни ҳол хосиятҳои амалҳо бо ададҳои ҳақиқӣ бо хосиятҳои амалҳо бо ададҳои ратсионалӣ яхелаанд. Саҳеҳии натиҷаи амалҳо аз саҳеҳие, ки бо он қиматҳои тақрибии ададҳо дода мешаванд, вобастаанд. Саҳеҳии баланди ададҳо боиси то чанд афзудани сағҳи дурустии натиҷа мегардад.

М и с о л и 1. Суммаи ададҳои $a = \frac{1}{6}$ ва $b = 2,2121\dots$ -ро муоина мекунем.

Қиматҳои тақрибии чамъшавандаҳоро бо саҳеҳии то 0,1 мегирем. Он гоҳ

$$a + b \approx 0,1 + 2,2 = 2,3.$$

Агар қиматҳои тақрибии чамъшавандаҳоро бо саҳеҳии то 0,01, яъне $a = 0,16$ ва $b = 2,21$ гирем, он гоҳ

$$a + b \approx 0,16 + 2,21 = 2,37.$$

М и с о л и 2. Радиуси давраеро, ки дарозиаш тақрибан 47,1 см аст, меёбем.

Дарозии давра l бо формулаи $l = 2\pi r$ ҳисоб карда мешавад. $\pi \approx 3,14$ гирифта, муодилаи тақрибии

$$47,1 = 2 \cdot 3,14 \cdot r$$

-ро ҳосил мекунем. Аз ин ҷо $r = \frac{47,1}{2 \cdot 3,14} = \frac{47,1}{6,28} = 7,5$ см.

Хотирнишон мекунем, ки дар боло адади π то садякӣ яклухт карда шудааст.

- ?** 1. Оё дарозии диагонали квадрати воҳидиро бо касри даврӣ ифода кардан мумкин аст? 2. Чӣ гуна ададро, адади ирратсионалӣ меноманд? Мисоли ададҳои ратсионалӣ ва ирратсионалиро оред. 3. Ададҳои ҳақиқиро чӣ тавр ифода кардан мумкин аст? Қоидаҳои муқоисаи онҳоро бо мисолҳо фаҳмонед.

225. Оё тасдиқоти зерин дуруст аст:

а) ҳар як адади ратсионалӣ адади ҳақиқӣ аст;

- б) ҳар як адади ҳақиқӣ адади ирратсионалӣ мебошад;
 в) ҳар як адади ҳақиқӣ адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ аст.

226. Аз байни ададҳои $\frac{2}{3}$; 0; 0,32; -4,(21); 2,23223222322223...

(миқдори дуҳо, ки сеҳоро аз ҳамдигар ҷудо мекунанд, ҳар дафъа яктогӣ зиёд мешавад); 1,(4), π , 16 ратсионалӣ ва ирратсионалиашонро нишон диҳед.

227. Оё дуруст аст:

а) $263 \in N$; $263 \in Z$; $263 \in Q$; $263 \in R$;

б) $-4 \in N$; $-4 \in Z$; $-4 \in Q$; $-4 \in R$;

в) $2,6(3) \in N$; $2,6(3) \in Z$; $2,6(3) \in Q$; $2,6(3) \in R$;

г) $\pi \in N$; $\pi \in Z$; $\pi \in Q$; $\pi \in R$?

228. Ададҳоро муқоиса кунед:

а) 3,4321 ва 3,4412; б) -42,101 ва -42,011;

в) 0,014 ва 0,016; г) -1,333 ва -1,321.

229. Кадом адад калон аст:

а) 2,(12) ё 2,12; б) $4\frac{3}{8}$ ё 4,(375);

в) $\frac{2}{3}$ ё 0,668; г) π ё 3,(14) ?

230. Ададҳои 2,15; 1,(4); -2,62...; -2,63...-ро бо тартиби зиёдшавиашон нависед.

231. Ададҳои 1,275...; 1,064; 5; 1,0021...; 0,(37); -1,1(12)-ро бо тартиби камшавиашон нависед.

232. $a=1,0734...$ ва $v=2,0859...$ мебошад. Ададҳоро то:
 а) даҳякӣ; б) садякӣ яклухт карда, қиматҳои тақрибии ифодаҳои $a+v$ ва $a-v$ -ро ёбед.

233. Қимати тақрибии дарозии давраи радиусаш ба 5 м баробарро ёбед (адади π -ро то садякӣ яклухт карда).

234. Қимати тақрибии масоҳати доираи радиусаш 4,5м-ро ёбед (адади π -ро то садякӣ яклухт карда).

Машқҳо барои такрор

235. Ифодаро сода кунед:

$$\left(\frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} - \frac{x}{x^2-y^2} \right) : \frac{3y}{x-y}$$

236. x -ро ёбед, агар:

а) $|x|=2$; б) $|x|=1,5$; в) $|x|=-1$; г) $|x|=0$ бошад.

237. Муодиларо ҳал намоед:

$$(x+2)^2 - 5(x-4) = (x-6)(x+6).$$

238*. Ададро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) 1,(1); б) -2,(01); в) 1,1(12); г) 2,13(4).

239*. Исбот кунед, ки агар квадрати адад ба 3 тақсим шавад, он гоҳ ин адад ба 3 тақсим мешавад.

§5. РЕШАИ КВАДРАТИИ АДАДИ МУСБАТ

13. МАФҲУМИ РЕШАИ КВАДРАТӢ

Ду масъаларо ҳал мекунем:

М а с ъ а л а и 1. Тарафи квадрат ба 8 см баробар аст. Масоҳати онро меёбем.

Ҳ а л. Масоҳати квадрат S , ба квадрати тарафи он баробар аст. Пас $S=8^2\text{см}^2=64\text{см}^2$.

М а с ъ а л а и 2. Масоҳати квадрат ба 81 см^2 баробар аст. Тарафи квадратро ҳисоб менамоем.

Ҳ а л. Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки ин масъала нисбати масъалаи 1 баръакс аст. Агар дар масъалаи пешина аз **руйи** тарафи додашуда масоҳати квадратро ёфтан лозим бошад, дар ин ҷо аз **руйи** масоҳат тарафро ҳисоб кардан лозим аст.

Дарозии тарафи матлуби квадратро бо ҳарфи x (бо сантиметрҳо) ишорат мекунем. Масоҳати квадрат ба $x^2\text{ см}^2$ баробар мешавад. Вале мувофиқи шарт ин масоҳат ба 81 см^2 баробар аст. Инро ба эътибор гирифта муодилаи

$$x^2=81$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳамин тариқ, барои ҳалли ин масъала ададери ёфтан даркор аст, ки квадраташ ба 81 баробар аст.

Ададҳои 9 ва -9 ин талабро қонё менамоянд, чунки
 $9^2=9\cdot 9=81$; $(-9)^2=(-9)\cdot(-9)=81$.

Азбаски дарозӣ бо адади манфӣ ифода намеёбад, пас танҳо адади 9 ҳалли масъала мебошад. Инак, дарозии тарафи квадрат ба 9 см баробар аст.

Адади 9 *решаи квадратӣ* аз 81 ном дорад. Айнан ҳамин тавр 7 *решаи квадратӣ* аз 49 аст, чунки $7^2=49$; $\frac{2}{5}$ -*решаи квадратӣ* аз

$\frac{4}{25}$, чунки $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ ва ҳоказо.

Т а ь р и ф и 1. Решаи квадратӣ аз адади a гуфта, ададери меноманд, ки квадрати он ба a баробар аст.

Масалан, 9 *решаи квадратӣ* аз 81 аст, чунки $9^2=81$, 12 *решаи квадратӣ* аз 144 мебошад, чунки $12^2=12\cdot 12=144$. Азбаски $(-9)^2=81$ ва $(-12)^2=144$ аст, пас ададҳои -9 ва -12 мувофиқан низ *решаи квадратӣ* аз 81 ва 144 ҳастанд.

Т а ь р и ф и 2. Амали ёфтани *решаи квадратӣ* аз адад *азрешабарорӣ* ном дорад. Амали *азрешабарорӣ* нисбати амали баквадратбардорӣ баръакс аст: ҳангоми баквадратбардорӣ адад маълум буда, ёфтани квадрати он талаб карда мешавад; ҳангоми *азрешабарорӣ* квадрати адад маълум буда, ёфтани худи адад талаб карда мешавад. Аз ҳамин сабаб, дурустии *азрешабарориро* бо роҳи ба квадрат бардоштани адади ҳосилшуда санҷидан мумкин аст. Масалан, агар 16-ро аз *реша барорем*, 4-ро ҳосил менамоем, чунки $4^2=16$ аст.

Ҳар гуна ададро ба квадрат бардоштан мумкин аст, вале на ҳар ададро аз *реша баровардан* мумкин аст. Масалан, нишон медиҳем, ки *решаи квадратӣ* аз адади -4 бароварда намешавад (чунин адад вучуд надорад). Дар ҳақиқат, агар чунин имкон мебуд, он гоҳ адади матлубро бо x ишорат карда, мувофиқи таърифи *решаи квадратӣ* баробарии $x^2=-4$ -ро ҳосил мекардем. Ин баробарӣ нодуруст аст (яъне ададе нест, ки онро қаноат намояд), чунки дар қисми чапи он адади мусбат x^2 ва дар қисми ростии он адади манфӣ -4 меистад.

Аз ҳамаи гуфтаҳои боло чунин хулоса бармеояд: *Барои он ки аз $реша баровардани адад$ имконпазир бошад, зарур аст, ки адад гайриманфӣ, яъне мусбат ё нул бошад.*

?

1. Решаи квадратӣ аз адад гуфта чиро мегуянд?
 2. Азрешабарорӣ чӣ гуна амал аст? Вай ба кадом амал баръакс мебошад? 3. Доир ба решаи квадратӣ аз адади манфӣ чӣ гуфтан мумкин аст?

240. Тарафи квадрат ёфта шавад, агар масоҳати он ба:

- а) 16м^2 ; б) 49 дм^2 ; в) $0,36\text{ км}^2$; г) $\frac{25}{81}\text{ мм}^2$

баробар бошад.

241. Решаи квадратиро аз адад ёбед:

- а) 16; б) 64; в) 169; г) 0,01; д) x^4 ;
 е) $\frac{16}{25}$; ж) 0; з) a^2 ; и) $\frac{1}{k^6}$; к) 1; л) 0,81.

242. Магар адади v решаи квадратӣ аз адади a аст, агар:

- а) $a=16, v=6$; б) $a=\frac{9}{64}, v=\frac{3}{8}$; в) $a=25, v=-5$;

г) $a=36, v=-0,6$; д) $a=2,25, v=0,15$; е) $a=100, v=-10$
 бошад.

243. Исбот кунед, ки: а) адади -6 решаи квадратӣ аз -36 нест;
 б) адади -14 решаи квадратӣ аз 196 аст.

244. Санҷед, ки: а) ададҳои 11 ва -11 решаи квадратӣ аз адади 121;
 б) ададҳои 1,6 ва -1,6 решаи квадратӣ аз 2,56; в) ададҳои

$\frac{3}{7}$ ва $-\frac{3}{7}$ решаи квадратӣ аз $\frac{9}{49}$; г) ададҳои $2\frac{1}{3}$ ва $-2\frac{1}{3}$ решаи

квадратӣ аз $5\frac{4}{9}$ мебошанд.

245. Исбот кунед, ки:

- а) адади 4 решаи квадратӣ аз -16;
 б) адади 0,2 решаи квадратӣ аз 0,4;
 в) адади -5 решаи квадратӣ аз -25;

г) адади $2\frac{1}{4}$ решаи квадратӣ аз $4\frac{1}{16}$ нест.

Машқҳо барои тақрир

246. Ҳисоб кунед:

$$\left(\frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(6,4 : \frac{80}{3}\right) + \frac{1}{8}$$

247. Муодиларо ҳал намоед:

$$(x-3)^2 - x(x+4) = 15 - 10x$$

248. Маълум, ки графики функсияи $y = \frac{k}{x}$ аз нуқтаи $A\left(8; -\frac{1}{2}\right)$

мегузарад. Қимати k -ро ёбед ва графикро созед.

249. Соҳибкор аз ду қитъаи замин 460 т юнучқа гундошт. Соли дигар дар қитъаи якум ҳосил 15% ва дар дуҷум 10% афзуда, ҳосили умумӣ 516 т-ро ташкил кард. Соҳибкор соли якум аз ҳар як қитъа чандгоннагӣ юнучқа гундошта буд?

250. Ададҳои $-1,1(34)$; $-2,51$; $6,(2)$; $-0,0(1)$; $-7,32$; $0,(63)$ -ро бо тартиби зиёдшавии қимати мутлақашон нависед.

14. РЕШАИ КВАДРАТИИ АРИФМЕТИКӢ

Адади 6 решаи квадратӣ аз 36 аст. Адади -6 низ решаи квадратӣ аз 36 аст, чунки $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$. Ҳамин тариқ, дуто решаи квадратӣ аз 36 мавҷуд аст: ададҳои 6 ва -6 . Айнан ҳамин тавр, дуто решаи квадратӣ аз 9 вучуд дорад: 3 ва -3 .

Умуман, агар адади a решаи квадратӣ аз a , яъне $a^2 = a$ бошад, он гоҳ адади $-a$ низ решаи квадратӣ аз a аст, чунки $(-a)^2 = (-1)^2 a^2 = a^2 = a$.

Т а ъ р и ф. Решаи квадратии арифметикӣ аз адади a гуфта, адади ғайриманфиро меноманд, ки квадрати он ба a баробар аст.

Масалан, адади 5 решаи квадратии арифметикӣ аз 25 аст. Адади -5 решаи квадратӣ аз 25 буда, решаи квадратии арифметикӣ аз 25 нест, чунки $-5 < 0$ мебошад.

Решаи квадратии арифметикиро аз адади a бо \sqrt{a} ишорат мекунанд. Аломати $\sqrt{\quad}$ - аломати решаи квадратии арифметикӣ ном дорад. Ифодаи зери аломати реша бударо *ифодаи тахтирешагӣ* меноманд. Ифодаи \sqrt{a} ин тавр хонда мешавад:

«решаи квадратӣ аз адади a » (калимаи «арифметикӣ» ҳангоми хондан партофта мешавад).

Мисолҳои азрешабарории решаҳои квадратии арифметикиро меорем:

а) $\sqrt{16} = 4$, чунки 4-адади гайриманфӣ ва $4^2=16$;

б) $\sqrt{0,01} = 0,1$, чунки 0,1-адади гайриманфӣ ва $0,1^2=0,01$;

в) $\sqrt{0} = 0$, чунки 0-адади гайриманфӣ ва $0^2=0$.

Умуман, баробарии $\sqrt{a} = v$ дуруст аст, агар шартҳои

1) $v \geq 0$;

2) $v^2=a$

ичро шаванд.

Ифодаи \sqrt{a} ҳангоми $a < 0$ будан маъно надорад, чунки квадрати ҳар гуна адад гайриманфист. Масалан, ифодаҳои $\sqrt{-9}$ ва $\sqrt{-2,3}$ маъно надоранд.

Аз таърифи решаи квадратии арифметикӣ бармеояд, ки:

1) барои ҳар гуна адади $a \geq 0$ нобаробарии $\sqrt{a} \geq 0$ ҷой дорад;

2) барои ҳар гуна адади $a \geq 0$ баробарии $(\sqrt{a})^2 = a$ иҷро мешавад.

Ду хосияти решаи квадратии арифметикиро қайд мекунем*:

I Аз адади дилхоҳи мусбат танҳо якто решаи квадратии арифметикӣ баровардан мумкин аст, яъне решаи квадратии арифметикӣ яққимата муайян карда мешавад.

II. Агар $a > v \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{v}$ аст ва баръакс, агар $0 \leq a < v$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} < \sqrt{v}$ мебошад.

Ҳамин тариқ, масалан, $\sqrt{15} > \sqrt{11}$, чунки $15 > 11$ аст. Ё $\sqrt{27} > 5$ мебошад, чунки $27 > 25$ ва $\sqrt{25} = 5$ аст.

* Исроти ин хосиятҳо ба назарияи нобаробариҳои ададӣ таъя мекунанд, ки мо онро дар боби IV хоҷем омӯхт. Аљон онҳо бо мақсади васеъ кардани доираи машқҳо оварда шудаанд. Доир ба асосноккунии ин хосиятҳо ниг. ба б. IV § 11.36.

?

1. Чиро решаи квадрати арифметикӣ мегуянд? 2. Аломати $\sqrt{\quad}$ чӣ ном дорад? Ифодаи \sqrt{a} -чӣ? 3. Барои кадом қиматҳои a ифодаи \sqrt{a} маъно надорад? 4. Хосиятҳои решаи квадрати арифметикиро номбар кунед.

251. Дурустии баробариҳо санҷед:

а) $\sqrt{121} = 11$; б) $\sqrt{1,69} = 1,3$; в) $\sqrt{0,81} = 0,9$; г) $\sqrt{625} = 25$.

252. Нишон диҳед, ки баробарӣ нодуруст аст:

а) $\sqrt{100} = -10$; б) $\sqrt{1,21} = -1,1$; в) $\sqrt{0,9} = 0,3$; г) $\sqrt{25,6} = 1,6$.

253. Квадрати ададро ёбед:

а) $\sqrt{4}$; б) $\sqrt{9}$; в) $\sqrt{\frac{1}{7}}$; г) $\sqrt{2,25}$; д) $\sqrt{\frac{8}{11}}$; е) $\sqrt{0,01}$.

254. Ададҳои 4, 8, 21 ва 10-ро дар намуди квадрати адад нависад.

255. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt{81}$; в) $\sqrt{1600}$; г) $\sqrt{0,01}$;

д) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{0,36}$; ж) $\sqrt{400}$; з) $\sqrt{6400}$.

256. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,09}$; б) $\sqrt{0,25}$; в) $\sqrt{0,81}$; г) $\sqrt{0,64}$.

257. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{25}$; б) $2\sqrt{9} - 12$; в) $0,1\sqrt{400} + 5,2$;

г) $\sqrt{0,16} + \sqrt{0,09}$; д) $\sqrt{100} : \sqrt{81}$; е) $2 - 3\sqrt{9}$.

258. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{3^2 + 4^2}$; б) $\sqrt{13^2 - 12^2}$; в) $2^3 + 5\sqrt{16}$;

г) $2\sqrt{3 \cdot 27} - 6\sqrt{2 \cdot 18}$; д) $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16}$; е) $\frac{1}{3}\sqrt{36} - 2$.

259. Қимати ифодаро ҳисоб намоед:

а) $\sqrt{10+3m}$, хангоми $m=-3$; $m=2$; $m=-2$ будан;

б) $\sqrt{3x-5}$, хангоми $x=2$; $x=7$; $x=10$ будан;

в) $\sqrt{a+1}$, хангоми $a=8$; $a=15$; $a=48$ будан;

г) $\sqrt{6x-2}$, хангоми $x=1$; $x=4,5$; $x=11$ будан.

260. Ҷадвали квадрати ададҳои аз 10 то 20-ро тартиб дода, аз рӯи он ёбед:

а) $\sqrt{169}$, $\sqrt{289}$, $\sqrt{196}$, $\sqrt{256}$; б) $\sqrt{121}$, $\sqrt{144}$, $\sqrt{324}$, $\sqrt{361}$;

в) $\sqrt{1,21}$, $\sqrt{3,24}$, $\sqrt{2,25}$, $\sqrt{1,96}$; г) $\sqrt{3,61}$, $\sqrt{1,44}$, $\sqrt{2,89}$, $\sqrt{1,69}$.

261. Қимати x -ро ёбед, ки барои он:

а) $\sqrt{x} = 6$; б) $\sqrt{x} = 0,4$; в) $3\sqrt{x} = 0$;

г) $4\sqrt{x} = 1$; д) $\sqrt{x} - 5 = 0$; е) $2\sqrt{x} - 3 = 0$.

262. Оё чунин қимати тағйирёбандаи x мавҷуд аст, ки барояш:

а) $\sqrt{x} = 0,2$; б) $\sqrt{x} + 1 = 0$; в) $\sqrt{x} - 2 = 0$; г) $\sqrt{x} = -4$ аст?

263. Барои кадом қимати тағйирёбанда баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{x} = 9$; б) $\sqrt{x} = -2$; в) $5 - \sqrt{x} = 0$;

г) $10\sqrt{x} = 7$; д) $3\sqrt{x} - 1 = 0$; е) $6 + \sqrt{x} = 0$?

264. Чунин қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки барояш баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{2x+1} = 1$; б) $\sqrt{8x-3} = 7$;

в) $\sqrt{\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}} = 0$; г) $\sqrt{x+6} = 3$.

265. Кадомаш қалон:

а) $\sqrt{64}$ ё $\sqrt{81}$; б) $\sqrt{0,36}$ ё $\sqrt{0,25}$; в) 5 ё $\sqrt{16}$;

г) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ ё $\sqrt{\frac{16}{25}}$; д) $\sqrt{101}$ ё $\sqrt{102}$; е) $-\sqrt{4}$ ё $-\sqrt{5}$.

Машқҳо барои такрор

266. Адади a калон аст ё адади $-a$?

267. Муодилаи

$$\frac{8x}{9} + \frac{34}{72} - \frac{9x}{8} = 0$$

-ро ҳал кунед.

268. Барои кадом қимати a хати рости $y=ax-3$ аз нуқтаи $A(-2; 9)$ мегузарад?

269. Агар ҳар рӯз $0,75$ т ангишт сарф кунем, захираи ангишт ба 128 рӯз мерасад. Рафту ҳар рӯз 1 т ангишт сарф кунем, он гоҳ захира ба чанд рӯз мерасад?

270. Ададҳои $65, 90, 140$ -ро ба зарбкунандаҳои сода ҷудо кунед.

15. МУОДИЛАИ $x^2 = a$ ВА АЙНИЯТИ $\sqrt{a^2} = |a|$

I. Муодилаи

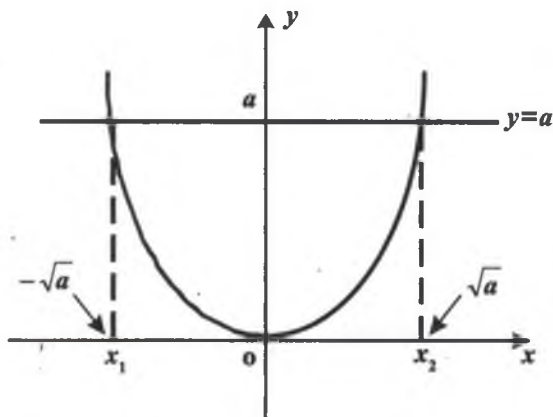
$$x^2 = a \quad (1)$$

-ро, ки дар он ҷо a адади дилхоҳ аст, муоина менамоем. Мо аллақай бо ин муодила ҳангоми ҳалли масъалаи 2-и б. II § 5. 13 барои a -и мушаххас ($a=81$) сару кор дошта будем.

Вобаста ба аломати адади a се ҳолат имконпазир аст.

1) Агар $a < 0$ бошад, он гоҳ муодилаи (1) реша надорад. Дар ҳақиқат, кадом қимати x -ро нагирем, квадраташ ҳамеша адади гайриманфӣ (яъне мусбат ё нул) аст ва ба адади манфии a баробар шуда наметавонад.

2) Агар $a = 0$ бошад, он гоҳ возеҳ аст, ки $x = 0$ решаи ягонаи муодилаи (1) мебошад.



Расми 5.

3) Агар $a > 0$ бошад, он гоҳ муодила ду решаи гуногун дорад. Барои ба ин боварӣ ҳосил кардан, графики функцияҳои $y = x^2$ ва $y = a$ -ро схемавӣ кашида мебинем, ки онҳо ҳамдигарро дар ду нуқта мебуранд (расми 5).

Агар абсиссаи нуқтаҳои буришро бо x_1 ва x_2 ишорат кунем, он гоҳ $x_1^2 = a$ ва $x_2^2 = a$ мешавад. x_2 адади мусбатест, ки квадрати он ба a баробар аст, пас вай решаи квадрати арифметикӣ аз a аст, яъне $x_2 = \sqrt{a}$. Адади x_1 ба x_2 муқобил аст, бинобар ин $x_1 = -\sqrt{a}$.

Ҳамин тариқ, муодилаи (1) ҳангоми $a > 0$ будан, гайри решаи мусбати $x = \sqrt{a}$, боз решаи манфии $x = -\sqrt{a}$ -ро дорад, яъне вай дорои ду реша мебошад. Бисёр вақт ин решаҳоро якҷоя дар намуди $x = \pm\sqrt{a}$ ё $x_{1,2} = \pm\sqrt{a}$ менависанд. Ин навиштаҷот ин тавр фаҳмида мешавад: $x_1 = -\sqrt{a}$, $x_2 = +\sqrt{a}$.

Масалан, решаҳои муодилаи $x^2 = 81$ -ро ин тавр навиштан мумкин аст (ниг. ба масъалаи 2-и б.13):

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{81}, \quad x_{1,2} = \pm 9.$$

Айнан ҳамин хел, ҳалли муодилаи $x^2 = \frac{9}{16}$ зерин аст:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}, \quad x_{1,2} = \pm\frac{3}{4}.$$

Муодилаи $x^2 = 2$ -ро дида мебароем. Ададҳои $x_1 = -\sqrt{2}$ ва $x_2 = \sqrt{2}$ решаҳои ин муодилаанд. Қайд кардан ҷоиш аст, ки дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, решаи ҳамин муодила мебошад. Ҷой тавре дидем (ниг. ба б. II § 4.12) ин адад, адади иррационалӣ аст.

Умуман нишон додан мумкин аст, ки решаи квадратӣ аз ҳар гуна ададе, ки квадрати пурра нест, адади иррационалӣ мебошад. Масалан, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$, $\sqrt{4,1}$, $-\sqrt{6,5}$ ва ҳоказо ададҳои иррационалианд.

II. Акнун муодилаи

$$x^2 = a^2 \quad (2)$$

-ро дида мебароем. Азбаски барои қимати дилхоҳи a ҳамеша $a^2 \geq 0$ аст, пас муодилаи (2) ҳангоми $a \neq 0$ будан, 2 реша ва ҳангоми $a=0$ будан як реша, ки он нул аст дорад.

Решаи мусбати муодилаи (2) $x = \sqrt{a^2}$ -ро муоина мекунем. Агар адади a мусбат бошад, пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ

$$\sqrt{a^2} = a$$

аст. Агар $a < 0$ бошад, он гоҳ $-a > 0$ аст. Адади $-a$ мусбат буда, $(-a)^2 = a^2$ мебошад. Пас $-a$ решаи квадратӣ аз a^2 аст, яъне

$$\sqrt{a^2} = -a.$$

Ҳамин тарик,

$$\sqrt{a^2} = a, \quad \text{ҳангоми } a \geq 0 \text{ будан,}$$

$$\sqrt{a^2} = -a, \quad \text{ҳангоми } a < 0 \text{ будан.}$$

Бо назардошти гайриманфӣ будани қимати мутлақи адад, ҳар дуи ин баробарихоро бо як баробарӣ дар намуди

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

навиштан мумкин аст.

Масалан,

$$\sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9, \quad \sqrt{(-10)^2} = |-10| = 10.$$

М и с о л. Барои кадом қиматҳои a дуруст будани баробарии

$$\sqrt{(a-8)^2} = a-8$$

-ро муоина мекунем.

Азбаски $\sqrt{(a-8)^2} = |a-8|$ аст, пас баробарии аввала намуди $|a-8| = a-8$ -ро мегирад. Ин баробарӣ бошад, танҳо ҳангоми $a-8 \geq 0$ ё ҳангоми $a \geq 8$ будан ҷой дорад.

Ҷ а в о б: $a \geq 8$.

?

1. Чаро муодилаи (1) ҳангоми $a < 0$ будан ҳал надорад? 2. Барои чӣ ҳангоми $a > 0$ будан, решаҳо муқобиланд? 3. Магар баробарии $\sqrt{a^2} = a$ барои ҳар гуна адади a дуруст аст?

271. Оё муодилаи зерин реша дорад:

а) $x^2=49$; б) $x^2=17$; в) $x^2=0$; г) $x^2=-4$?

272. Магар ифодаи $\sqrt{2-3x}$ ҳангоми $x=-1$; 2; 0; 1,5; 1,6 будан, маъно дорад?

273. Ифодаи:

а) $2\sqrt{x}$; б) $-5\sqrt{a}$; в) $\sqrt{-2a}$; г) $\sqrt{6c}$

барои кадом қиматҳои тағйирёбанда маъно дорад?

274. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2=64$; б) $x^2=-7$; в) $x^2=2,5$;

г) $x^2 = 2\frac{1}{4}$; д) $x^2=1,44$; е) $x^2=441$.

275. Решаҳои муодила ёфта шаванд:

а) $x^2-0,02=0,02$; б) $16x^2=9$; в) $0,5x^2=8$;

г) $\frac{1}{2}x^2 = 10$; д) $\frac{1}{4}x^2 = 16$; е) $11+x^2=12$.

276. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x-2)^2=25$; б) $(x-5)^2=1$; в) $(x+3)^2=16$; г) $(x+7)^2=49$.

277. Ҳисоб кунед:

а) $0,2 + 3(\sqrt{0,3})^2$; б) $2^2 + (-2\sqrt{2})^2$;

в) $\sqrt{0,04} + 2(\sqrt{0,4})^2$; г) $(0,1\sqrt{70})^2 - \sqrt{1,69}$.

278. Ифодаро бо ифодаи айниятан ба он баробар иваз намоед:

а) $\sqrt{a^2}$; б) $\sqrt{y^2}$; в) $\sqrt{c^2}$; г) $-0,1\sqrt{x^2}$; д) $\sqrt{36a^2}$.

279. Ифодаро сода кунед:

а) $\sqrt{p^2}$, агар $p > 0$; б) $-\sqrt{16y^2}$, агар $y < 0$;

в) $\sqrt{n^2}$, агар $n < 0$; г) $0,4\sqrt{9a^2}$, агар $a > 0$ бошад.

280. Айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ -ро истифода карда, ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{(a-6)^2}$; б) $\sqrt{9x^2}$; в) $\sqrt{a^2+6a+9}$;
г) $\sqrt{(-1)^2}$; д) $\sqrt{a^2-2ax+x^2}$; е) $\sqrt{x^4-4x^2+4}$.

281. Барои кадом қиматҳои a баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{(a-3)^2} = a-3$; б) $\sqrt{(a+4)^2} = a+4$;
в) $\sqrt{(a-5)^2} = 5-a$; г) $\sqrt{(a+1)^2} = -a-1$;
д) $\sqrt{(a-3)^2} = |a-3|$; е) $\sqrt{(a+2)^2} = |a+2|$?

282. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\sqrt{x^2} = 3$; б) $\sqrt{(y+2)^2} = 4$; в) $\sqrt{x^2} = -3$; г) $\sqrt{x^2} = x$.

Машқҳо барои такрор

283. Муодилаи

$$\frac{2(5x+2)}{9} - 1 = \frac{4(33+2x)}{5} - \frac{5(1-11x)}{9}$$

-ро ҳал кунед.

284. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{a}{a-6} + \frac{3a}{a+6} - \frac{2a6}{a^2-6^2}$; б) $-\frac{1}{x} \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1}$.

285. Ифодаро бе ишорати қимати мутлақ нависед:

а) $|a|$, ҳангоми $a > 0$ будан; б) $|6|$, ҳангоми $6 < 0$ будан.

286. Қанқ 34 км-ро ба самти чараёни дарё дар 2 соат тай мекунад. Суръати вай дар оби ором 15 км/соат аст. Суръати чараёни дарёро ёбед.

287. Аз баробарӣ тағйирёбандаи x -ро ёбед:

а) $\sqrt{\frac{2}{3}x-1} = 4$; б) $\sqrt{0,2x-0,8} = 0,4$.

16. ЁҒТАНИ ҚИМАТИ ТАҚРИБИИ РЕШАИ КВАДРАТИ

Дар ҳисоббарориҳои тақрибӣ ададҳоро бо қиматҳои тақрибии онҳо, ки бо касрҳои даҳӣ ифода мешаванд, иваз мекунанд. Чӣ тавр ёфтани қимати тақрибии решаи квадратии арифметикиро дар мисоли ёфтани қимати тақрибии $\sqrt{2}$ дида мебароем. Чӣ тавре қайд шуда буд, ин адад иррационалӣ аст, яъне бо касри даҳии охиринок ё даврӣ ифода намешавад.

Азбаски $1^2 < 2 < 2^2$ аст, пас мувофиқи хосияти II-и решаи квадратии арифметикӣ (ниг. ба б.14): $1 < \sqrt{2} < 2$.

Адади 1 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо н о р а с о й ва адади 2 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо б а р з и ё д ӣ бо саҳеҳии то 1 ном доранд. Аз нобаробарии $1 < \sqrt{2} < 2$ бармеояд, ки

$$\sqrt{2} = 1, \dots$$

Барои ёфтани рақами даҳякии $\sqrt{2}$ касрҳои даҳии 1,1; 1,2;...-ро то адади аз 2 калон пайдо шудан, пай дар пай ба квадрат мебардорем:

$1,1^2=1,21$; $1,2^2=1,44$; $1,3^2=1,69$; $1,4^2=1,96$; $1,5^2=2,25$.
Акнун баръало равшан аст, ки $1,96 < 2 < 2,25$, яъне $1,4^2 < 2 < 1,5^2$.
Аз ин нобаробарӣ боз мувофиқи ҳамон хосияти решаи квадратии арифметикӣ бармеояд: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$. Пас

$$\sqrt{2} = 1,4 \dots$$

Ададҳои 1,4 ва 1,5 қиматҳои тақрибии $\sqrt{2}$ мувофиқан бо норасоӣ ва барзиёдӣ бо саҳеҳии то 0,1 ном доранд.

Барои ёфтани рақами садякӣ касрҳои даҳии 1,41; 1,42;...-ро пай дар пай ба квадрат мебардорем. Азбаски $1,41^2=1,9881$ ва $1,42^2=2,0164$ аст, пас адади $\sqrt{2}$ аз 1,41 калон ва аз 1,42 хурд мебошад. Яъне

$$\sqrt{2} = 1,41 \dots$$

Адади 1,41 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо норасоӣ ва адади 1,42-бо барзиёди бо саҳеҳии то 0,01 мебошанд. Ин равандро давом дода мебинем, ки қимати тақрибии $\sqrt{2}$ то саҳеҳии 0,001 адади 1,414 аст, яъне

$$\sqrt{2} = 1,414..$$

чунки $(1,414)^2 = 1,999396 < 2$ ва $(1,415)^2 = 2,002225 > 2$. Ҳамин тавр дар мавриди зарурӣ $\sqrt{2}$ -ро бо саҳеҳии то 0,0001; 0,00001 ва гайра ёфтани мумкин аст.

Ҳамин тариқ, тарзи муоинашуда имконият медиҳад, ки бо саҳеҳии дилхоҳ решаи квадратии арифметикии адад ёфта шавад. Дар ҳисоббарориҳои амалӣ барои ёфтани қимати тақрибии решаи квадратӣ аз ҷадвали махсус ё аз техникаи ҳисоббарор (асосан микрокалькуляторҳо) истифода мебаранд. Ҳамчун намуна аз ҷадвали решаҳои квадратӣ, ки дар ҳамаи маълумотномаҳои математикӣ оварда мешавад, қимати тақрибии решаҳои барои ададҳои аз 3 то 10 бо саҳеҳии то 0,001 меорем:

$$\sqrt{3} = 1,732;$$

$$\sqrt{5} = 2,236;$$

$$\sqrt{6} = 2,449;$$

$$\sqrt{7} = 2,646;$$

$$\sqrt{8} = 2,828;$$

$$\sqrt{10} = 3,162.$$

?

1. Аз кадом хосияти решаи квадратии арифметикӣ истифода карда, қимати тақрибии решаи квадратиро меёбанд? 2. Чиро қимати тақрибии адад бо норасоӣ ва барзиёди мегӯянд?

288. Исбот кунед, ки

а) $3 < \sqrt{12} < 4$;

б) $5 < \sqrt{30} < 6$;

в) $5,9 < \sqrt{35} < 6,0$;

г) $7,20 < \sqrt{52} < 7,22$ аст.

289. Ададҳои муқоиса кунед:

а) 3 ва $\sqrt{11}$; б) 2,7 ва $\sqrt{7}$; в) $\sqrt{3,15}$ ва 1,9; г) $\sqrt{24,3}$ ва 4,5.

290. Ду адади бутуни пайдарпайро ёбед, ки дар байнашон адади:

а) $\sqrt{37}$; б) $\sqrt{0,9}$; в) $\sqrt{132}$; г) $\sqrt{18,7}$ ҷойгир аст.

291. Адади иррационалиро тақрибан бо норасой бо саҳеҳии то 0,1 ба касри даҳӣ иваз намоед:

а) $\sqrt{12}$; б) $-\sqrt{6}$; в) $\sqrt{13}$; г) $\sqrt{0,8}$; д) $\sqrt{14,2}$; е) $-\sqrt{27,4}$.

292. Масоҳати квадрат ба 17 см^2 баробар аст. Тарафи онро тақрибан бо норасой ва барзиёди бо саҳеҳии то 0,1 ёбед.

293. Муодиларо ҳал намоед ва киматҳои тақрибии решаконии онро то даҳякӣ яқлухт кунед:

а) $x^2=18$; б) $10x^2=7$; в) $(x-2)^2=11$; г) $(x+1)^2=7$.

Машқҳо барои тақрор

294. Қимати ифодаро ёбед:

а) $0,3\sqrt{121}+4\sqrt{0,81}$;

б) $\sqrt{900}-(4\sqrt{0,8})^2$;

в) $\sqrt{169} \cdot \sqrt{400} \cdot \sqrt{0,01}$;

г) $\left(-5\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2-10\sqrt{0,81}$.

295. Оё ифодаи: а) $\sqrt{(-7)^2}$; б) $(\sqrt{-0,7})^2$; в) $-\sqrt{-8^2}$;

г) $-\sqrt{(-8)^2}$ маъно дорад?

296. Магар хати рости: а) $y=-1$; б) $y=0$; в) $y=16$; г) $y=-30$ графикаи функсияи $y=x^2$ -ро мебурад? Агар бурад, абсиссаи нуқтаи буришро ёбед.

297. Магар ифодаи $x-|x|$ қимати мусбат қабул мекунад?

298. Чумаки якуми обгузар ваннаро дар 15 дақиқа ва чумаки дуюм дар 10 дақиқа аз об пур мекунад. Агар ҳар ду чумахро якҷоя кушоем, дар 5 дақиқа кадом ҳиссаи ванна аз об пур мешавад?

299. Касро ихтисор кунед:

а) $\frac{a^2-8a+16}{16-a^2}$;

б) $\frac{9x^2+4y^2-12xy}{4y^2-9x^2}$.

мачмуъ аст. Ин хосиятҳо бевосита аз таърифи решаи квадратии арифметикии адад бармеоянд (ниг. ба б. II §5.14). Аз сабаби якқимата будани решаи квадратӣ ҳамаи ададҳои ғайриманфӣ ба соҳаи қиматҳои функсия тааллуқ доранд, яъне барои адади дилхохи $a > 0$ чунин адади $v > 0$ ёфт мешавад, ки $\sqrt{v} = a$ аст.

Дар б. 14 қайд карда будем, ки агар $a > v \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{v}$ аст. Аз ин ҷо бевосита бармеояд, ки функсия афзуншаванда аст, яъне ба қимати калони аргумент қимати калони функсия мувофиқ меояд. Аниқаш, агар $x_2 > x_1 \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{x_2} > \sqrt{x_1}$ аст. Зоҳиран фаҳмош, ки агар $x = 0$ бошад, он гоҳ $y = 0$ аст. Бинобар ин, ибтидои координатавӣ ба график тааллуқ дорад.

Инак, функсияи $y = \sqrt{x}$:

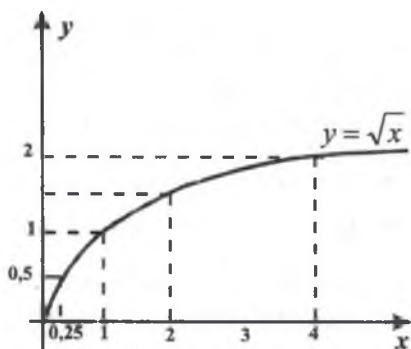
- 1) ҳангоми $x \geq 0$ будан муайян аст;
- 2) ҳангоми $x > 0$ будан мусбат буда, ҳангоми $x = 0$ будан ба нул баробар аст;
- 3) дар соҳаи муайянии худ функсия афзуншаванда аст;
- 4) ҳамаи қиматҳои ғайриманфиро қабул мекунад.

Барои ёфтани якчанд нуқтаҳои графики функсияи мазкур чадвали қиматҳои функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро месозем:

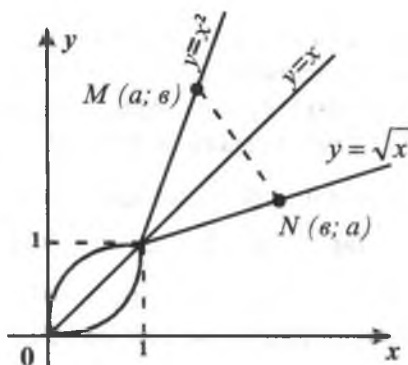
x	0	0,25	0,49	1	2	3	4
$y = \sqrt{x}$	0	0,5	0,7	1	1,4	1,7	2

Дар ин чадвал қиматҳои функсия бо саҳеҳии то 0,1 оварда шудаанд. Дар ҳамвори координатавӣ нуқтаҳои координатаҳояшон дар чадвал овардашударо месозем ва онҳоро бо хати яклухт пайваст намуда, графики функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро ҳосил мекунем (расми 7).

Графики $y = \sqrt{x}$ дар чоряки якум ҷойгир буда, мисли графики $y = x^2$ шоҳаи параболаро мемунад. Ин аз он бармеояд,



Расми 7.



Расми 8.

ки графикҳои мазкур нисбат ба хати рости $y=x$ симметрианд, яъне агар нуқтаи $M(a;a^2)$ ба графики функсияи $y=x^2$ тааллуқ дошта бошад ($a^2=a^2$), он гоҳ нуқтаи $N(a;a)$ ба графики функсияи $y=\sqrt{x}$ мутааллиқ аст ($a=\sqrt{a^2}$). Расми 8, ки дар он графики ҳар ду функсия дар як системаи координатавӣ оварда шудааст, далели ин тасдиқ аст. Ибтидои ин тасдиқро мавқуф мегузорем.

?

1. Хосиятҳои функсияи $y=\sqrt{x}$ -ро номбар кунед. 2. Афзуншаванда будани онро чӣ хел мефаҳмед? 3. Чаро графики функсия дар чоряки якум ҷойгир аст?

300. Масоҳати доира бо формулаи $S = \pi r^2$, ки дар ин ҷо r радиуси доира аст ё бо формулаи $S = \frac{\pi d^2}{4}$, ки дар ин ҷо d диаметри доира мебошад, ҳисоб мешавад. Бо формула ифода кунед:

- а) вобастагии r -ро аз S ;
- б) вобастагии d -ро аз S .

301. Масоҳати сатҳи пурраи куб бо формулаи $S=6a^2$, ки дар ин ҷо a дарозии тегаи куб аст, ифода мешавад. Аз масоҳати сатҳи куб S вобаста будани дарозии тегаи он a -ро бо формула ифода кунед.

302. Оё нуқтаи: А(49;7); В(1000;10); С(-64;8); Д(16;4) ба графики функсияи $y = \sqrt{x}$ тааллуқ дорад?

303. Магар хати рости: а) $y=1$; б) $y=8$; в) $y=100$; г) $y=-4$ графикаи функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро мебурад? Агар бурад, дар кадом нукта?

304. Хосияти афзуншавии функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро истифода карда, ададҳоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{2,7}$ ва $\sqrt{2\frac{3}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{1}{7}}$ ва $\sqrt{\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt{2}$ ва 1,4;

г) $\sqrt{27}$ ва $\sqrt{28}$; д) $\sqrt{7}$ ва 2,6; е) $\sqrt{80}$ ва 9.

305. Ададҳоро бо тартиби зиёдшавиашон нависед:

а) $\sqrt{5}$, $\sqrt{6,3}$ ва $\sqrt{1,4}$; б) $\sqrt{19}$, $\sqrt{13}$ ва 4;

в) $\sqrt{0,2}$, $\sqrt{1,8}$ ва 1; г) 0,3, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ва $\frac{1}{3}$.

Машқҳо барои тақрор

306. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x^2=8$ ва $\sqrt{x}=8$; б) $3x^2=\frac{1}{3}$ ва $3\sqrt{x}=\frac{1}{3}$.

307. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{8^2-28}$; б) $\sqrt{0,64} + 3\sqrt{\frac{1}{9}}$; в) $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,49}$; г) $0,2\sqrt{1,21} \cdot \sqrt{900}$.

308. Ду адади бутуни пайдарпайро ёбед, ки дар байнашон $\sqrt{89}$ ҷойгир аст.

309. Аз ду кишлоқ ба пешвози ҳамдигар автобус ва мошини боркаш равои шуданд. Баъди 15 дақиқа онҳо вохӯрданд. Масофаи байни кишлоқҳоро ёбед, агар маълум бошад, ки суръати автобус 60 км/соат ва суръати мошини боркаш 48 км/соат аст.

310. Қимати касрро бо нул муқоиса кунед:

а) $-\frac{4x}{x^2+2}$ ҳангоми $x < 0$ будан; б) $\frac{x+1}{-x^2-5}$ ҳангоми $x > 0$ будан.

§6. ХОСИЯТҲОИ РЕШАИ КВАДРАТИИ АРИФМЕТИКӢ

18. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ ҲОСИЛИ ЗАРБ

Бигузур ҳисоби $\sqrt{25 \cdot 64}$ зарур аст. Азбаски $25 \cdot 64 = 1600 = 40^2$ аст, пас $\sqrt{25 \cdot 64} = 40$. Акнун мебинем, ки $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{64} = 8$. Аъзо ба аъзо баробариҳоро зарб карда, ҳосил мекунем: $\sqrt{25} \cdot \sqrt{64} = 5 \cdot 8 = 40$.

Ҳамин тарик,

$$\sqrt{25 \cdot 64} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{64}.$$

Реша аз ҳосили зарби ду адади дилхоҳи гайриманфӣ низ ҳамин хел баробариро қаноат мекунад. Аниқаш, нишон медиҳем, ки барои ҳар гуна ададҳои гайриманфӣи a ва v баробарии

$$\sqrt{av} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{v} \quad (1)$$

ҷой дорад.

Мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (1) дуруст аст, агар ду шарт:

$$\text{а) } \sqrt{a} \cdot \sqrt{v} \geq 0; \quad \text{б) } (\sqrt{a} \cdot \sqrt{v})^2 = av$$

ичро шаванд. Инро нишон медиҳем.

Ифодаҳои \sqrt{a} ва \sqrt{v} фақат қиматҳои гайриманфӣ қабул мекунанд. Бинобар ин, ҳосили зарби $\sqrt{a} \cdot \sqrt{v}$ гайриманфӣ мебошад. Акнун хосияти дараҷаи ҳосили зарбро истифода карда ҳосил мекунем:

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{v})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{v})^2 = av.$$

Инак, шартҳои а) ва б) иҷро шуданд. Пас, мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (1) дуруст аст. Ин баробарӣ барои ҳар гуна ададҳои гайриманфӣ айният мебошад.

Эзоҳ. Баробарии (1) дар мавриди аз ду зиёд будани шумораи зарбшавандаҳои тахти реша низ дуруст аст. Масалан, агар

$$a \geq 0, v \geq 0, c \geq 0 \text{ бошад, он гоҳ } \sqrt{avc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{v} \cdot \sqrt{c}.$$

Дар ҳақиқат, мувофиқи ҳосияти ҳосили зарб ва баробарии (1)

$$\sqrt{abc} = \sqrt{(ab)c} = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}.$$

Хулоса, решаи квадрати арифметикӣ дорои ҳосияти зерин аст:

Реша аз ҳосили зарби зарбшавандаҳои ғайриманфӣ ба ҳосили зарби решаҳо аз ин зарбшавандаҳо баробар аст.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи $\sqrt{169 \cdot 0,01}$ -ро меёбем.

Айнияти (1)-ро ҳангоми $a=169$ ва $b=0,01$ будан истифода мекунем:

$$\sqrt{169 \cdot 0,01} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 0,1 = 1,3.$$

М и с о л и 2. Қимати ифодаи $\sqrt{27 \cdot 12}$ -ро ҳисоб мекунем.

Ифодаи тахтирешагиро дар намуди ҳосили зарби зарбшавандаҳои ҳар кадомашон аз квадрати адади бутун иборат буда навишта, айнияти (1)-ро татбиқ менамоем:

$$\sqrt{27 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = \sqrt{9^2} \cdot \sqrt{2^2} = 9 \cdot 2 = 18.$$

Аз айнияти (1) бармеояд, ки ҳангоми зарби решаҳо ифодаҳои тахтирешагиро аввал зарб карда, аз натиҷа реша баровардан мумкин аст, яъне айнияти (1)-ро дар намуди $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ истифода карда.

М и с о л и 3. Аз айният истифода карда, ҳосили зарби $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ -ро меёбем.

$$\text{Дорем } \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6.$$

Ҳангоми адади калон будани қимати адади тахтирешагӣ ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани он аз аҳамият ҳолӣ нест.

М и с о л и 4. Қимати $\sqrt{7056}$ -ро меёбем.

Адади 7056-ро ба зарбкунандаҳо, масалан, ба зарбкунандаҳои сода ҷудо мекунем: $7056=2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 21=16 \cdot 21^2=4^2 \cdot 21^2$. Аз ин ҷо, $\sqrt{7056} = \sqrt{4^2 \cdot 21^2} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{21^2} = 4 \cdot 21 = 84$.

?

1. Айниятро, ки ҳосияти решаи квадратии аз ҳосили зарб бо он ифода мешавад, нависед ва онро исбот кунед. 2. Мисол оред, ки вай зарурияти истифодаи иваз кардани қисмҳои чап ва ростии ин айниятро талаб намояд.

311. Қимати решаҳо ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{16 \cdot 25}$; б) $\sqrt{81 \cdot 400}$; в) $\sqrt{144 \cdot 0,25}$;

г) $\sqrt{169 \cdot 100}$; д) $\sqrt{121 \cdot 0,01}$; е) $\sqrt{0,04 \cdot 196}$.

312. Қимати решаҳо ёбед:

а) $\sqrt{0,49 \cdot 49}$; б) $\sqrt{0,25 \cdot 36}$; в) $\sqrt{0,09 \cdot 81}$; г) $\sqrt{2,25 \cdot 256}$.

313. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{625 \cdot 9 \cdot 36}$; б) $\sqrt{256 \cdot 0,25 \cdot 0,81}$;

в) $\sqrt{225 \cdot 0,16 \cdot 400}$; г) $\sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001}$.

314. Қимати решаҳо ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{75 \cdot 48}$; б) $\sqrt{45 \cdot 80}$; в) $\sqrt{4,9 \cdot 360}$; г) $\sqrt{160 \cdot 3,6}$.

315. Аз реша бароред:

а) $\sqrt{113^2 - 112^2}$; б) $\sqrt{82^2 - 18^2}$; в) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$;

г) $\sqrt{122^2 - 22^2}$; д) $\sqrt{17^2 - 8^2}$; е) $\sqrt{6^2 + 8^2}$;

ж) $\sqrt{65^2 - 63^2}$; з) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$.

316. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{44100}$; б) $\sqrt{1024}$; в) $\sqrt{1225}$; г) $\sqrt{2916}$.

317. Қимати ҳосили зарбро ёбед:

а) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90}$; б) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}$; в) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$; г) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{98}$;

д) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5}$; е) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{63}$; ж) $\sqrt{108} \cdot \sqrt{27}$; з) $\sqrt{54} \cdot \sqrt{6}$.

318. Қимати ҳосили зарбро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{21}$; б) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{22} \cdot \sqrt{11}$; в) $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{2}$; г) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{3}$.

319. Ифодаро дар намуди ҳосили зарби решаҳо нависед:

а) $\sqrt{15}$; б) $\sqrt{42}$; в) $\sqrt{8a}$; г) $\sqrt{5b}$.

320*. Суммаи ду адад ба $\sqrt{14}$ ва фарқи онҳо ба $\sqrt{10}$ баробар аст. Нишон диҳед, ки ҳосили зарби онҳо ба 1 баробар аст.

Машқҳо барои такрор

321. Қимати ифодаи $\sqrt{x^2}$ -ро ҳангоми $x=-4; -3; 0; 1; 8$ будан ёбед.

322. Таърифи қимати мутлақро истифода карда, ифодаи

$\frac{x}{|x|}$ -ро сода кунед, агар:

а) $x > 0$; б) $x < 0$

бошад. Оё ифода ҳангоми $x=0$ будан маъно дорад?

323. 15%-и масоҳати майдон 24 га аст. Масоҳати майдонро ёбед.

324. Ифодаро сода намоед:

а) $3a^2 \cdot \frac{1}{9a^2}$; б) $4(2a^3)^4$; в) $32a^3 \cdot \left(\frac{1}{2}a^2\right)^4$.

325. Касро ихтисор кунед:

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1}$; б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1}$.

19. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ КАСР

Қимати ифодаи $\sqrt{\frac{121}{144}}$ -ро ҳисоб мекунем. Мо медонем, ки

$\sqrt{121}=11$ ва $\sqrt{144}=12$ аст. Месанҷем, ки оё баробарии

$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{11}{12}$ ҷой дорад ё на.

Азбаски $\left(\frac{11}{12}\right)^2 = \frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$ ва $\frac{11}{12} > 0$ аст, пас баробари дуруст аст. Аз тарафи дигар

$$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{11}{12},$$

бинобар ин

$$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}}.$$

Мулоҳизаҳои болоро умумӣ карда нишон медиҳем, ки барои ҳар гуна ададҳои $a \geq 0$ ва $v > 0$ баробари

$$\sqrt{\frac{a}{v}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{v}} \quad (2)$$

ҷой дорад.

Ҳар се ифодаи дар (2) буда мувофиқи шарт дорои маъно мебошанд. Пас, мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробари (2) дуруст аст, агар ду шарт:

$$а) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{v}} \geq 0;$$

$$б) \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{v}}\right)^2 = \frac{a}{v}$$

ичро шаванд. Азбаски $a \geq 0$ ва $v > 0$ аст, пас $\sqrt{a} \geq 0$ ва $\sqrt{v} > 0$.

Бинобар ин, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{v}} \geq 0$ аст. Акнун хосияти дараҷаи касрро истифода карда, ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{v}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{v})^2} = \frac{a}{v}.$$

Ҷой доштани шартҳои а) ва б), яқбора бо он дурустии (2)-ро нишон додаем. Баробари (2) айният мебошад, чунки вай барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳои a ва v дуруст аст.

Инак, боз як хосияти решаи квадратии арифметикиро муқаррар кардаем:

Реша аз касре, ки сураташ ғайриманфию махрачаш мусбат аст, баробари реша аз сурат тақсими реша аз махрач мебошад.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи $\sqrt{\frac{64}{289}}$ -ро меёбем.

Мувофиқи хосияти решаи квадратӣ аз каср

$$\sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{289}} = \frac{8}{17}.$$

Баъзан ҳангоми ҳисоббарориҳо айнияти (2)-ро «аз рост ба чап» хонда татбиқ кардан лозим меояд, яъне айнияти $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ -ро.

М и с о л и 2. Қимати ҳосили тақсими $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{99}}$ -ро ҳисоб мекунем.

Мувофиқи айнияти (2):

$$\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{99}} = \sqrt{\frac{44}{99}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11}{9 \cdot 11}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

Дар охир таъкид мекунем, ки дар баробарии айнияти (2) истифодаи хосияти асосии каср (ниг. ба б.І §1.4) метавонад, ҳисоби қимати решаро осон намояд.

М и с о л и 3. Қимати касри $\frac{\sqrt{36,1}}{\sqrt{40}}$ -ро меёбем.

Дорем

$$\frac{\sqrt{36,1}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{36,1}{40}} = \sqrt{\frac{36,1 \cdot 10}{40 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{361}{400}} = \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{400}} = \frac{19}{20}.$$

?

1. Айниятро, ки хосияти решаи квадратии касро ифода мекунад, нависед ва онро исбот кунед. 2. Чаро баъзан «аз рост ба чап» хондани ин айният ҳисобро осон мекунад? Мисол биёред.

326. Қимати решаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{\frac{9}{169}}$; б) $\sqrt{\frac{121}{100}}$; в) $\sqrt{\frac{361}{25}}$; г) $\sqrt{\frac{4}{81}}$.

327. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{3\frac{22}{49}}$; б) $\sqrt{2\frac{14}{121}}$; в) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$;
г) $\sqrt{12\frac{1}{4}}$; д) $\sqrt{1\frac{81}{144}}$; е) $\sqrt{1\frac{120}{169}}$.

328. Қимати ифодаро ҳисоб намоед:

а) $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25}}$; б) $\sqrt{5\frac{4}{9} \cdot 2\frac{14}{25}}$; в) $\sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}}$; г) $\sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2\frac{1}{4}}$.

329. Ифодаро дар намуди ҳосили тақсими касрҳо нависед:

а) $\sqrt{\frac{3}{7}}$; б) $\sqrt{\frac{5}{11}}$; в) $\sqrt{\frac{2}{a}}$; г) $\sqrt{\frac{6}{6}}$; д) $\sqrt{\frac{5}{13}}$; е) $\sqrt{\frac{10}{7}}$.

330. Қимати ҳосили тақсимо ёбед:

а) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}$; в) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$; г) $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}}$; д) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{98}}$; е) $\frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}$.

331. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}}$; б) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{27}}$; в) $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}$; г) $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{245}}$; д) $\frac{\sqrt{490}}{\sqrt{810}}$; е) $\frac{\sqrt{1600}}{\sqrt{12100}}$.

332. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{\sqrt{12,1}}{\sqrt{10}}$; б) $\frac{\sqrt{22,5}}{\sqrt{10}}$; в) $\frac{\sqrt{32,4}}{\sqrt{90}}$; г) $\frac{\sqrt{8,1}}{\sqrt{160}}$.

Машқҳо барои такрор

333. Қимати ҳосили зарбро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$; б) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$;
в) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{3}$; г) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{70} \cdot \sqrt{14}$.

334. Периметри росткунча 32 см аст. Фарқи тарафҳои ҳамсоя ба 2 см баробар мебошад. Тарафҳои росткунчаро ёбед.

335. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$22,1 : x = 5 \frac{2}{3} : 4,2.$$

336. Барои кадом қиматҳои тағйирёбандаи x ифода маъно надорад:

а) $\frac{2x}{x^2 - 5}$;

б) $\frac{2-x}{14-x^2}$?

337. Муодиларо ҳал кунед:

$$5-3(x-2(x-2(x-2)))=2.$$

20. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ ДАРАЧА

Бигузор m - адади натуралии чуфт аст. Масъалаи ҳисоби ифодаи $\sqrt{a^m}$ -ро дида мебароем. Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки аз сабаби чуфт будани m - ин ифода барои ҳар гуна адади ҳақиқии a маъно дорад.

Аввал мисол меорем. $\sqrt{2^6}$ -ро ҳисоб мекунем:

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8.$$

Аз дигар тараф

$$8 = 2^3 = |2|^{\frac{6}{2}} = 2^{\frac{6}{2}}.$$

Пас,

$$\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3.$$

Айнан ҳамин тавр $\sqrt{(-3)^4} = \sqrt{81} = 9 = 3^2 = |-3|^{\frac{4}{2}}$.

Дар ҳар дуи ин мисол мебинем, ки натиҷа ба қимати мутлақи ифодаи тахтирешагӣ дар дараҷаи ду қарат кам баробар аст.

Дар намуди умумӣ ин қавоидро исбот мекунем. Нишон медиҳем, ки агар m адади чуфт бошад, он гоҳ айнияти зерин

$$\sqrt{a^m} = |a|^{\frac{m}{2}}. \quad (3)$$

ҷой дорад.

Аз сабаби чуфт будани m , адади $\frac{m}{2}$ натуралӣ аст. Бинобар

ин $|a|^{\frac{m}{2}}$ маъно дорад. Айнияти (3) хулосаи айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ аст, ки мо онро дар б.15 исбот карда будем. Дар ҳақиқат, a^m -ро дар намуди

$$a^m = \left(a^{\frac{m}{2}}\right)^2 = \left(|a|^{\frac{m}{2}}\right)^2$$

тасвир карда, ҳосил мекунем:

$$\sqrt{a^m} = \sqrt{\left(|a|^{\frac{m}{2}}\right)^2} = |a|^{\frac{m}{2}}.$$

Ҳамин тарик, барои аз дараҷаи нишондиҳандаш чуфт баровардани реша ифодаи тахтирешагиро дар намуди квадрати ягон ифода навишта, айнияти (3)-ро истифода кардан кифоя аст.

Истифодаи айнияти (3) дар амалия ҳисоббарориро осон мекунад. Масалан, бевосита ҳисоб кардани қимати ифодаи $\sqrt{7^6}$ вақт ва заҳмати зиёдеро талаб мекунад (ҳисоби 7^6 ва азрешабарории он), ҳол он ки қимат бо истифодаи айнияти (3) даҳонӣ ҳисоб мешавад ва ба 7^3 ё ба 343 баробар аст.

М и с о л и 1. Ифодаи $\sqrt{a^{12}}$ -ро сода мекунем.

a^{12} -ро дар намуди $(a^6)^2$ навишта, аз айнияти (3) истифода мебарем:

$$\sqrt{a^{12}} = \sqrt{(a^6)^2} = |a|^6 = a^6.$$

(Барои a -и дилхоҳ $a^6 \geq 0$ аст, бинобар ин $|a|^6 = a^6$).

М и с о л и 2. Ҳангоми $x < 0$ будан, қимати $\sqrt{x^6}$ -ро меёбем.

Ифодаи x^6 -ро дар намуди $(x^3)^2$ навишта, баъд айнияти (3)-ро истифода карда

$$\sqrt{x^6} = \sqrt{(x^3)^2} = |x^3|$$

-ро ҳосил мекунем. Азбаски $x < 0$ аст, пас $x^3 < 0$ мебошад. Аз ин сабаб $|x|^3 = (-x)^3 = -x^3$.

Ҳамин тарик, ҳангоми $x < 0$ будан $\sqrt{x^6} = -x^3$.

М и с о л и 3. Қимати решаи $\sqrt{18225}$ -ро меёбем.

Адади 18225-ро дар намуди ҳосили зарби зарбкунандаҳои сода навишта (ниг. инчунин ба мисоли 4-и б.18), ҳосил мекунем:

$$\sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{(3^3)^2} \cdot 5 = 3^3 \cdot 5 = 27 \cdot 5 = 135.$$

? | 1. Айнияти (3)-ро, ки ҳосияти решаи квадратии арифметикиро аз дараҷа ифода мекунад, бевосита таърифи решаи квадратиро истифода карда исбот намоед. 2. Нишон диҳед, ки айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ ҳолати хусусии айнияти (3) аст.

338. Ифодаро сода намоед:

а) $\sqrt{y^8}$; б) $2\sqrt{a^{20}}$; в) $\sqrt{y^{14}}$, ки дар ин ҷо $y \geq 0$; г) $4\sqrt{a^{10}}$, ки дар ин ҷо $a \leq 0$ аст.

339. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\sqrt{0,25x^4}$; б) $3\sqrt{0,49y^{10}}$, ки дар ин ҷо $y \leq 0$;

в) $\sqrt{0,01a^{36}}$; г) $\sqrt{81\sigma^{18}}$, ки дар ин ҷо $\sigma < 0$ аст.

340. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{3^4}$; б) $\sqrt{4^6}$; в) $\sqrt{(-5)^8}$; г) $\sqrt{(-2)^{12}}$.

341. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{2^4 \cdot 6^2}$; б) $\sqrt{4 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{125 \cdot 5^5}$; г) $\sqrt{64 \cdot 4^7}$.

342. Адади тахтирешагиро дар намуди ҳосили зарби зарбкунандаҳо навишта, қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{20736}$; б) $\sqrt{50625}$; в) $\sqrt{28224}$; г) $\sqrt{680625}$;

д) $\sqrt{7569}$; е) $\sqrt{8464}$; ж) $\sqrt{27889}$; з) $\sqrt{254016}$.

Машқҳо барои такрор

343. $\sqrt{45}$ аз $\sqrt{5}$ чанд маротиба калон аст?

344. Барои кадом қимати a муодилаи
 $2(a-2x)=ax+3$

ҳал надорад.

345. Соҳаи муайяни функсияро ёбед:

$$\text{а) } y = \frac{2}{5-x}; \quad \text{б) } y = \frac{4-x}{x(x-2)}.$$

346. Писар ҳоло 8 сола буда, падараш 38 сола аст. Баъди чанд сол падар аз писар се маротиба калон хоҳад шуд?

347. Ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}; \quad \text{б) } 6,4 : \frac{80}{3} + \frac{1}{8}.$$

§7. ТАБДИЛДИҲИИ ИФОДАИ ДОРОИ РЕШАИ КВАДРАТӢ

21. АЗ ТАҲТИ АЛОМАТИ РЕША БАРОВАРДАНИ ЗАРБКУНАНДА

Амали аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда ба ҳосияти решаи квадратӣ аз ҳосили зарб (ниг. ба б.18) асос карда мешавад.

Масалан, бигузур ифодаи $\sqrt{128}$ дода шудааст. Ҳосияти номбаршударо истифода карда, ин решаро дар намуди сода тасвир карда метавонем:

$$\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

Айнан ҳамин хел:

$$\sqrt{a^3} = \sqrt{a^2 \cdot a} = a\sqrt{a};$$

$$\sqrt{81a^5b^7} = \sqrt{9^2 a^4 a b^6 b} = \sqrt{9^2 a^4 b^6} \cdot \sqrt{ab} = 9a^2 b^3 \sqrt{ab}.$$

Чунин табдилдиҳӣ аз таҳти аломати реша **баровардани зарбкунанда** ном дорад. Мақсади ин табдилдиҳӣ осон гардонидани ҳисоббарориҳои зарурӣ мебошад.

М и с о л и 1. Ифодаи $\sqrt{48x^7}$ -ро ҳангоми $x=3$ будан, ҳисоб мекунем.

Агар бевосита дар ифода қимати $x=3$ -ро гузорем, он гоҳ

$$\sqrt{48x^7} = \sqrt{48 \cdot 3^7} = \sqrt{48 \cdot 2187} = \sqrt{104976}$$

ва барои ҳосил кардани натиҷа бояд адади шашрақамаро аз реша барорем.

Ҳисоббарорӣ ниҳоят осон мегардад, агар зарбқунандаҳои имконпазирро пешакӣ аз реша барорем:

$$\sqrt{48x^7} = \sqrt{3 \cdot 16 \cdot x^6 \cdot x} = \sqrt{16x^6} \cdot \sqrt{3x} = 4x^3 \sqrt{3x}.$$

Қимати $x=3$ -ро дар қисми рости ин баробарӣ гузошта бо осонӣ меёбем: $\sqrt{48x^7} = 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{3 \cdot 3} = 4 \cdot 27 \cdot 3 = 324$.

Дар мисолҳои боло ифодаи тахтирешагиро ба зарбқунандаҳо чудо карда, аз байни онҳо ҳамонҳояшонро, ки нишондиҳандаи дараҷаашон чуфт аст, чудо карда, онҳоро аз реша баровардем. Дар оянда малакаи якбора аз реша баровардани зарбқунандаҳои заруриро ба пешакӣ ба зарбқунандаҳо чудо кардан, пайдо намудан лозим аст.

М и с о л и 2.

$$\sqrt{6a^8b^{13}c^{11}} = a^4b^6c^5\sqrt{6bc}.$$

Ҳамин тариқ, *барои аз тахти аломати реша баровардани зарбқунанда кифоя аст, ки нишондиҳандаи ҳар як зарбқунанда ба ду тақсим карда шуда, худ зарбқунанда дар нишондиҳандаи дараҷааш ба бутуни ҳосили тақсим баробар дар пеши аломати реша навишта шавад. Дар зери аломати реша бошад, ҳамон зарбқунанда дар нишондиҳандаи дараҷааш баробар ба бақияи ҳосили тақсим навишта мешавад.*

Дар мисоли боло $8:2=4$ (бақия 0); $13:2=6$ (бақия 1); $11:2=5$ (бақия 1).

Барои беҳтар дарк кардани доираи татбиқи амали аз тахти реша баровардани зарбқунанда, боз як мисолро дида мебароем.

М и с о л и 3. Ададҳои $\sqrt{72}$ ва $7\sqrt{2}$ -ро муқоиса мекунем.

Азбаски $72=36 \cdot 2=6^2 \cdot 2$, пас $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$. Бинобар ин $\sqrt{72} < 7\sqrt{2}$.

Э з о х. Мо дар ҳисоббарориҳои боло тағйирёбандаҳоро мусбат ҳисоб карда, баробариҳои лозимиро ҳосил кардем.

Масалан, баробари $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ танҳо ҳангоми $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ будан дуруст аст. Рафту агар $a < 0$ бошад, он гоҳ мувофиқи б.15:

$$\sqrt{a^2 b} = -a\sqrt{b}.$$

?

1. Баробариеро, ки хосияти решаи квадратино аз ҳосили зарб ифода мекунад, нависед. 2. Тарзи истифодаи айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ -ро ҳангоми аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда бо мисолҳои мушаххас нишон диҳед. 3. Қоидаи умумии аз таҳти аломати реша бароварданро хонед ва онро бо мисол шарҳ диҳед.

348. Зарбкунандаро аз таҳти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{18}$; б) $\sqrt{32}$; в) $\sqrt{48}$; г) $\sqrt{175}$;

д) $\sqrt{108}$; е) $\sqrt{800}$; ж) $\sqrt{845}$; з) $\sqrt{1250}$.

349. Дар намуди ҳосили зарби адади бутун ва реша нависед:

а) $\sqrt{20}$; б) $-\sqrt{98}$; в) $\sqrt{300}$; г) $-\sqrt{250}$;

д) $\sqrt{72}$; е) $-\sqrt{44}$; ж) $\sqrt{180}$; з) $\sqrt{363}$.

350. Зарбшавандаро аз таҳти аломати реша бароред ва ифодаи ҳосилшударо сода кунед (бо ҳарфҳои ададҳои мусбат ишорат шудаанд):

а) $0,3\sqrt{75}$; б) $0,9\sqrt{300}$; в) $-0,4\sqrt{96}$; г) $\frac{1}{a}\sqrt{75a^2}$;

д) $\frac{1}{y}\sqrt{48y^5}$; е) $\frac{1}{a}\sqrt{3a^4}$; ж) $\frac{1}{m}\sqrt{4m^6}$; з) $6x\sqrt{\frac{25a}{6^2x^2}}$.

351. Ифодаро сода кунед (қимати тағйирёбандаҳо мусбатанд):

а) $p\sqrt{\frac{p^4}{3m^2}}$;

б) $\frac{1}{2}\sqrt{8(x^2 + 2xy + y^2)}$;

$$в) \frac{1}{a+\epsilon} \sqrt{(a+\epsilon)^2}; \quad г) \frac{\epsilon}{3(a-\epsilon)} \sqrt{\frac{12(a^2-2a\epsilon+\epsilon^2)}{\epsilon^2}}, (a > \epsilon).$$

352. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{16a^2\epsilon^2}$, агар $a < 0, \epsilon > 0$; б) $\sqrt{25a^2\epsilon^3}$, агар $a > 0, \epsilon > 0$;

в) $\sqrt{2a^3\epsilon^3}$, агар $a < 0, \epsilon < 0$; г) $\sqrt{24a^4\epsilon^3}$, агар $a < 0, \epsilon > 0$

бошад.

353. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{5x^2}$, дар ин чо $x \geq 0$; б) $\sqrt{6y^2}$, дар ин чо $y < 0$;

в) $\sqrt{x^5}$; г) $\sqrt{a^9}$; д) $\sqrt{25y^7}$; е) $\sqrt{\frac{2}{9}x^3}$.

354. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{48a^2}$, дар ин чо $a \leq 0$; б) $\sqrt{27\epsilon^6}$, дар ин чо $\epsilon < 0$;

в) $\sqrt{50a^4}$; г) $\sqrt{9a^8}$; д) $\sqrt{12x^{13}}$; е) $\sqrt{2x^{20}}$.

355. Барои кадом қимати x баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{7x^2} = -x\sqrt{7}$; б) $\sqrt{12x^2} = 2x\sqrt{3}$.

356. Муқоиса кунед:

а) $3\sqrt{3}$ ва $\sqrt{12}$; б) $\sqrt{20}$ ва $3\sqrt{5}$;

в) $\sqrt{351}$ ва $3 \cdot \sqrt{38}$; г) $\sqrt{24}$ ва $\frac{1}{3}\sqrt{216}$ -ро.

357. Ададҳоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед:

а) $3\sqrt{120}, \sqrt{480}, 2\sqrt{30}, \frac{1}{2}\sqrt{1440}$; б) $6\sqrt{2}, \sqrt{58}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{14}$.

Машқҳо барои такрор

358. Алӣ дар се рӯз 144 кг пахта чинд. Пахтаи дар рӯзи дуюм чиндаи ӯ нисбати рӯзи якум 12 кг зиёдтар буда, дар рӯзи сеюм

ба $\frac{5}{7}$ ҳиссаи дар рӯзи аввал чиндашуда баробар аст. Алӣ ҳар

рӯз чанд кило пахта чиндааст?

359. Ифодаро сода кунед:

$$\text{а) } \left(\frac{x}{x+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{x}{x+1} \right); \quad \text{б) } \left(m+1 + \frac{1}{-1+m} \right) : \left(m - \frac{m^2}{m-1} \right)$$

360. Якаъзогиरो дар намуди стандартӣ нависед:

$$\text{а) } 16ac(0,5)a(0,25c); \quad \text{б) } 0,1a^2x(-5)bc^22ac.$$

361. Барои кадом қимати a суммаи ифодаҳои $\frac{5-11a}{7}$ ва

$$\frac{3a+22}{2}$$
 аз ифодаи $\frac{-2-5a}{3}$ ду маротиба зиёд аст.

22. БА ТАҲТИ АЛОМАТИ РЕША ДАРОВАРДАНИ ЗАРБКУНАНДА

Баъзан зарбкунандаи дар назди аломати реша бударо ба таҳти реша даровардан фоиданок аст.

Ба мисоли 3-и банди пешина бармегардем. Адади 7-ро бо $\sqrt{49}$ иваз карда, мувофиқи хосияти ҳосили зарби решаҳо ҳосил мекунем:

$$7\sqrt{2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}.$$

Азбаски $72 < 98$ аст, пас мувофиқи хосияти II-и б.14 $\sqrt{72} < \sqrt{98}$ мебошад. Ҳамин тариқ, $7\sqrt{2} > \sqrt{72}$ аст.

Баробарии $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ нишон медиҳад, ки зарбкунанда 7 ба таҳти реша дароварда шудааст. Айнаи мисли мисоли овардашуда:

$$3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}; \quad a^3\sqrt{2a} = \sqrt{a^6 \cdot 2a} = \sqrt{2a^7} \quad (a \geq 0).$$

Ин мисолҳо нишон медиҳанд, ки *барои ба таҳти реша даровардани зарбкунандаи мусбат кифоя аст, ки квадрати он ба ифодаи таҳтирешагӣ зарб карда шавад.*

Акнун ҳолати манфӣ будани зарбкунандаро дида мебароем.

М и с о л. Дар ифодаи $-3\sqrt{x}$ зарбкунандаро ба таҳти аломати реша мебарорем.

Ба намуди решаи квадратии арифметикӣ навиштани зарбкунандаи манфӣи -3 имконнопазир аст. Бинобар ин, имконияти ба таҳти аломати реша даровардани -3 вучуд надорад. Аммо дар ифодаи $-3\sqrt{x}$ зарбкунандаи мусбати 3 -ро ба таҳти аломати реша даровардан мумкин аст:

$$-3\sqrt{x} = (-1) \cdot 3\sqrt{x} = (-1) \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{x} = -\sqrt{9x}.$$

Умуман,

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}, \text{ агар } a \geq 0$$

ва

$$a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}, \text{ агар } a < 0 \text{ бошад.}$$

?

1. Қоидаи умумии ба таҳти аломати реша дароварданро хонед ва онро бо мисолҳо шарҳ диҳед. 2. Ҳангоми манфӣ будани зарбкунанда амали ба таҳти аломати реша даровардан чӣ гуна иҷро карда мешавад?

362. Зарбкунандаро ба таҳти аломати реша дароред:

а) $2\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{3}$; в) $4\sqrt{10}$; г) $5\sqrt{x}$;

д) $10\sqrt{a}$; е) $4\sqrt{2b}$; ж) $10\sqrt{0,03}$; з) $6\sqrt{c}$.

363. Зарбкунандаи мусбатро ба таҳти аломати реша дароред:

а) $-3\sqrt{2}$; б) $-5\sqrt{7}$; в) $-0,2\sqrt{a}$; г) $-7\sqrt{6}$.

364. Бо назардошти мусбат будани зарбкунанда, онро ба таҳти аломати реша дароред:

а) $a\sqrt{2}$; б) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$; в) $a\sqrt{a}$; г) $2b\sqrt{2c}$;

д) $(a+1)\sqrt{a}$; е) $\frac{1}{x^3}\sqrt{5x^7}$; ж) $xy\sqrt{\frac{x}{y}}$; з) $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a+b}}$.

365. Маълум, ки қимати тағйирёбандаҳо мусбатанд. Зарбкунандаи мусбатро ба таҳти аломати реша дароред:

а) $-3m\sqrt{a}$; б) $-a\sqrt{3}$; в) $-b\sqrt{c}$; г) $-2xy\sqrt{\frac{x}{2y}}$.

366. Қимати ифодаҳоро муқоиса намоед:

а) $2\sqrt{3}$ ва $3\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{45}$ ва $4\sqrt{20}$; в) $4\sqrt{5}$ ва $3\sqrt{7}$;

г) $5\sqrt{7}$ ва $7\sqrt{5}$; д) $12\sqrt{20}$ ва $13\sqrt{15}$; е) $5\sqrt{3}$ ва $6\sqrt{2}$.

367. Ададҳоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед:

а) $2\sqrt{6}$, $\sqrt{21}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$; б) $6\sqrt{2}$, $\sqrt{62}$, $3\sqrt{7}$, $2\sqrt{13}$.

Машқҳо барои такрор

368. Суръати мошин 45 км/соат аст. Дар 45 дақиқа вай кадом масофаро тай мекунад?

369. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{6x+7}{7} - 3 = \frac{5x-3}{8}$;

б) $\frac{x-4}{5} = 9 + \frac{2x-4}{9}$.

370. Тақсирро иҷро намоед:

а) $\frac{a^2-25}{a^2-3a} : \frac{a+5}{a^2-9}$;

б) $\frac{3n^2-3m^2}{n^2+np} : \frac{-6n+6m}{n+p}$.

371. Як тарафи росткунча аз тарафи дигараш 31 см хурд аст. Агар тарафи хурдро се маротиба зиёд ва тарафи калонро ду маротиба хурд кунем, он гоҳ росткунҷаи периметраш ба 360 см баробар ҳосил мешавад. Тарафҳои росткунҷаро ёбед.

23. АЗ ИРРАТСИОНАЛӢ ОЗОД КАРДАНИ СУРАТ Ё МАХРАҶИ КАСР

Т а ъ р и ф. Ифодаи дорои решаи квадратиро ифодаи ирратсионālӣ меноманд. Масалан, ифодаҳои $2\sqrt{3}$, $\sqrt{24}$, $a\sqrt{a}$,

$\sqrt{\frac{a}{x+y}}$ ва ғайра ифодаҳои ирратсионālӣанд.

Қайд кардан ба маврид аст, ки мафҳумҳои “адади ирратсионālӣ” ва “ифодаи ирратсионālӣ” чизҳои гуногунро ифода мекунанд. Фарқияти ин мафҳумҳоро дар мисолҳои зерин дида мумкин аст:

1) $\sqrt{a+v}$ ифодаи ирратсионалӣ аст, вале қиматҳои он ҳам ирратсионалӣ (масалан, ҳангоми $a=1$, $v=2$ будан) ва ҳам ратсионалӣ (масалан, ҳангоми $a=5$, $v=11$ будан) шуда метавонанд.

2) $\sqrt{2}$ ҳам ифодаи ирратсионалӣ ва ҳам адади ирратсионалӣ аст.

3) $\sqrt{16}$ ифодаи ирратсионалӣ буда, адади ратсионалӣ аст.

Агар махраҷи каср ифодаи ирратсионалӣ набошад (ин гуна ифодаро **ирратсионалиии бутун** меноманд), он гоҳ ҳисоб кардани қиматаш осонтар аст.

Ба ифодаи бутуни ирратсионалӣ табдил додани касри ирратсионалиро амали *аз ирратсионалӣ озод кардани махраҷ* меноманд. Тарзҳои чунин озодкуниро дида мебароем:

1. *Махраҷи каср якъзогии ирратсионалӣ аст*, яъне ифода

намуди $\frac{a}{\sqrt{v}}$ -ро дорад. Сураат ва махраҷи касрро бо \sqrt{v} зарб

карда (мувофиқи хосияти асосии каср аз ин қимати каср тағйир намеёбад), ҳосил мекунем:

$$\frac{a}{\sqrt{v}} = \frac{a}{\sqrt{v}} \cdot \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v}} = \frac{a\sqrt{v}}{(\sqrt{v})^2} = \frac{a\sqrt{v}}{v}.$$

Айнан ҳамин тавр,

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2} = \frac{a\sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}; \quad \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10} = 0,3\sqrt{5}.$$

2. *Махраҷи каср аз сумма (фарқ)-и якъзогиҳои ирратсионалӣ иборат аст*. Дар ин ҳолат сураат ва махраҷи касрро бо ифодаи махсуси интиҳобшуда зарб мекунанд. Масалан, агар махраҷ аз дуъзогии намуди $\sqrt{a} + \sqrt{v}$ ё $\sqrt{a} - \sqrt{v}$ иборат бошад, он гоҳ бо ифодаи ҳамроҳшуда $\sqrt{a} - \sqrt{v}$ ё $\sqrt{a} + \sqrt{v}$ зарб мекунанд.

Мисоли 1. Махраҷи ифодаи ирратсионалиии $\frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$ -ро аз ирратсионалӣ озод мекунем.

Барои ин сурат ва махрачи касрро бо адади ҳамроҳшуда $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ зарб карда, аз формулаи зарби мухтасар $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ истифода мебарем:

$$\begin{aligned}\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} &= \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})} = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2} = \\ &= \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{7-2} = \sqrt{7}-\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Мисоли 2. Махрачи касри $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$ -ро аз ирратсионалӣ

озод мекунем:

$$\frac{2}{2-\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2(2+\sqrt{3}).$$

Сурати ифодаи ирратсионалӣ ҳам айнан мисли махраҷ аз ирратсионалӣ озод карда мешавад. Масалан,

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}};$$

$$\frac{1-\sqrt{6}}{2} = \frac{(1-\sqrt{6})(1+\sqrt{6})}{2(1+\sqrt{6})} = \frac{1^2 - (\sqrt{6})^2}{2(1+\sqrt{6})} = -\frac{5}{2(1+\sqrt{6})}.$$

?

1. Чӣ гуна ифодаро ирратсионалӣ меноманд? 2. Магар мафҳумҳои «адади ирратсионалӣ» ва «ифодаи ирратсионалӣ» як чизро муайян мекунанд? Ҷавобхоро бо мисолҳо фаҳмонед. 3. Тарзҳои аз ифодаи ирратсионалӣ озод кардани сурат ё махрачи касрро номбар кунед.

372. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{2}{\sqrt{6}}$; в) $\frac{4}{\sqrt{5}}$; г) $\frac{5}{3\sqrt{2}}$; д) $\frac{3}{\sqrt{7}}$;

е) $\frac{2}{7\sqrt{8}}$; ж) $\frac{8}{\sqrt{6}}$; з) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$; и) $\frac{5}{4\sqrt{15}}$.

373. Махрачи касрро ба ифодаи бутун гардонед:

а) $\frac{m}{\sqrt{p}}$; б) $\frac{a}{\sqrt{a}}$; в) $\frac{3}{5\sqrt{c}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{xy}}$.

374. Махрачо аз ирратсионалӣ озод намоед:

а) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$; б) $\frac{1}{3-\sqrt{7}}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$;

г) $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$; д) $\frac{5}{\sqrt{10}-\sqrt{5}}$; е) $\frac{7}{1+2\sqrt{2}}$.

375. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; б) $\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{e}}$; в) $\frac{x}{x+\sqrt{y}}$; г) $\frac{e}{a-\sqrt{e}}$.

376. Сурати касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{7}$; в) $\frac{2\sqrt{5}}{9}$;

г) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$; д) $\frac{2\sqrt{a}}{3}$; е) $\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{3}}$.

377. Суратро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{3}$; в) $\frac{\sqrt{a}-1}{2}$;

г) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{e}}{3}$; д) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{e}}{3}$; е) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{e}}{4}$.

Машқҳо барои такрор

378. Қимати $\sqrt{15}$ -ро бо саҳеҳии то 0,1 бо норасой ва барзиёди ёбед.

379. Муодиларо ҳал намоед:

а) $x^2-11=0$; б) $x^2+3=0$; в) $(x+2)^2=1$; г) $(x-3)^2=5$.

380. Алӣ то Душанбе аспсавор 20 км-ро бо суръати 8 км/соат тай намуда, баъд ба қатора, ки суръаташ 6 маротиба зиёд аст, савор шуда 160 км роҳ рафт. Алӣ чанд соат дар роҳ буд?

381. Кадоми ин баробариҳо айният аст:

а) $a-b=b-a$; б) $(a-b)^2=(b-a)^2$; в) $|a^2+8|=a^2+8$;

г) $(a-b)^3=(b-a)^3$; д) $|a|=a$; е) $|a^2-5|=a^2-5$?

382. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$0,03 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}.$$

24. ТАБДИЛДИҲИИ АЙНИЯТИИ ИФОДАҲОИ ИРРАТСИОНАЛӢ

Мо якчанд табдилдиҳиҳои айниятии ифодаҳои ирратсионалӣ (ифодаҳое, ки дорои решаҳои квадратинд)-ро дида баромадем. Табдилдиҳии решаҳо аз ҳосили зарб, аз каср ва аз дараҷа, зарбу тақсими решаҳо, аз таҳти реша баровардани зарбкунанда, ба таҳти реша даровардани зарбкунанда, аз ирратсионалӣ озод кардани сурат ё махраҷи каср аз қабилӣ онҳоанд. Акнун мисолҳои дигари табдилдиҳии айниятии ифодаҳои ирратсионалиро дида мебароем.

Мисоли 1. Ифодаи $3\sqrt{45a} - \sqrt{125a} + \sqrt{80a}$ -ро сода мекунем.

Аз ифодаи $\sqrt{45a}$ адади 3, аз ифодаи $\sqrt{125a}$ адади 5, аз ифодаи $\sqrt{80a}$ адади 4-ро аз таҳти аломати реша бароварда, ҳосил менамоем:

$$\begin{aligned} 3\sqrt{45a} - \sqrt{125a} + \sqrt{80a} &= 9\sqrt{5a} - 5\sqrt{5a} + 4\sqrt{5a} = \\ &= (9 - 5 + 4)\sqrt{5a} = 8\sqrt{5a}. \end{aligned}$$

Мисоли 2. Ҳосили зарби

$$(3\sqrt{5} - 6\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

-ро табдил медиҳем.

Ҳар як аъзои суммаи якумро ба ҳар як аъзои суммаи дуюм зарб намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{5} - 6\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) &= 3(\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5}\sqrt{2} - 12(\sqrt{2})^2 = \\ &= 3 \cdot 5 - 6\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 12 \cdot 2 = 15 - 24 = -9. \end{aligned}$$

Мисоли 3. Касри $\frac{x^2-5}{x-\sqrt{5}}$ -ро ихтисор мекунем.

Азбаски $5 = (\sqrt{5})^2$ аст, пас сурати касри мазкурро дар намууди фарқи квадратҳои ду ифода навиштан мумкин аст:

$$\frac{x^2-5}{x-\sqrt{5}} = \frac{x^2 - (\sqrt{5})^2}{x-\sqrt{5}} = \frac{(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})}{x-\sqrt{5}} = x + \sqrt{5}.$$

383. Ифодаро сода кунед:

а) $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{8}{9} - \frac{1}{3}}$; в) $\frac{2}{x}\sqrt{x^3y}$; г) $xy\sqrt{\frac{1}{xy}}$.

384. Чамъ ва тархро иҷро кунед:

а) $3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a}$; б) $\sqrt{9a} - \sqrt{25a} + \sqrt{36a}$;
 в) $\sqrt{36n} - \sqrt{64n} + \sqrt{81n}$; г) $\sqrt{16a} - \sqrt{49a} + \sqrt{4a}$;
 д) $\sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a}$; е) $-\sqrt{252a} - \sqrt{7a} + \sqrt{343a}$.

385. Ифодаро сода намоед:

а) $3\sqrt{18} - 2\sqrt{8} - \sqrt{50}$; б) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75}$;
 в) $5\sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{2} - 2\sqrt{18}$; г) $2\sqrt{8} + 0,5\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$;
 д) $\sqrt{200} - \frac{1}{2}\sqrt{32} + 2\sqrt{72}$; е) $\frac{1}{2}\sqrt{128} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{32}$.

386. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3}$; б) $\sqrt{5} \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{8})$;
 в) $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3}$; г) $1 - 0,1\sqrt{5} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{20})$;
 д) $(\sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{1}{7}\sqrt{7} + \sqrt{20}$; е) $(\sqrt{12} + 2\sqrt{18})\sqrt{2} - \sqrt{96}$.

387. Зарбро иҷро намоед:

а) $(1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2})$; б) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$;

$$в) (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}); \quad г) (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2});$$

$$д) (5 - 2\sqrt{3})(6 + 5\sqrt{3}); \quad е) (3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(8\sqrt{3} - 3\sqrt{2}).$$

388. Формулаҳои зарби мухтасарро истифода карда, амалҳоро иҷро кунед:

$$а) (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b});$$

$$б) (\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y);$$

$$в) (\sqrt{8} - \sqrt{6})(\sqrt{8} + \sqrt{6});$$

$$г) (1 + 2\sqrt{3})^2;$$

$$д) (\sqrt{2} - 1)^2;$$

$$е) (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2.$$

389. Амалҳоро иҷро кунед:

$$а) \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2;$$

$$б) (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28};$$

$$в) (\sqrt{3} + 1)^2 - 2\sqrt{12};$$

$$г) \sqrt{108} + (2\sqrt{3} - 1)^2;$$

$$д) (\sqrt{2} - 2)^2 - \sqrt{8};$$

$$е) 20 - (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2.$$

390. Ифодаро сода кунед:

$$а) (2 - \sqrt{3})^2 (\sqrt{3} + 2)^2;$$

$$б) (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2;$$

$$в) (\sqrt{5} + \sqrt{17})^2 - (\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{11} - \sqrt{13});$$

$$г) (\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + \sqrt{11}) - (\sqrt{13} + \sqrt{3})^2.$$

391. Амалҳоро иҷро кунед:

$$а) (\sqrt{a} + \sqrt{2})^2;$$

$$б) (\sqrt{5} - \sqrt{x})^2;$$

$$в) (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 32;$$

$$г) \sqrt{50} + (5 - \sqrt{2})^2.$$

392. Формулаи фарқи квадратҳоро истифода карда, ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

$$а) x^2 - 6;$$

$$б) 7 - a^2;$$

$$в) 4x^2 - 3;$$

$$г) 10 - 25a;$$

$$д) x - 2, \text{ дар ин ҷо } x \geq 0; \quad е) a - b, \text{ дар ин ҷо } a > 0 \text{ ва } b > 0 \text{ аст.}$$

393. Ифодаро ба зарбкунандаҳо ҷудо намоед:

$$а) 2 + \sqrt{2};$$

$$б) 3 - 2\sqrt{3};$$

$$в) \sqrt{x} + x;$$

$$г) \sqrt{a} - \sqrt{2a};$$

$$д) \sqrt{22} - \sqrt{11};$$

$$е) a - 3\sqrt{a};$$

$$ж) \sqrt{55} - \sqrt{22};$$

$$з) \sqrt{2m} + \sqrt{7m}.$$

394. Касрро ихтисор намоед:

а) $\frac{a^2 - 6}{a - \sqrt{6}}$;

б) $\frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$;

в) $\frac{a + \sqrt{2}}{2 - a^2}$;

г) $\frac{1 - \sqrt{x}}{x - 1}$;

д) $\frac{a - b}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$;

е) $\frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{9x - 4y}$;

ж) $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}$;

з) $\frac{\sqrt{8} - 8}{\sqrt{8} - 1}$;

и) $\frac{2 + \sqrt{a}}{2\sqrt{a} + a}$.

395. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{2} - a}{2 - a^2}$;

в) $\frac{\sqrt{x} - 3}{9 - x}$;

г) $\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$;

д) $\frac{\sqrt{56} + \sqrt{14}}{\sqrt{14}}$;

е) $\frac{4\sqrt{5} - 5}{3\sqrt{5}}$;

ж) $\frac{\sqrt{2a} - \sqrt{2b}}{3\sqrt{a} - 3\sqrt{b}}$;

з) $\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$;

и) $\frac{a\sqrt{a} + a}{a + \sqrt{a}}$.

Машқҳо барои такрор

396. Ифодаи $\frac{4 - x^2}{3x} \cdot \frac{9x}{x^2 + 2x + 4}$ -ро сода карда, қиматашро

ҳангоми $x = -1,5$ будан, ҳисоб кунед.

397. Барои 5 м атлас ва 4 м шоҳӣ 50 сомонӣ доданд. Баъди 25% арзон шудани атлас ва 15% арзон шудани шоҳӣ барои 6 м атлас ва 5 м шоҳӣ 48 сомонию 25 дирам доданд. Як метри атлас ва як метри шоҳӣ то арзоншавӣ чанд сомонӣ меистод?

398. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$;

б) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$.

399. Масъалаҳои зерини Муҳаммад ал-Хоразмиро (787-850) ҳал кунед:

а) Фарқи ду адад ба ду баробар аст. Нисбати дуомаш бар якумаш бошад, ба адади ба 2 баръакс. Ин ададҳоро ёбед.

б) Ду ададро ёбед, агар маълум бошад, ки суммаи онҳо 10 ва нисбаташон 4 аст.

400. Қавсҳоро кушоед:

а) $-(-x)-(-y)$;

б) $x-(-(-y))$.

Маълумоти таърихӣ

а) Доир ба ададҳои ҳақиқӣ. Адад, ки яке аз мафҳумҳои асосии математика аст, дар замонҳои ҳеле қадим пайдо шудааст. Зарурати ҷен ва тақсими қардани бузургиҳо боиси пайдоиши мафҳуми ададҳои касриӣ мусбат гардид, ки он ҳамчун ҳолати хусусӣ ададҳои натуралӣро низ дар бар мегирифт. Баъд аз амалияи ҳалли муодилаҳо ва талаботи назариявӣ мафҳуми ададҳои манфӣ ба миён омад. Ададҳои мусбату манфӣ имконият меоданд, ки бузургиҳои самтдор (ҳарорат, вақт) ҷен қарда шаванд.

Дар натиҷаи чунин таҳаввулот маҷмуи ададҳои ратсионалӣ пайдо шуд, ки он аз ададҳои мусбат, касрӣ ва нул иборат аст. Дархостҳои нави амалия ва илм талаб мекарданд, ки мафҳуми адад васеъ қарда шавад. Ҳанӯз дар асри V-и пеш аз милод дар Юнони қадим дар мактаби илмии Пифагор (580-500 пеш аз милод) шогирдаш Гипсас Метапонский нишон дод, ки ададҳои ратсионалӣ барои ҷен қардани дарозии ҳар гуна порча кифоя нестанд. Дигар ҳел гӯем, бузургии вучуд дорад, ки он бо адади ратсионалӣ ифода намешавад. Масалан, диагонали квадрати воҳидӣ (ниг. ба б.12), тарафи квадрате, ки масоҳаташ ба 2 баробар аст, нисбати дарозии давра ба диаметр ва ҳоказо. Ин гуна ададҳои номи ирратсионалӣ, яъне гайриратсионалиро гирифтанд. Дертар Таэтет (асри IV пеш аз милод) аз Афина нишон дод, ки \sqrt{n} барои ҳар гуна адади бутуни n , ки квадрати пурра нест, адади ирратсионалӣ мебошад.

Математикҳои Ҳиндустон, Шарқи Миёна ва Наздик, дертар Аврупо низ бузургиҳои ирратсионалиро ҳамчун объектҳои баробарҳукуки алгебра дар ҳисоббарориҳо истифода мебарданд. Бар замми ин, бисёри онҳо дар ин чода ба натиҷаҳои назариявии назаррас ҳам ноил шудаанд. Бузургтарин олими дунё дар соҳаи илмҳои дақиқи нимаи дуҷуми асри XI риёзидон ва шоири машҳури форсу тоҷик Умари Хайём (1048-1131) дар асари худ "Рисола ғӣ шарҳи мо ашқала мин мусодароти китоб-ил-Уқлидус", ки соли 1077 дар ш.Исфаҳон ҷоп шуда, ба шарҳи мушкилоти комилтарин асари математики Юнони қадим "Ибтидо"-и

Укљидус (365-300 пеш аз милод) бахшида шудааст, мафҳуми васеътари адад, ки адади ирратсионалиро низ фаро мегирад, пешниҳод кардааст. Дар ин асар аввалин бор доир ба бефосилагӣ (мутгасилӣ)-и маҷмӯи ададҳои ҳақиқии мусбат ақидаҳо оварда шудаанд. Минбаъд ин ақидаҳо аз тарафи бузургтарин математики асри XIII Насируддини Тусӣ (1201-1274), математики италиявӣ Рафаэл Бомбелли (асри XVI) ва ҳоландӣ Симон Стевин (1548-1620) инкишоф дода шудаанд.

Қасрҳои даҳиро дар илм донишманди маъруфи тоҷик Ғиёсиддини Кошонӣ (соли вафоташ 1436), ки ҳамроҳи Улугбек дар расадхонаи Самарқанд кор мекард, дар китоби худ "Қалиди арифметика" соли 1427 дохил кардааст. Вай ин қасрҳоро барои аниқтар ҳисоб кардани қимати решаҳо истифода мекард. Қасрҳои даҳӣ дар Аврупо соли 1585 аз тарафи С.Стевин аз нав кашф карда шудаанд. Ҷ нишон дод, ки ҳар як адади ҳақиқиро то саҳеҳии дилхоҳ бо қасри даҳӣ наздик кардан мумкин аст. Пайдоиши асари "Геометрия"-и Рене Декарт (1596-1650), ки бунёдгари методи координата аст, боиси пурра эътироф кардани ададҳои ирратсионалӣ гардид. Декарт ҳар як адади ратсионалӣ ё ирратсионалиро дар хати ростии координатавӣ бо нуқта тасвир мекард ва баръакс, ҳар як нуқтаи хати ростии координатавиرو ҳамчун ягон адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ, яъне адади ҳақиқӣ ҳисоб мекард.

Бо ҳамин ададҳои ҳақиқӣ тамоми хати ростии координатавиرو пур карданд ва бефосилагӣ ё мутгасилии маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ амалан дарк карда шуд. Ин аст, ки дар бисёр нишондодҳои таълимии муосир таърифи адади ирратсионалӣ ба ғояҳои Кошонӣ, Стевин ва Декарт доир ба мавҷудияти имконияти адади матлубро бо саҳеҳии дилхоҳ ба адади ратсионалӣ наздик кардан асос карда мешавад.

Адади дилхоҳи ҳақиқиро дар намуди қасри даҳии беохир (даврӣ ё ғайридаврӣ) ифода кардан мумкин аст. Дар асри XVIII Л.Эйлер (1707-1783) ва И.Ламберт (1728-1777) нишон доданд, ки ҳар гуна қасри даҳии даврии беохир адади ратсионалӣ аст. Аз ин ҷо бармеояд, ки қасри даҳии ғайридаврии беохир, адади ирратсионалӣ мебошад. Математики немис Карл Вейерштрасс (1815-1897) назарияи ададҳои ҳақиқиро ҳамчун қасрҳои даҳии беохир пешниҳод намуд. Аммо арифметикакунонии таҳлили математикӣ (бе истифодаи усулҳои геометрӣ) ки дар асри XIX ҷорӣ шуда буд, масъалаи ҷиддан асоснок кардани бефосилагии

ададҳои ҳақиқиро ба миён овард. Ҳалли пурраи ин масъала дар асари математики немис Рихард Дедекин (1831-1916) "Бефосилагӣ ва ададҳои иррационалӣ", ки аз 21 саҳифа иборат буда, соли 1872 нашр шудааст, оварда мешавад. Бо дохил кардани аксиомаи бефосилагӣ, ки овардани он дар ин ҷо имкон надорад, Дедекин тавонист, ки назарияи пурраи ададҳои ҳақиқиро пешниҳод кунад.

б) **Доир ба решаҳои квадратӣ.** Талабот ба дараҷабардорӣ ва аз реша баровардани адад мисли чор амали дигари арифметикӣ аз амалияи одамон ба миён омада буд. Дар қатори масъалаи ҳисоб кардани масоҳати квадрати тарафаш маълум, масъалаи баръакс, ёфтани тарафи квадрати масоҳаташ муайян аз қадимулайём ҳусни тавачҷухро ба худ ҷалб карда буд.

Ҳанӯз 4000 сол пеш бобулиён дар қатори ҷадвалҳои ҳосили зарб, бузургиҳои баръакс, квадрати ададҳои бутун инчунин ҷадвали решаҳои аз ададҳо тартиб дода буданд. Тарзи тартиб додани ин ҷадвал чунин буд: Фарз мекунем, ки \sqrt{n} -ро, ки адади натуралӣ буда, квадрати пурра нест, ҳисоб кардан зарур аст. Адади n -ро дар намуди $n=m^2+p$, ки p нисбат ба m^2 хеле хурд аст, тасвир мекунем. Он гоҳ \sqrt{n} бо формулаи тақрибии

$$\sqrt{n} = \sqrt{m^2 + p} = m + \frac{p}{2m}$$

ҳисоб карда мешавад. Масалан,

$$\sqrt{1700} = \sqrt{40^2 + 100} = 40 + \frac{100}{2 \cdot 40} = 41 \frac{1}{4}.$$

Юнониҳо барои азрешабарорӣ методи бобулиёнро истифода мекарданд. Масалан, Герон (асри I) аз Искандария ин методро истифода карда менависад:

$$\sqrt{160} = \sqrt{144 + 16} = 12 + \frac{16}{24} = 12 \frac{2}{3}.$$

Донишманди бузурги тоҷик Муҳаммад-ал-Хоразмӣ (787-850), ки системаи мавқеи ҳисобро барои чор амали асосии арифметикӣ пешниҳод кардааст ва ҳоло ҳам мо аз ин система истифода мебарем, дар асари худ "Доир ба ҳисоби ҳиндӣ" дар қатори амалҳои дигар амали азрешабарориро низ таҳқиқ кардааст. Вай ин амалро дар натиҷаи дучанд ва нисф кардани

адади тахтирешагӣ ба ҷо меорад. Амалҳои содатарин бо решаҳо дар ин асар низ воমেҳӯранд. Масалан,

$$\sqrt{10}\sqrt{5} = \sqrt{50} \quad \text{ва} \quad \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

Умари Хайём барои аз реша баровардан формулаи зарби мухтасар $(a+v)^2 = a^2 + 2av + v^2$ -ро истифода мебард. Дарғар Насируддини Тусӣ ин тарзи ҳисоби қимати решаи квадратиро умумӣ карда, онро барои ҳисоби қимати решаи дараҷааш дил-хоҳ мувофиқ гардонид.

Аз асри XIII сар карда математикҳои Аврупо решаи квадратиро бо калимаи латинии *Radix* (реша) ё мухтасар бо ҳарфи *R* ишорат менамуданд (истилоҳи «радикал» аз ҳамин ҷо бармеояд, ки маънояш аломати реша аст). Дар асри XV математикҳои немис нуқтаро истифода мекарданд. Онҳо нуқтаро дар пеши ададе мегузоштанд, ки онро аз реша баровардан лозим буд. Баъдтар, дар пеши адад ба ҷойи нуқта аломати $\sqrt{\quad}$ ва дар болои ададе, ки бояд онро аз реша мебароварданд, хатча мекашиданд. Масалан, $\sqrt{12}$ ин тавр навишта мешуд: $\sqrt{\quad}12$.

Танҳо соли 1637 Рене Декарт дар "Геометрия"-и худ аломати решаро бо хати амудӣ пайваस्त карда, аломати ҳозиразамони реша $\sqrt{\quad}$ -ро истифода намудааст. Вале тарзи навишти адади тахтирешагӣ дар китоби Декарт аз тарзи навишти ҳозира фарқ мекунад. Вай дараҷаи решаро дар тахти реша менавишт. Бори аввал тарзи навишти ҳозиразамони аломати реша ва адади тахтирешагӣ дар китоби математики фаронсавӣ М.Ролл (1652-1719) «Роҳномаи алгебра», ки соли 1690 нашр шуда буд, воМЕҳӯрад. Танҳо дар ибтидои асри XVIII аломати дар ҳозира маъмули решаро қатъиян ҳамагон истифода мекардагӣ шуданд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ II

Ба параграфи 4.

401. Маълум, ки a ва v ададҳои натуралианд. Оё адади:

- а) $a+v$; б) $a-v$; в) av ; г) $\frac{a}{v}$ ($v \neq 0$)

адади натуралӣ аст?

402. Маълум, ки a ва b ададҳои бутунанд. Оё адади:

- а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

адади бутун аст?

403. Маълум, ки a ва b ададҳои раціоналианд. Оё адади:

- а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

адади раціоналӣ аст?

404. Исбот кунед, ки агар x ва y ададҳои ҷуфт бошанд, он гоҳ:

- а) $x+y$; б) $x-y$; в) xy низ адади ҷуфт аст.

405. Исбот кунед, ки:

- а) суммаи ду адади тоқ адади ҷуфт аст;
б) фарқи ду адади тоқ адади ҷуфт аст;
в) ҳосили зарби ду адади тоқ адади тоқ аст.

406. а). Се адади мусбати аз 0,01 хурдро нависед;

б). Се адади манфии аз $-\frac{1}{9}$ калонро нависед.

407. Адади:

- а) $\frac{3}{11}$; б) $-\frac{5}{7}$; в) $\frac{11}{14}$; г) $\frac{2}{27}$;
д) $\frac{2}{35}$; е) $-\frac{7}{22}$; ж) $\frac{23}{60}$; з) $\frac{2}{9}$

-ро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кунед.

408*. Ададро ба касри раціоналӣ баргардонед:

- а) 0, (12); б) 0,0(21); в) 2,(1); г) -3,1(3);
д) 4,2(23); е) -0,(15); ж) 2,(011); з) 0,41(34).

409*. Ду адади раціоналӣ ва ду адади иррационалиро номбар кунед, ки онҳо дар байни ададҳои 1 ва 1,1 ҷойгиранд.

410*. Маълум, ки a адади раціоналӣ ва b адади иррационалӣ аст. Оё адади: а) $a+b$; б) $a-b$ раціоналӣ шуда метавонад?

Ба параграфи 5.**411. Қимати ифодаро ёбед:**

а) $0,2\sqrt{256}$; б) $-3\sqrt{49}$; в) $\sqrt{\frac{4}{25}} - 1$;

г) $\frac{2}{\sqrt{625}} - \frac{1}{\sqrt{25}}$; д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100}$; е) $\frac{\sqrt{0,81}}{2\sqrt{0,04}}$;

ж) $\sqrt{3600} - \sqrt{1225}$; з) $\sqrt{\frac{49}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}}$; и) $-0,04\sqrt{10000} + \sqrt{16}$.

412. Ибот кунед, ки:

а) $5 - \left(3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25} \right) = 2,5$;

б) $11 : (0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}) = 55$;

в) $(\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) : \left(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100} \right) = 6$;

г) $\left(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2} \right) : \sqrt{25} = 3$.

413. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{10+3a}$, ҳангоми $a=-3$; 2; -2 будан;

б) $\sqrt{-3x-5}$, ҳангоми $x=-3$; -2; -7 будан;

в) $3\sqrt{10-2y}$, ҳангоми $y=3$; 3; 5 будан;

г) $5\sqrt{6x-2}$, ҳангоми $x=1$; 3; 11 будан.

414. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2\sqrt{x} = 3$; б) $\frac{1}{2\sqrt{2x}} = 1$; в) $\sqrt{x-3} = 4$;

г) $\frac{1}{3\sqrt{x}} = 2$; д) $1 + \sqrt{3x} = 10$; е) $4\sqrt{x} - 1 = 15$.

415. Решаи муодиларо ёбед:

а) $2x^2=8$;

б) $3x^2+1=10$;

в) $7x^2+4=0$;

г) $0,5x^2+3=7$; д) $\frac{x^2}{5}-1=1,2$;

е) $4x^2+1=5$.

416. Мисоли муодилаи $x^2=a$ оред, ки он: а) ду решаи раціоналӣ дорад; б) ду решаи иррационалӣ дорад; в) реша надорад.

417. Барои ифода қимати имконпазири тағйирёбандаи x -ро нишон диҳед:

а) $\sqrt{x^3}$; б) $\sqrt{x^6}$; в) $\sqrt{x^2+2}$; г) $\sqrt{-x^3}$.

418. Соҳаи муайяни ифодаро ёбед:

а) $\frac{2}{\sqrt{x}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$; в) $\frac{3}{\sqrt{x-1}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{-x^2}}$.

419. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,25} + (2\sqrt{0,1})^2$; б) $(0,1\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{49}$;

в) $(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2$; г) $(2\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{2})^2$;

д) $\sqrt{169} - 0,5(\sqrt{11})^2$; е) $(-3\sqrt{5})^2 - 3(\sqrt{5})^2$.

420. Дар байни решаҳои квадратӣ аломати нобаробарии мувофиқро гузored:

а) $\sqrt{100}$ ва $\sqrt{102}$; б) $\sqrt{14,4}$ ва $\sqrt{16,2}$; в) $\sqrt{0,04}$ ва $\sqrt{0,09}$;

г) $-\sqrt{3}$ ва $-\sqrt{5}$; д) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ва $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ ва $\sqrt{1\frac{4}{5}}$.

421. Ададҳоро муқоиса кунед:

а) $\sqrt{2,1}$ ва $\sqrt{2,2}$; б) $\sqrt{2,16}$ ва $\sqrt{2\frac{1}{6}}$; в) $\sqrt{0,1}$ ва $\sqrt{0,01}$;

г) $\sqrt{\frac{1}{6}}$ ва $\sqrt{0,16}$; д) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ва $\sqrt{0,(3)}$; е) $\sqrt{7}$ ва 2,6;

ж) 2,2 ва $\sqrt{4,8}$; з) $\sqrt{1,22}$ ва 1,1; и) 1,3 ва $\sqrt{1,7}$.

422. Барои кадом қиматҳои x баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{(1-x)^2} = x-1$; б) $\sqrt{(x+2)^2} = x+2$;

в) $\sqrt{(x-5)^2} = 5-x$; г) $\sqrt{(x+6)^2} = -x-6$?

423. Ададро бо барзиёди бо саҳеҳии то 0,1 бо касри даҳӣ иваз кунед:

а) $\sqrt{10}$; б) $-\sqrt{5}$; в) $\sqrt{4,5}$; г) $\sqrt{18}$.

424. Оё нуқтаи: А (36;6); В (4;-2); С (1,1); Д $(9, \frac{1}{3})$ ба графики

функсияи $y = \sqrt{x}$ тааллуқ дорад?

Ба параграфи 6.

425. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{144 \cdot 0,49 \cdot 0,36}$; б) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{4}{81} \cdot \frac{36}{169}}$;

в) $\sqrt{0,92 \cdot 64 + 0,77 \cdot 64}$; г) $\sqrt{1,44 \cdot 121 - 1,44 \cdot 40}$.

426. Қимати решаҳо ёбед:

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$; б) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$;

в) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$; г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$.

427. Ифодаро сода кунед:

а) $4\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{16,9}$; б) $\frac{4\sqrt{5}}{0,2\sqrt{0,2}}$;

в) $0,4\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{45} \cdot 0,5\sqrt{2}$; г) $\frac{\sqrt{0,48}}{2\sqrt{12}}$.

428. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{\frac{64 \cdot 49}{195 \cdot 324}}$; б) $\sqrt{5 \frac{4}{9}} \cdot \sqrt{2 \frac{14}{25}}$; в) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot 5^2}$;

г) $\frac{\sqrt{128}}{2\sqrt{2}}$; д) $\sqrt{50 - (-7)^2}$; е) $\sqrt{(-4)^2}$.

429*. Маълум, ки $a > 0$ ва $\epsilon < 0$ аст. Ифодаи:

а) $\sqrt{a\epsilon}$ -ро дар намуди ҳосили зарби решаҳо нависед;

б) $\sqrt{\frac{a}{\epsilon}}$ -ро дар намуди ҳосили тақсими решаҳо нависед.

430. Қимати ифодаро ёбед (агар он маъно дошта бошад):

а) $\sqrt{(-11)^2}$; б) $\sqrt{-9^2}$; в) $-\sqrt{8^2}$; г) $-\sqrt{(-13)^2}$.

431. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{(-2)^4}$; б) $-3\sqrt{10^4}$; в) $-2\sqrt{15^2}$;

г) $0,1\sqrt{2^8}$; д) $0,2\sqrt{(-0,1)^4}$; е) $-\sqrt{(-2)^{12}}$.

432. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{25^2}$; б) $\sqrt{16^3}$; в) $\sqrt{8 \cdot 162}$;

г) $\sqrt{5 \cdot 320}$; д) $\sqrt{96 \cdot 486}$; е) $\sqrt{750 \cdot 270}$.

433*. Баробарии

а) $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$; б) $\sqrt{x^2} = x$; в) $\sqrt{x^6} = x^3$;

г) $\sqrt{x^{10}} = -x^5$; д) $\sqrt{\epsilon^8} = \epsilon^4$; е) $\sqrt{a^{14}} = -a^7$

барои кадом қимати тағйирёбанда дуруст аст?

434*. Графики функсияи бо формулаи:

а) $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$; б) $y = -\frac{\sqrt{x^2}}{x}$

додашударо созед.

435. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\sqrt{a^4 \epsilon^4}$; б) $\sqrt{\epsilon^6 c^8}$, дар ин ҷо $\epsilon \geq 0$; в) $\sqrt{9x^2 y^4}$, $x < 0$;

г) $\sqrt{\frac{a^4}{\epsilon^8}}$; д) $\sqrt{\frac{9x^2}{y^6}}$, дар ин ҷо $x < 0$; $y < 0$; у) $\sqrt{\frac{25a^4}{\epsilon^{10}}}$, $\epsilon < 0$;

436. Ифодаро сода кунед:

а) $\sqrt{(-a)^2}$; б) $\sqrt{(-a)^2(-v)^4}$.

Ба параграфи 7.

437. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $0,4\sqrt{45a^2}$; б) $3,4\sqrt{200x^4}$; в) $0,2\sqrt{175x^3}$;

г) $0,8\sqrt{225a}$; д) $a\sqrt{20a^2v}$; е) $-m\sqrt{96m^4}$.

438*. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{25a^2v}$, $a>0$; б) $\sqrt{16a^2v^3}$, $a<0$; в) $\sqrt{81a^3v^3}$, $a<0$; $v>0$;

г) $\sqrt{64a^4x^3}$; д) $\sqrt{-3c^3}$; е) $\sqrt{-5a^7}$.

439*. Зарбкунандаро ба тахти аломати реша дароред:

а) $a\sqrt{2}$, $a\geq 0$; б) $a\sqrt{5}$, $a<0$; в) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$; г) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$.

440*. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда баробарӣ дуруст аст:

а) $x\sqrt{2} = \sqrt{2x^2}$; б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$;

в) $\sqrt{6c^2} = -c\sqrt{6}$; г) $\sqrt{7a^2} = -a\sqrt{7}$?

441. Ададҳоро муқоиса намоед:

а) $2\sqrt{20}$ ва $4\sqrt{20}$; б) $4\sqrt{18}$ ва $2\sqrt{18}$;

в) $5\sqrt{2}$ ва $4\sqrt{3}$; г) $\frac{1}{4}\sqrt{112}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{32}$.

442. Ададҳоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир кунед:

а) $5\sqrt{3,5}$, $\sqrt{17}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{62}$; б) $\sqrt{89}$, $12\sqrt{0,5}$ ва $\frac{3}{4}\sqrt{160}$.

443. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{6}{\sqrt{12}}$; в) $\frac{4}{\sqrt{3+\sqrt{7}}}$;

г) $\frac{4}{\sqrt{10-\sqrt{12}}}$; д) $\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$; е) $\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$.

444. Махрачро аз ирратсионали озод намоед:

а) $\frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$; б) $\frac{x-\sqrt{ax}}{a\sqrt{x}}$; в) $\frac{a+\varepsilon\sqrt{x}}{\varepsilon\sqrt{x}}$; г) $\frac{a-2\sqrt{a}}{4\sqrt{a}}$.

445. Махрачи касрро аз ирратсионали озод кунед:

а) $\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; б) $\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$; в) $\frac{1+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; г) $\frac{9-5\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}}$.

446. Махрачро аз ирратсионали озод намоед:

а) $\frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; б) $\frac{4+\sqrt{a}+a}{2+\sqrt{a}}$.

447*. Махрачи касрро аз ирратсионали озод кунед:

а) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; б) $\frac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; в) $\frac{1}{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$; г) $\frac{5}{2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

448. Сураги касрро аз ирратсионали озод кунед:

а) $\frac{\sqrt{10}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{14}$; в) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{a}}$; г) $\frac{4-\sqrt{a}}{16-4\sqrt{a}+a}$.

449. Зарбро ичро кунед:

а) $\left(5\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}$; б) $\sqrt{5}\cdot\left(7\sqrt{5}+\frac{8}{\sqrt{5}}\right)$;
в) $(\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{72})\cdot\sqrt{2}$; г) $\sqrt{15}\cdot(\sqrt{0,2}-\sqrt{0,8}+\sqrt{3,2})$;
д) $\sqrt{x}(\sqrt{a}+\sqrt{\varepsilon})$; е) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot\sqrt{x}$;
ж) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})$; з) $(\sqrt{a}-\sqrt{\varepsilon})(\sqrt{a}+2\sqrt{\varepsilon})$.

450. Таксимро ичро кунед:

а) $(\sqrt{10}+\sqrt{40}-\sqrt{90})\cdot\sqrt{10}$; б) $\left(3\sqrt{10}-\frac{12}{\sqrt{10}}\right):\left(2\sqrt{10}-\frac{19}{\sqrt{10}}\right)$;
в) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{3}{2}}\right):\left(\sqrt{6}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$; г) $\left(\sqrt{\frac{5}{8}}-\sqrt{\frac{3}{8}}\right):\left(\sqrt{15}+\frac{1}{\sqrt{15}}\right)$.

451. Қимати ифодаро ёбед:

а) x^2-8 , ҳангоми $x=1+\sqrt{7}$; б) x^2-4x+3 , ҳангоми $x=2+\sqrt{3}$ будан.

452. Исрот кунед, ки қимати ифодаҳои

$$\sqrt{5+\sqrt{24}} \cdot \sqrt{5-\sqrt{24}} \quad \text{ва} \quad \sqrt{8+3\sqrt{7}} \cdot \sqrt{8-3\sqrt{7}}$$

ба як баробар аст.

453. Исрот кунед, ки қимати ифода, адади раціоналӣ аст:

$$\text{а) } \frac{1}{7+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7-3\sqrt{5}}; \quad \text{б) } \frac{1}{4\sqrt{3}-3} - \frac{1}{4\sqrt{3}+3}.$$

454. Қимати ифодаро ёбед:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{3}{1+\sqrt{2}} + \frac{3}{1-\sqrt{2}}; & \text{б) } \frac{1}{10-2\sqrt{8}} - \frac{1}{10+2\sqrt{8}}; \\ \text{в) } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}; & \text{г) } \frac{10+\sqrt{19}}{10-\sqrt{19}} - \frac{10-\sqrt{19}}{10+\sqrt{19}}. \end{array}$$

455. Қасро иҳтисор кунед:

$$\text{а) } \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}; \quad \text{б) } \frac{x+\sqrt{7}}{y^2-7}; \quad \text{в) } \frac{a^2-11}{a-\sqrt{3}}; \quad \text{г) } \frac{10-x^2}{x-\sqrt{10}}.$$

456*. Қасро иҳтисор кунед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{40}-\sqrt{20}}{\sqrt{20}-\sqrt{10}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}; \quad \text{в) } \frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}}; \quad \text{г) } \frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}}.$$

457*. Қасри $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$ барои кадом қимати x дорои қимати калонтарин аст?

458*. Ифодаро сода намоед:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{x+\sqrt{y}} + \frac{1}{x-\sqrt{y}} \right) : 4x; \quad \text{б) } \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} - \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a+2\sqrt{a}\sqrt{b}+b}{4\sqrt{b}};$$

$$\text{в) } \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}\sqrt{b}}{a-b} \right) \cdot \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{a+b}; \quad \text{г) } \frac{x-y}{x+\sqrt{xy}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2}.$$

ҶАВОБҲО

- 214.** а) 0,(3); б) 0,1(6); в)-1,5(3); г)2,(296); д)2,(63); е)-1,(6). **215.**
 а) 0,3(6); б)0,(142857). **216.** а) дуюмаш калон; б) дуюмаш калон;
 в) дуюмаш калон; г) якумаш калон. **217.** а) якумаш калон; б)
 дуюмаш калон; в) якумаш калон; г) дуюмаш калон. **218.** а)
 масалан, 4,01; 4,012; 4,019. **219.** а) $2\frac{7}{33}$; б) $3\frac{2}{15}$; в) $2\frac{1}{900}$; г) $\frac{151}{1125}$.
220. а) $\frac{x}{a}$; б) -1. **221.** 6 ва 510. **222.** а)(3;1); б) (4;3). **224.** 43,4
 сомонӣ. **229.** а) якумаш; б) дуюмаш; в) дуюмаш; г) якумаш. **233.**
 31,4 м. **234.** 63,585 м. **235.** $-\frac{1}{x+y}$. **236.** а)-2 ва 2; б)-1,5 ва 1,5; в)
 ҳал надорад; г) 0. **237.** 60. **238.** а) $1\frac{1}{9}$; б) $-2\frac{1}{99}$; в) $1\frac{37}{330}$; г) $2\frac{121}{900}$.
240. а) 4м; г) $\frac{5}{9}$ мм. **241.** д) $\pm x^2$; з) $\pm a$; и) $\pm \frac{1}{k^2}$; л) $\pm 0,9$. **242.** а)
 не; б) ҳа; в) ҳа; г) не; д)не; е)ҳа. **246.** 0,235. **247.** Ҳал надорад.
248. $k=-4$. **249.** 200 ва 260 т. **250.** 0,0(1); 0(63); -1,1(34); -2,25;
 6,(2); -7,32. **256.** а) 0,3; б)0,5; в)0,9; г)0,8. **257.** в)7,2; г)0,7; е)-
 7. **258.** а)5; б)5; в)28; г)-18; д)1,1; е)0. **259.** а)1;4;2. **260.** г)1,9; 1,2;
 1,7; 1,3. **261.** г)0,0625; е)2,25. **262.** а)ҳа, 0,04; б)не; в)ҳа, 4; г)не.
263. б)барои ҳеч гуна; г)0,49; д)0,(1); е)барои ҳеч гуна. **264.** а)0;
 б)6,5; в)1(6); г)3. **265.** а)дуюмаш; б)якумаш; в)якумаш;
 г)дуюмаш; д)дуюмаш; е)якумаш. **266.** a калон аст, агар a мусбат
 бошад, вагарна $-a$ калон аст. **267.** 2. **268.** -6. **269.** Ба 96 рӯз. **274.**
 а) ± 8 ; б) ҳал надорад; в) $\pm \sqrt{2,5}$; г) $\pm \frac{3}{2}$; д) $\pm 1,2$; е) ± 21 . **275.** а)
 $\pm 0,02$; б) $\pm 0,75$; в) ± 4 ; г) $\pm \sqrt{20}$; д) ± 8 ; е) ± 1 . **276.** а)-3 ва 7; б)4
 ва 6; в)-7 ва 1; г)-14 ва 0. **278.** г) $-0,1|x|$; д) $6|a|$. **279.** б)4у; в)- n ;

г)1,2а. **280.** в) $|a+3|$; д) $|a-x|$; е) $|x^2-2|$. **281.** а) $a \geq 3$; б) $a \geq -4$;
 в) $a \leq 5$; г) $a \leq -1$. **282.** а) ± 3 ; б)-4 ва 0; в)ҳал надорад; г) ҳар
 гуна адади гайриманфӣ. **283.** -4. **284.** а) $\frac{4a}{a+b}$; б) $\frac{1}{(x+1)^2}$. **285.** а)
 а; б)-е. **286.** 2км/соат. **287.** а)25,5; б)4,8. **289.** а) дуумаш калон;
 б)якумаш калон; в)дуумаш калон; г)якумаш калон. **291.** а)3,4;
 б)-2,4; в)3,6; г)0,8; е)-5,2. **292.** 4,1 ва 4,2 см. **294.** а)6,9; б)17,2;
 в)26; г)-4. **295.** а)ҳа; б)не; в)не; г)ҳа. **297.** Не. **298.** $\frac{5}{6}$ хисса. **299.**
 а) $-\frac{a-4}{a+4}$; б) $-\frac{3x-2y}{3x+2y}$. **301.** $a = \sqrt{\frac{S}{6}}$. **303.** а)ҳа, дар нуқтаи (1;1);
 г)не. **304.** а)дуумаш калон; б)якумаш калон; в)якумаш калон;
 г)дуумаш калон; д)якумаш калон; е)дуумаш калон. **305.**
 а) $\sqrt{1,4}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6,3}$; г) 0,3; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$. **306.** а) $\pm\sqrt{8}$ ва 64; б) $\pm\frac{1}{3}$ ва $\frac{1}{81}$.
307. а)6; б)1,8; в)0,35; г)6,6. **308.** 9 ва 10. **309.** 27 км. **310.** а)калон;
 б)хурд. **315.** а)15; б)80; в)6; г)120; д)15; е)10; ж)16; з)12. **316.**
 а)210; б)32; в)35; г)54. **317.** а)30; б)26; в)15; г)28; д)15; е)21; ж)54;
 з)18. **318.** а)21; б)22; в)0,4; г)1. **322.** а)1; б)-1. **323.** 160 га. **324.**
 а) $\frac{1}{3}$; б) $64a^{12}$; в) $2a^{11}$. **325.** а) $5a-1$; б) $3x-1$. **328.** а)2,8; б) $3\frac{11}{15}$; в)
 $\frac{8}{15}$; г) $1\frac{3}{8}$. **330.** а)3; б) $\frac{2}{3}$; в)2; г)5; д) $\frac{1}{7}$; е)5. **331.** а)2,5; б) $1\frac{1}{3}$; в)4;
 г) $\frac{6}{7}$; д) $\frac{7}{9}$; е) $\frac{4}{11}$. **332.** а)1,1; б)1,5; в)0,6; г)0,225. **333.** а)4; б)9;
 в)30; г)140. **334.** 7 ва 9 см. **335.** 16,38. **336.** а)барои $\pm\sqrt{5}$; б)барои
 $\pm\sqrt{14}$. **337.** 3. **338.** а) y^4 ; б) $2a^{10}$; в) y^7 ; г) $-4a^5$. **339.** а) $0,5x^2$; б) $-2,1y^5$;
 в) $0,1a^{18}$; г) $-9e^9$. **340.** а)9; б)64; в)625; г)64. **341.** а)24; б)98; в)625;
 г)1024. **342.** а)144; б)225; в)168; г)825; д)87; е)92; ж)167; з)504.

343. 3 бор. 344. Барои -4. 345. а) ҳамаи ададҳо гайр аз 5; б) ҳамаи ададҳо гайр аз 0 ва 2. 346. Баъди 7 сол. 347. а) $\frac{11}{24}$; б) $\frac{73}{200}$. 348. а) $3\sqrt{2}$; б) $4\sqrt{2}$; в) $4\sqrt{3}$; г) $5\sqrt{7}$; д) $6\sqrt{3}$; е) $20\sqrt{2}$; ж) $13\sqrt{5}$; з) $25\sqrt{2}$. 349. а) $2\sqrt{5}$; б) $-7\sqrt{2}$; в) $10\sqrt{3}$; г) $-5\sqrt{10}$; д) $6\sqrt{2}$; е) $-2\sqrt{11}$; ж) $6\sqrt{5}$; з) $11\sqrt{3}$. 350. а) $1,5\sqrt{3}$; б) $9\sqrt{3}$; в) $-1,6\sqrt{6}$; г) $5\sqrt{3}$; д) $4y\sqrt{3y}$; е) $a\sqrt{3}$; ж) $2m^2$; з) $5\sqrt{a}$. 351. а) $\frac{p^3}{m\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{2}(x+y)$; в) 1; г) $\frac{2}{\sqrt{3}}$. 352. а) $-4ab$; б) $5ab\sqrt{b}$; в) $ab\sqrt{2ab}$; г) $2a^2b\sqrt{6b}$. 353. а) $\sqrt{5x}$; б) $-\sqrt{6y}$; в) $x^2\sqrt{x}$; г) $a^4\sqrt{a}$; д) $5y^3\sqrt{y}$; е) $\frac{x\sqrt{2x}}{3}$. 354. а) $-4a\sqrt{3}$; б) $-3b^3\sqrt{3}$; в) $5a^2\sqrt{2}$; г) $3a^4$; д) $2x^6\sqrt{3x}$; е) $\sqrt{2x^{10}}$. 355. а) барои қиматҳои манфӣ. 358. 36, 48 ва 60 кг. 359. а) $2x+1$; б) $-m$. 360. а) $2a^2-bc$; б) $-a^3bc^3x$. 361. Барои қимати -4. 362. а) $\sqrt{8}$; г) $\sqrt{25x}$; е) $\sqrt{32b}$; ж) $\sqrt{3}$; 363. а) $-\sqrt{18}$; б) $-\sqrt{175}$; в) $-\sqrt{0,04a}$; г) $-\sqrt{294}$. 364. а) $\sqrt{2a^2}$; б) \sqrt{x} ; в) $\sqrt{a^3}$; г) $\sqrt{8b^2c}$; д) $\sqrt{a(a+1)^2}$; е) $\sqrt{5x}$; ж) $\sqrt{x^3y}$; з) $\sqrt{a+b}$. 365. а) $-\sqrt{9m^2a}$; б) $-\sqrt{3a^2}$; в) $-\sqrt{b^2c}$; г) $-\sqrt{2x^3y}$. 367. а) $3\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{5}$; в) $\sqrt{21}$; д) $2\sqrt{6}$. 368. 33,75 км. 369. а) 7; б) -421. 370. а) $\frac{(a-5)(a+3)}{a}$; б) $-\frac{m+n}{2n}$. 371. 47 ва 78 см. 372. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{8}}{28}$; з) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$; д) $\frac{\sqrt{15}}{12}$. 373. а) $\frac{m\sqrt{p}}{p}$; б) $\frac{\sqrt{a}}{b}$; в) $\frac{3\sqrt{c}}{5c}$; г) $\frac{\sqrt{xy}}{xy}$. 374. а) $2-\sqrt{3}$; б) $\frac{3+\sqrt{7}}{2}$; в) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; г) $\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$; д) $\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)$; е) $-1+2\sqrt{2}$. 375. а) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$; б) $\frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$; в) $\frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y}$; г) $\frac{b(a+\sqrt{b})}{a^2-b}$.

376. а) $\frac{4}{5\sqrt{2}}$; б) $\frac{3}{7\sqrt{3}}$; д) $\frac{2a}{3\sqrt{a}}$; е) $\frac{e}{\sqrt{3e}}$. 377. а) $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$;

б) $\frac{4}{3(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$; в) $\frac{a-1}{2(\sqrt{a}+1)}$; г) $\frac{4-e}{2(2-\sqrt{e})}$; д) $\frac{a-e}{3(\sqrt{a}+\sqrt{e})}$;

е) $\frac{a-e}{4(\sqrt{a}-\sqrt{e})}$. 378. 3,8 ва 3,9. 379. а) $\pm\sqrt{11}$; б) ҳал надорад; в) -3

ва -1; г) $3-\sqrt{5}$ ва $3+\sqrt{5}$ 380. 5 соату 50 дак. 381. б) ва в)-аш.

382. 0,02. 384. а) $13\sqrt{5a}$; б) $4\sqrt{a}$; в) $7\sqrt{n}$; г) $-\sqrt{a}$; д) $-15\sqrt{5a}$; е) 0.

385. а) 0; б) $-19\sqrt{3}$; в) $-\frac{5\sqrt{2}}{2}$; г) $5\sqrt{2}$; д) $20\sqrt{2}$; е) $15\sqrt{2}$. 386.

а) $3(2+\sqrt{5})$; б) $\sqrt{10}(\sqrt{10}+2)$; в) $12(2-\sqrt{2})$; г) $-0,5\sqrt{3}$; д) $\sqrt{2}$;

е) $2\sqrt{6}(\sqrt{6}-1)$. 387. а) $\sqrt{2}-11$; б) $9+5\sqrt{3}$; в) $18-7\sqrt{6}$; г) $13-5\sqrt{10}$;

д) $13\sqrt{3}$; е) $9\sqrt{6}+102$. 388. а) $a-e$; б) $x-y^2$; в) 2; г) $13+4\sqrt{3}$; д) $3-2\sqrt{2}$;

е) $8-2\sqrt{15}$. 389. а) 8; б) 32; в) $2(2-\sqrt{3})$; г) $13+2\sqrt{3}$; д) $6(1-\sqrt{2})$; е) 2.

390. а) 1; б) 4; в) $2(12+\sqrt{85})$; г) $-2(6+\sqrt{39})$. 391. а) $a+2+2\sqrt{2a}$;

б) $5-2\sqrt{5x}+x$; в) 0; г) $27-5\sqrt{2}$. 392. а) $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})$;

б) $(\sqrt{7}-a)(\sqrt{7}+a)$; в) $(2x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$; г) $(\sqrt{10}-5\sqrt{a})(\sqrt{10}+5\sqrt{a})$;

д) $(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})$; е) $(\sqrt{a}-\sqrt{e})(\sqrt{a}+\sqrt{e})$. 393. а) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$;

б) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$; в) $\sqrt{x}(1+\sqrt{x})$; г) $\sqrt{a}(1-\sqrt{2})$; д) $\sqrt{11}(\sqrt{2}-1)$;

е) $\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)$; ж) $\sqrt{11}(\sqrt{5}-\sqrt{2})$; з) $\sqrt{m}(\sqrt{2}+\sqrt{7})$. 394. а) $a+\sqrt{6}$;

б) $\sqrt{x}-2$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}-a}$; г) $-\frac{1}{\sqrt{x}+1}$; д) $-(\sqrt{a}+\sqrt{e})$; е) $\frac{1}{3\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$; ж) a ;

з) -8; и) $\frac{1}{\sqrt{a}}$; 395. а) $x-\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2}+a}$; в) $-\frac{1}{3+\sqrt{x}}$; г) $\sqrt{3}-1$; д) 3;

е) $\frac{4-\sqrt{5}}{3}$; ж) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{a}+\sqrt{e})}{\sqrt{3}}$; з) \sqrt{x} ; и) \sqrt{a} . **396.** 21. **397.** 6 ва 5

сомонӣ. **398.** а) $\frac{1}{16}$; б) $\frac{1}{10}$. **399.** а) 4 ва 2; б) 8 ва 2. **400.** а) $x+y$;

б) $x-y$. **407.** а) 0,(27); б) 0,(714285); в) 0,7(857142); г) 0,(074);

д) 0,0(571428); е) 0,3(18); ж) 0,38(3); з) 0,(2). **408.** а) $\frac{4}{33}$; б) $\frac{7}{330}$;

в) $2\frac{1}{9}$; г) $-3\frac{2}{15}$; д) $4\frac{221}{990}$; е) $-\frac{15}{99}$; ж) $2\frac{11}{999}$; з) $\frac{4093}{9900}$. **411.** д) 10,22;

е) 2,25; и) 0. **414.** б) 0,125; д) 27; е) 16. **415.** а) ± 2 ; б) $\pm\sqrt{13}$; в) ҳал

надорад; г) $\pm\sqrt{8}$; д) $\pm\sqrt{11}$; е) ± 1 . **417.** а) ҳамаи ададҳои гайри-

манфӣ; б) ҳамаи ададҳо; г) ҳамаи ададҳои гайримусбат. **418.** а),

б) ҳамаи ададҳои мусбат; в) ҳамаи ададҳои мусбат гайр аз 1;

г) ифода маъно надорад. **419.** а) 0,9; е) 30. **424.** Нуқтаҳои А ва С.

426. а) $8\frac{1}{2}$; б) $\frac{7}{96}$; в) $\frac{15}{29}$; г) $\frac{77}{135}$. **427.** а) 10,4; б) 100; в) 1,2; г) 0,1. **429.**

а) $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-e}$; б) $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-e}}$. **432.** в) 64; г) 40; д) 216; е) 450. **435.** а) a^2e^2 ;

б) e^3c^4 ; в) $-3xy^2$; г) $\frac{a^2}{e^4}$; д) $\frac{3x}{y^3}$; е) $-\frac{5a^2}{e^5}$. **436.** а) $|a|$; б) $|a|e^2$. **437.**

а) $1,2|a|\sqrt{5}$; д) $2a|a|\sqrt{5e}$; е) $-4m^3\sqrt{6}$. **438.** а) $5|a|\sqrt{e}$;

б) $4ae\sqrt{e}$; в) $9ae\sqrt{ae}$; г) $8a^2x\sqrt{x}$; д) $-c\sqrt{-3c}$; е) $-a^3\sqrt{-5a}$. **439.**

а) $\sqrt{2a^2}$; б) $-\sqrt{5a^2}$; в) \sqrt{x} ; г) $-\sqrt{-x}$. **440.** а) $x \geq 0$; б) $a \leq 0$; в) $c \leq 0$;

г) $a \leq 0$; **441.** а) дуомаш калон; б) якумаш калон; в) якумаш калон;

г) дуомаш калон. **442.** а) $\frac{1}{2}\sqrt{62}, \sqrt{17}, 5\sqrt{3,5}$; б) $12\sqrt{0,5}, \sqrt{89}, \frac{3}{4}\sqrt{160}$.

443. в) $\sqrt{7} - \sqrt{3}$; г) $-4(\sqrt{10} + \sqrt{12})$; д) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; е) $2 + \frac{\sqrt{3}}{3}$. 444.

а) $\frac{\sqrt{a}}{a} + 1$; б) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{a}$; в) $\frac{(a + \epsilon\sqrt{x})\sqrt{x}}{\epsilon x}$; г) $\frac{\sqrt{a} - 2}{4}$. 445.

а) $4\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$; б) $4\sqrt{15} + 6\sqrt{6}$; в) $\frac{1}{15}(1 + \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$;

г) $\frac{9 - 4\sqrt{3}}{11}$. 446. а) $\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x - y}$; б) $\frac{2\sqrt{2} - a\sqrt{2}}{4 - a}$. 447.

а) $\frac{\sqrt{2}}{4}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$. 448. б) $\frac{3}{14(\sqrt{5} - \sqrt{2})}$; в) $\frac{a - \epsilon}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{\epsilon})}$;

г) $\frac{16 - a}{64 - a\sqrt{a}}$. 449. а) 13; б) 43; в) 8; г) 3; д) $\sqrt{ax} + \sqrt{\epsilon x}$; е) $x - \sqrt{xy}$;

ж) $x - \sqrt{xy} - 2y$; з) $a + \sqrt{a\epsilon} - 2\epsilon$. 450. а) 0; б) 18; в) 1;

г) $\frac{\sqrt{3}(5 - \sqrt{15})}{32\sqrt{2}}$. 451. а) $2\sqrt{7}$; б) 2. 453. а) $3\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{13}$. 454. а) -6;

б) $\frac{\sqrt{8}}{17}$; в) 6; г) $\frac{40\sqrt{19}}{81}$. 455. а) $\sqrt{x} + \sqrt{3}$; б) $\frac{1}{y - \sqrt{7}}$; в) $a + \sqrt{11}$;

г) $-(x + \sqrt{10})$. 456. а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2,5}$; в) $\sqrt{2,5}$; г) $\sqrt{1,5}$. 457. Барои

қимати 0, қимати калонтарин ба $\frac{1}{\sqrt{3}}$ баробар аст. 458.

а) $\frac{1}{2(x^2 - y)}$; б) $-\frac{\sqrt{a} + \sqrt{\epsilon}}{2(\sqrt{a} - \sqrt{\epsilon})}$; в) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{\epsilon}}{\sqrt{a} + \sqrt{\epsilon}}$; г) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{2}$.

МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

§ 8. МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ ВА РЕШАҲОИ ОНҲО

25. ТАЪРИФИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

Ҳар яке аз муодилаҳои $2x^2-3x+1=0$, $-x^2+4x-4=0$, $6x^2-11=0$, $2x^2 + \frac{4x}{25} = 0$ намуди $ax^2+bx+c=0$ -ро доранд, ки дар ин ҷо x адади

номаълум буда, a , b ва c ададҳои додашуда мебошанд. Дар муодилаи якум $a=2$, $b=-3$ ва $c=1$; дар муодилаи дуюм $a=-1$, $b=4$ ва $c=-4$; дар муодилаи сеюм $a=6$; $b=0$ ва $c=11$; дар муодилаи чорум $a=2$, $b = \frac{4}{25}$ ва $c=0$ аст. Ин гуна муодилаҳоро **квадратӣ** меноманд.

Муодилаҳои квадратӣ, ки мо ба омӯзиши онҳо шурӯъ мекунем, аз нуқтаи назари татбиқашон дар амалия, яке аз муҳимтарин маводи математикаи мактабӣ ба шумор мераванд.

Т а ъ р и ф. Муодилаи $ax^2+bx+c=0$, ки дар ин ҷо x -адади номаълум, a , b ва c -ададҳои маълум ва ғайр аз ин $a \neq 0$ аст, муодилаи квадратӣ номида мешавад.

Одатан ададҳои a , b ва c -ро коэффитсиентҳои муодилаи квадратӣ ва дар айни ҳол a -ро коэффитсиенти якум, b -ро коэффитсиенти дуюм ва c -ро аъзои озод меноманд. Масалан, дар муодилаи квадратии $5x^2-x+4=0$ коэффитсиенти якум ба 5, коэффитсиенти дуюм ба -1 ва аъзои озод ба 4 баробар аст. Мана боз мисолҳои муодилаҳои квадратӣ: $2x^2-x+3=0$; $x^2-36=0$.

Бамавқеъ аст, қайд намоем, ки муодилаи квадратиро муодилаи дараҷаи дуюм ҳам мегӯянд, чунки қисми чапи он нисбати x бисёрраъзогии дараҷаи дуюм мебошад (мисли он ки, муодилаи хаттии $ax+b=0$ -ро муодилаи дараҷаи якум ҳам меноманд).

Хотирнишон мекунем, ки *решаи муодила* гуфта, чунин қимати номаълумро меноманд, ки барояш муодила ба баробарии дуруст мубаддал мегардад.

Масалан, адади 2 решаи муодилаи $4x^2-5x-6=0$ мебошад, чунки ҳангоми $x=2$ будан, баробарии $4\cdot 2^2-5\cdot 2-6=0$ баробарии дуруст аст.

Дар синфи VII хосиятҳои асосии зерини муодилаҳо, ки баробарқуввагии онҳоро нигоҳ медоранд, муқаррар карда шуда буд:

1°. Аъзои дилхоҳи муодиларо аз як қисм ба қисми дигари муодила бо иваз кардани аломаташ гузаронидан мумкин аст;

2°. Ҳар ду қисми муодиларо ба адади дилхоҳи гайринулӣ зарб ё тақсим кардан мумкин аст.

Инчунин ислоҳ кардани аъзоҳои монанд, ба зарбкунандаҳо ҳамчун бисёрҷузъӣ ҷудо кардани ин ё он қисми муодила ва чанде дигар табилоҷиб баробарқуввагии муодиларо нигоҳ медоранд. Дар оянда ҳангоми ҳалли муодилаҳои квадратӣ (дигар муодилаҳо ҳам) мо аз хосиятҳои 1°-2° ва ин гуна табилоҷиб васеъ истифода мекунем.

Масалан, муодилаи

$$3x^2+4x=x^2+5x+6$$

баъди ба қисми чап гузаронидани ҳамаи аъзоҳо ва ислоҳ кардани аъзоҳои монанд, ба муодилаи квадратии

$$2x^2-x-6=0$$

оварда мешавад (дар он $a=2$; $b=-1$; $c=-6$ аст).

М и с о л и 1. Барои кадом қимати m квадратӣ будани муодилаи

$$x^{3m+5}-3x+2=0$$

-ро муайян мекунем.

Барои квадратӣ будани ин муодила зарур аст, ки $3m+5=2$ бошад. Аз ин ҷо $m=-1$.

М и с о л и 2. Қимати k -ро меёбем, ки барояш муодилаи

$$3x^2-x^{k-2}+1=0$$

квадратӣ мебошад.

Барои квадратӣ будани муодилаи мазкур зарур аст, ки $k-2$ қиматҳои 0 ё 1 ва ё 2-ро қабул намояд. Яъне, k қиматҳои 2,3 ва 4 қабул кунад. Ҳангоми $k=2$ будан муодилаи $3x^2=0$, чунки барои ҳар гуна қимати x қимати ифодаи x^{k-2} ба $x^{2-2}=x^0=1$ баробар аст, ҳангоми $k=3$ будан, муодилаи $3x^2-x+1=0$ ва ҳангоми $k=4$ будан, муодилаи $2x^2+1=0$ ҳосил мешавад.

?

1. Таърифи муодилаи квадратиро баён намуда, мисолҳо оред. 2. Решаи муодила гуфта, чиро меноманд? 3. Хосиятҳои асосии муодилаҳоро номбар намоед.

459. Оё муодилаи зерин квадратӣ аст:

а) $x^2+1=0$; б) $3x^2-7x+2=0$; в) $4-2x=0$;

г) $3,2x^2-2x^4+0,8=0$; д) $4x^2-3=0$; е) $-x^2=0$;

ж) $x - \frac{1}{4} = 0$; з) $2x^3-3=0$; и) $x^2+x=0$?

460. Коэффитсиентҳои муодилаи квадратиро нишон диҳед:

а) $5x^2-8x+3=0$; б) $\frac{2}{3}x^2 - 4 = 0$; в) $3x^2+5x=0$;

г) $-2x^2-5=0$; д) $x^2-x-1=0$; е) $-3x^2+2x-7=0$.

461. Аз рӯи коэффитсиентҳои додашуда муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ -ро созад:

а) $a=2, b=3, c=4$; б) $a=-2, b=5, c=1$;

в) $a=-1, b=0, c=9$; г) $a=1, b=0, c=0$.

462. Кадоме аз ададҳои $-3, 0, 1, 2$ решаҳои муодилаҳои зерин мебошанд:

а) $x^2-9=0$; б) $x^2-x=0$; в) $x^2-3x+2=0$;

г) $x^2-5x-4=0$; д) $x^2-5x-4=0$; е) $x^2-4=0$?

463. Муодиларо бо муодилаи ба он баробаркувваи квадратӣ иваз намоед:

а) $(x-1)(x+1)=2x(x+2)$; б) $x^2+(x-1)(x-2)=x$;

в) $-x(x+3)=2(x-1)+5$; г) $2(x^2-3x-1)=5x(x+2)$;

д) $(2x-3)^2=(x+2)(x-4)$; е) $-2x^2-5(x-1)=x^2+3x$.

464*. Барои кадом қимати k муодилаи:

а) $\frac{1}{k}x^2 - 2x + 3 = 0$; б) $kx^2-x^{k+1}+5=0$

квадратӣ аст?

Машқҳо барои такрор

465. Графики функсияи

а) $y = (1 - \sqrt{2})x$; б) $y = (\sqrt{8} - 2,1)x$

дар кадом чорякҳои координатавӣ ҷойгир аст?

466. Қимати ифодаи $\frac{4+4x+x^2}{x+2} + \sqrt{x}$ -ро ҳангоми $x=0,25$ ва

$x=36$ будан, ҳисоб кунед.

467. Нишон диҳед, ки системаҳои

$$\begin{cases} 2x + 7y = 8, \\ 5x - 3y = -21 \end{cases} \quad \text{ва} \quad \begin{cases} 7x + 4y = -13, \\ 2x + 7y = 8 \end{cases}$$

баробарқувваанд.

468. Даравгарон бояд гандумзорро дар 18 рӯз медавриданд. Ҳар рӯз аз супориш 1,4 га зиёдтар заминро даравида, онҳо 2 рӯз пеш аз муҳлат аз супориш 7,4 га зиёд заминро даравиданд. Супориши якрӯзаи даравгарон чанд гектарро ташкил меод?

469. Сурати касри $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$ -ро аз иррационалӣ озод намоед.

26. МУОДИЛАИ КВАДРАТИИ НОПУРРА

Агар дар муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ ақаллан яке аз коэффитсиентҳои b ё c баробари нул бошанд, он гоҳ ин гуна муодиларо *муодилаи квадратии нопурра* меноманд. Масалан, муодилаҳои $2x^2=0$, $-3x^2+5=0$ ва $7x^2-8x=0$, муодилаҳои квадратии нопурраанд. Дар муодилаи якум $b=c=0$, дар муодилаи дуҷум $b=0$ ва дар муодилаи сеҷум $c=0$ аст.

Умуман, муодилаҳои квадратии нопурра аз рӯи намудашон се хел мешаванд;

1) $ax^2=0$;

2) $ax^2+c=0$, ки дар ин ҷо $c \neq 0$ аст;

3) $ax^2+bx=0$, ки дар ин ҷо $b \neq 0$ аст.

Аз хосиятҳои асосии муодилаҳо, ки мо онҳоро дар б. III §8.25 овардаем, истифода карда, тарзи ҳалли ин гуна муодилаҳои квадратиро нишон медиҳем.

1) Муодилаи $ax^2=0$ ба муодилаи $x^2=0$ баробарқувва аст. Бинобар ин, вай решаи ягонаи ба нул баробарро дорад, чунки танҳо квадрати адади нул ба нул баробар аст.

2) Барои пайҳас кардани формулаи решаҳои муодилаи $ax^2+c=0$ аввал мисолҳоро дида мебароем.

М и с о л и 1. Муодилаи $-4x^2+20=0$ -ро ҳал мекунем.

Аъзои озод 20-ро ба қисми рости муодила гузаронида, ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба -4 тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} -4x^2 &= -20, \\ x^2 &= 5. \end{aligned}$$

Мо ин гуна муодиларо дар б.ИИ §5.15 муоина карда будем. Мувофиқи он $x = -\sqrt{5}$ ва $x = +\sqrt{5}$ решаҳои муодилаи охирин мебошанд.

Ҷ а в о б: $x_1 = -\sqrt{5}; x_2 = \sqrt{5}$.

М и с о л и 2. Ҳалли муодилаи $2x^2+7=0$ -ро меёбем.

Аъзои озодро ба қисми рости муодила гузаронида, ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба 2 тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} 2x^2 &= -7, \\ x^2 &= -3,5. \end{aligned}$$

Азбаски квадрати адад, адади манфӣ шуда наметавонад, пас муодилаи ҳосилшуда реша надорад.

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

Чуноне ки барои ёфтани ҳалли мисолҳо рафтор кардем, аъзои озоди муодилаи $ax^2+c=0$ -ро, ки нул нест, ба қисми рост гузаронида, ҳар ду қисмро ба a тақсим мекунем. Дар натиҷа муодилаи

$$x^2 = -\frac{c}{a},$$

ки ба муодилаи $ax^2+c=0$ баробарқувва аст, ҳосил мешавад.

Ду ҳолат имконпазир аст.

Ҳ о л а т и я к у м. Агар $\frac{c}{a} > 0$ бошад (аломатҳои a ва c

якхелаанд), он гоҳ $-\frac{c}{a} < 0$ аст, барои ҳамин муодилаи $x^2 = -\frac{c}{a}$

ва бо ин муодилаи ба он баробарқувваи $ax^2+c=0$ реша надорад.

Масалан, муодилаҳои $x^2+1=0$, $-3x^2-5=0$, $\frac{1}{2}x^2+0,9=0$ реша надоранд.

Ҳ о л а т и д у ю м. Агар $\frac{c}{a} < 0$ бошад (аломатҳои a ва c

гуногунанд), он гоҳ $-\frac{c}{a} > 0$ аст. Барои ҳамин муодила ду реша дорад (ниг. ба б.ІІ §5.15):

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

Масалан, муодилаи $x^2-4=0$ дорои решаҳои $x_1=-2$ ва $x_2=2$,

муодилаи $9x^2-25=0$ бошад, дорои решаҳои $x_1 = -\sqrt{\frac{25}{9}} = -\frac{5}{3}$ ва

$x_2 = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ мебошад.

3) Муодилаи $ax^2+bx=0$ -ро бо роҳи ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани қисми чап, ҳал кардан мумкин аст. Зарбкунандаи умумии x -ро аз қавс бароварда ҳосил мекунем:

$$ax^2+bx=x(ax+b)=0.$$

Ҳосили зарб $x(ax+b)$ фақат ва фақат дар он маврид баробари нул аст, агар ақаллан яке аз ҳамзарбшавандаҳо баробари нул бошад:

$$x=0 \quad \text{ё} \quad ax+b=0.$$

Аз муодилаи ҳаттии охириин меёбем: $x = -\frac{b}{a}$. Ҳамин тариқ,

муодилаи $ax^2+bx=0$ ҳангоми $b \neq 0$ будан, дорои ду решаи $x_1=0$

ва $x_2 = -\frac{b}{a}$ мебошад.

М и с о л и 3. Муодилаи $4x^2+7x=0$ -ро ҳал мекунем.

Дорем $4x^2+7x=x(4x+7)=0$. Аз ин ҷо $x=0$ ё $4x+7=0$. Аз

муодилаи охириин $x = -\frac{7}{4} = -1,75$. Ҷ а в о б: $x_1=0$; $x_2=-1,75$.

Дар охир ҷамъбасти натиҷаҳо барои ҳар се намуди муодилаи квадратии нопурра меорем.

1. Муодилаи $ax^2=0$ танҳо як решаи $x=0$ -ро дорад.

2. Муодилаи $ax^2+c=0$ хангоми якхела будани аломатҳои a ва c реша надорад. Хангоми муқобил будани аломатҳо ду реша дорад:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad \text{ва} \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

3. Муодилаи $ax^2+bx=0$ ду реша дорад: $x_1=0$ ва $x_2 = -\frac{b}{a}$.

?

1. Чӣ гуна муодиларо, муодилаи квадратии нопурра ме-
номанд? 2. Оид ба намудҳои гуногуни муодилаҳои квадратии
ноपुरра мисолҳо оред. 3. Барои кадом қиматҳои b муодилаи
 $ax^2+bx=0$ ду решаи гуногун дорад?

470. Муодиларо ҳал кунед:

а) $9x^2-16=0$; б) $-x^2+6=0$; в) $-0,1x^2-10=0$;

г) $y^2 - \frac{1}{25} = 0$; д) $3v^2+17=0$; е) $2t^2-1=0$.

471. Решаҳои муодиларо ёбед.

а) $1-4x^2=0$; б) $49-x^2=0$; в) $10x^2-12,1=0$;
г) $10x^2=0,4$; д) $3(x^2-2)=2(x^2-3)$; е) $6(3-x^2)=13+5(1-x^2)$.

472. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2x^2-5x=0$; б) $-3x^2+4x=0$; в) $8x^2+7x=0$;
г) $5a^2-4a=0$; д) $9t^2-t=0$; е) $2z+z^2=0$.

473. Муодиларо ҳал намоед:

а) $1,2x+6x^2=0$; б) $2,7x=0,1x^2$; в) $x(2-x)=x(7+x)$;

г) $\frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2 = 0$; д) $\frac{2}{3}z(z+6) = \frac{1}{5}z(5z-10)$; е) $3x - \frac{5x^2}{4} = 0$.

474. Муодила ҳал карда шавад:

а) $2-4x+x^2=3x^2+2-5x$; б) $10-3x^2=x^2-x+10$;

в) $\frac{4x^2-3x}{2} = \frac{x^2+5x}{5}$; г) $\frac{3x^2+7x}{4} = \frac{7x^2-5x}{3}$.

475. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x-1)(x+2)=-2$; б) $x(x-3)=2x(x-1,5)-4$;
в) $(x-3)(x+3)=2(x^2-3)$; г) $8-(x-2)(x-4)=5x$;
д) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$; е) $(5x-1)^2-1=0$.

476*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2-4=(x+4)(2x-1)$;

б) $(2x+1)(3x+2)=7x+20$;

в) $x-(x-1)^2=2x^2-1$;

г) $x(7-6x)=(1-3x)(1+2x)$;

д) $4a^2-(a+1)^2=-2(a-1)$;

е) $(6y+1)(y-2)=-11(y-1)$.

477. Ҳосили зарби ду адади бутуни пай дар пай аз квадрати адади якум 1,5 маротиба калон аст. Ин ададхоро ёбед.

478. Агар аз квадрат секунҷаи масоҳаташ 36 см^2 -ро бурида партоем, масоҳати қисми боқимондаи квадрат ба 64 см^2 баробар мешавад. Тарафи квадратро ёбед.

479. Масоҳати доира 1 м^2 аст. Радиуси доираро ёбед.

480. Масоҳати квадрат ба масоҳати доираи радиусаш R баробар аст. Тарафи квадрат ёфта шавад.

Машқҳо барои такрор

481. Қимати x -ро ёбед, агар:

$$\frac{2-x : \frac{4}{5}}{7\frac{2}{3}-1,3} = \frac{2,4}{1\frac{4}{5}}$$

бошад.

482. Ададхоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{6}$ ва 2,4;

б) 2,1 ва $\sqrt{4,21}$.

483. Исбот кунед, ки қимати ифодаи

$$\left(\frac{5}{a+2} - \frac{3}{a-2} + \frac{20}{a^2-4} \right) \cdot \frac{a-2}{2}$$

барои ҳамаи қиматҳои имконпазири a аз он вобаста нест.

484. Ба 96 сомони 4 туб ва 6 пойафзори спортӣ ё 2 туб ва 7 пойафзол харидан мумкин аст. Туб ва пойафзор чанд сомони меистанд?

485*. Касро ихтисор кунед:

а) $\frac{8+2\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$;

б) $\frac{4+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

27. ЁҲТАНИ ҲАЛЛИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ БО ТАРЗИ ЧУДО КАРДАНИ КВАДРАТИ ПУРРА

Муодилаи квадрати $ax^2+bx+c=0$ -ро, ки дар он ҳар се коэффитсиент a , b ва c нобаробари нуланд, *муодилаи квадрати пурра* меноманд. Ин гуна муодиларо бо тарзи **чудо кардани квадрати пурра** дуаъзогӣ ҳал кардан мумкин аст. Ҳоло моҳият ва хусусиятҳои ин тарзро дар мисоли муодилаҳои мушаххас дида мебароем.

Мисоли 1. Муодилаи квадрати

$$x^2-4x-5=0$$

-ро ҳал мекунем.

Қисми чапи муодиларо ҳамчун ҳосили ҷамъи ду ифода, ки якеаш квадрати дуаъзогӣ аст, тасвир мекунем:

$$x^2-4x-5=x^2-2x\cdot 2+2^2-2^2-5=(x-2)^2-9.$$

Ҳамин тариқ, муодилаи аввала ба муодилаи

$$(x-2)^2-9=0$$

ё ба муодилаи

$$(x-2)^2=9$$

баробарқувва аст. Решаҳои ин муодила мувофиқи б.ИИ §5.15 бо формулаҳои

$$x-2=-\sqrt{9}=-3 \quad \text{ва} \quad x-2=\sqrt{9}=3$$

ифода мешаванд. Аз ин ҷо $x_1=2-3=-1$; $x_2=2+3=5$.

Ҷавоб: $x_1=-1$; $x_2=5$

Мисоли 2. Муодилаи $x^2+8x-9=0$ -ро ҳал мекунем.

Ифодаи $x^2+8x=x^2+2x\cdot 4$ квадрати пурра нест. Агар ба он адади $4^2=16$ -ро ҷамъ кунем, он гоҳ ифодаи $x^2+2x\cdot 4+16$ ба квадрати дуаъзогии $x+4$ баробар аст. Барои ҳамин ба қисми чапи муодила адади 16-ро ҷамъу тарҳ карда, ба муодилаи ба аввала баробарқувваи

$$x^2+8x+16-16-9=0 \quad \text{ё} \quad x^2+8x+16-25=0$$

дору мешавем. Муодилаи охириро табдил дода, муодилаи

$$(x+4)^2=25$$

-ро ҳосил мекунем.

Аз ин ҷо $x_1+4=-5$ ё $x_2+4=5$. Ё ки $x_1=-4-5=-9$; $x_2=5-4=1$.

Ҷавоб: $x_1=-9$; $x_2=1$.

М и с о л и 3. Муодилаи $x^2-7x+5=0$ -ро ҳал мекунем.

Табдилоти заруриро гузаронида ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned}x^2-2x \cdot 3,5+5 &= 0, \\x^2-2x \cdot 3,5+(3,5)^2-(3,5)^2+5 &= 0 \\(x-3,5)^2-12,25+5 &= 0, \\(x-3,5)^2 &= 7,25,\end{aligned}$$

$$x-3,5 = -\sqrt{7,5} \quad \text{ё} \quad x-3,5 = \sqrt{7,5},$$

$$x_1 = 3,5 - \sqrt{7,5} = 3,5 - \frac{\sqrt{29}}{2} \quad \text{ё} \quad x_2 = 3,5 + \sqrt{7,5} = 3,5 + \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

$$\text{Ҷ а в о б: } x_1 = \frac{7 - \sqrt{29}}{2}; \quad x_2 = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}.$$

М и с о л и 4. Решаҳои муодилаи $x^2-2x+5=0$ -ро меёбем.

Дорем

$$\begin{aligned}x^2-2x+5 &= 0, \\x^2-2x \cdot 1+1-1+5 &= 0, \\(x-1)^2+4 &= 0, \\(x-1)^2 &= -4.\end{aligned}$$

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

М и с о л и 5. Решаҳои муодилаи $3x^2-7x+2=0$ -ро меёбем.

Дар ин муодила коэффитсиенти якум 3 буда, 1 нест, чӣ тавре ки дар мисолҳои 1-4 буд. Барои ҳамин, ҳар ду қисми муодиларо ба 3 тақсим намуда, ба муодилаи квадратии

$$x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

дору мешавем.

Дар муодилаи мазкур квадрати пурра ҷудо карда, онро ҳал мекунем:

$$x^2 - 2x \cdot \frac{7}{6} + \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{7}{6}\right)^2 + \frac{2}{3} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{36} + \frac{2}{3} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{25}{36},$$

$$x_1 - \frac{7}{6} = -\sqrt{\frac{25}{36}} \quad \text{ё} \quad x_2 - \frac{7}{6} = \sqrt{\frac{25}{36}},$$

$$x_1 - \frac{7}{6} = -\frac{5}{6} \quad \text{ё} \quad x_2 - \frac{7}{6} = \frac{5}{6},$$

$$x_1 = \frac{1}{3} \quad \text{ё} \quad x_2 = 2.$$

Ҷ а в о б: $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = 2$.

Э з о ҳ. Чй тавре аз ҳалли муодилаҳои 1-5 дарк кардан мумкин аст, барои аз дуаъзогии x^2+2ax ҷудо кардани квадрати пурра ба он a^2 -ро зам кардан лозим аст. Мувофиқан, барои аз x^2+ax

квадрати пурра ҷудо кардан, ба он $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$ -ро ҷамъ кардан зарур аст.

?

1.Тарзи истифодаи формулаҳои зарби мухтасарро барои ҷудо кардани квадрати пурра аз дуаъзогии квадратӣ фаҳмонед.
2. Моҳият ва хусусиятҳои тарзи ҷудо кардани квадрати пурраро барои ёфтани решаҳои муодилаи квадратӣ дар мисолҳои мушаххас фаҳмонед.

486. Чунин адади m -ро ёбед, ки ифодаи додашуда барои он квадрати пурра аст:

а) x^2+4x+m ; б) $x^2+15x+m$; в) x^2-mx+9 ;

г) x^2+mx+4 ; д) $x^2 + mx + \frac{1}{4}$; е) $x^2-0,5x+m$.

487. Аз ифодаи квадрати пурра ҷудо кунед:

а) x^2+2x+5 ; б) x^2+8x-7 ; в) $5x^2-4x+3$; г) $x^2 - \frac{x}{2} + 1$.

488. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2+10x+25=0$; б) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

489. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $x^2-6x-7=0$; б) $x^2+8x-1=0$;

в) $x^2-4x+10=0$; г) $x^2-8x-9=0$.

490. Муодиларо ҳал намоед:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $x^2 + 2x + 1 = 0$;

в) $x^2 - 2x - 3 = 0$; г) $x^2 - 5x - 6 = 0$.

491. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; б) $x^2 + 4x - 12 = 0$;

в) $x^2 + x - 6 = 0$; г) $x^2 - 2x - 1 = 0$.

492. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $3x^2 - 7x + 2 = 0$; б) $2x^2 - x - 3 = 0$;

в) $5x^2 + 4x - 12 = 0$; г) $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Машқҳо барои такрор

493. Нишон диҳед, ки қимати ифодаҳои

$a^2 + 1$; $(a+3)^2$; $3a^2 + 5$; $(a-5)^2 + 4$

барои ҳар гуна адади дилхоҳи a мусбат аст.

494. Ифодаро сода кунед:

а) $(\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20}$;

б) $(\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{18})(\sqrt{6} - \sqrt{3}) + \sqrt{108}$.

495. Ифодаро ба зарбкунандаҳо ҷудо намоед:

а) $16 - x^4$; б) $16x^4 - 81y^4$.

496. Касро ихтисор кунед:

а) $\frac{(2x-4)^2}{(2-x)^2}$; б) $\frac{a^2 + 6a + 9}{(2a+6)^2}$.

497. Нишон диҳед, ки қимати ифодаи

$$(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}})^2$$

адади бугун аст.

§ 9. ФОРМУЛАИ РЕШАҶОИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

28. ҲАЛЛИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ АЗ РӢИИ ФОРМУЛА

Тарзи чудо кардани квадрати пурра, ки мо онро дар банди пешина дар мисоли муодилаҳои мушаххас муоина намудем, имкон медиҳад, ки муодилаи квадратии дилхоҳ ҳал карда шавад. Вале баъзан ин тарз табдилдиҳии зиёдеро талаб менамояд. Аз ҳамин сабаб, одатан муодиларо ба намуди умумӣ ҳал намуда, формулаи решаҳои онро ҳосил менамоянд ва сонӣ аз рӯи ин формула решаи муодилаи дилхоҳро меёбанд. Масалан, дар синфи VI барои решаи муодилаи ҳаттии $ax+b=0$ формулаи $x = -\frac{b}{a}$ -ро ҳосил карда будем.

Ҳоло, ба формулаи решаи муодилаи ҳаттӣ монанд, формулае ҳосил мекунем, ки тавассути он решаҳои ҳар гуна муодилаи квадратиро ёфтани мумкин аст. Тарзи ҳосил кардани ин формула, айнан рафти ҳалли мисоли 5-и б. III §8.27-ро менамояд.

Муодилаи квадратии

$$ax^2+bx+c=0 \quad (1)$$

-ро, ки дар он $a \neq 0$ аст, дида мебароем. Ҳар ду қисми муодиларо ба a аъзо ба аъзо тақсим карда, муодилаи ба он баробарқувваи

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳалли ин муодиларо бо тарзи чудо кардани квадрати пурра меёбем. Барои ин дар қисми чапи муодила квадрати пурра чудо мекунем:

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}.$$

(Барои ҳосил кардани квадрати пурра ба ҳар ду қисми муодила адади $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ -ро зам карда, аъзони озодаи $\frac{c}{a}$ -ро аз қисми

чап ба қисми рост гузаронидем.) Баробарии болоиро акун ин тавр навишта метавонем:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

ё

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \quad (2)$$

Муодилаи (2) бо муодилаи (1) баробарқувва мебошад.

Шумораи решаҳои он аз аломати касри $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ вобаста аст.

Азбаски $a \neq 0$ аст, пас $4a^2$ адади мусбат мебошад. Бинобар ин, аломати ин каср бо аломати ифодаи $b^2 - 4ac$ яхела аст.

Т а ъ р и ф. Ифодаи $b^2 - 4ac$ дискриминанти муодилаи квадратии $ax^2 + bx + c = 0$ ном дошта, бо ҳарфи D ишорат карда мешавад: $D = b^2 - 4ac$.

("Дискриминант" калимаи лотинӣ буда, маънои муайян-кунандаро дорад, чунки аломати D , чӣ тавре хоҷем дид, мавҷудият ва миқдори решаҳои муайян менамояд).

Вобаста ба аломати D се мавриди гуногуни имконпазирро дида мебароем:

1) Агар $D = b^2 - 4ac > 0$ бошад, он гоҳ ифодаи $\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac}$ маъно дорад. Муодилаи (2)-ро дар намуди

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2$$

навишта, аз он мувофиқи б.И. §5.15 ҳосил мекунем:

$$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ё} \quad x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ҳамин тарик, дар ин маврид муодилаи (1) дорои ду решаи гуногун мебошад:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ё} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Дар амалия ба ҷойи ин ду навиштаҷот чунин навишти мух-
тасар қабул шудааст:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (3)$$

ки онро *формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ* меноманд.

2) Агар $D=b^2-4ac=0$ бошад, муодилаи (2) чунин намуд
мегирад:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0.$$

Аз ин ҷо

$$x + \frac{b}{2a} = 0; \quad x = -\frac{b}{2a}.$$

Ҳамин тариқ, дар ин маврид муодилаи (1) дорои як решаи

$$-\frac{b}{2a} \text{ аст.}$$

Формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ (3) дар ин ҳолат низ
таъбиқшаванда мебошад. Дар ҳақиқат, ҳангоми $D=0$ будан,
формулаи (3) намуди

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

-ро мегирад, яъне дар ҳақиқат $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ аст.

3) Агар $D=b^2-4ac<0$ бошад, он гоҳ қисми ростии (2), ки ба
 $\frac{D}{4a^2}$ баробар аст, адади манфӣ мебошад. Азбаски квадрати
ҳар гуна адад, адади манфӣ шуда наметавонад, пас дар ин
маврид муодилаи (2) ва бо ҳамин муодилаи ба он баробарқувваи
(1) ҳал надорад.

Инак, муодилаи квадратӣ вобаста аз аломати дискриминант
метавонад дорои ду реша (ҳангоми $D>0$ будан), дорои як реша
(ҳангоми $D=0$ будан) бошад ё умуман реша надошта бошад
(ҳангоми $D<0$ будан).

Э з о ҳ и 1. Формулаи (3) ҳангоми мусбат будани дискриминант, яъне ҳангоми $D=b^2-4ac>0$ будан, ҳосил карда шудааст. Дар ин маврид формулаи (3) ду решаи гуногуни муодилаи (1)-ро медиҳад. Вале дар амалия формулаи (3)-ро барои ёфтани ҳалли муодилаи квадратии дилхоҳ татбиқ кардан мумкин аст. Гап дар сари он аст, ки ҳангоми $D=0$ будан, дар формулаи (3) ифодаи дар таҳти решабуда нул аст, барои ҳамин вай як решаро муайян мекунад.

Рафту агар $D=b^2-4ac<0$ бошад, он гоҳ дар формулаи (3) ифодаи дар таҳти решабуда манфӣ аст. Бинобар ин, қисми рости формулаи (3) маъно надорад. Ин ба реша надоштани муодилаи (1) баробарқувва мебошад.

Хулоса, барои ёфтани решаҳои муодилаи квадратии дилхоҳ мо асосан формулаи (3)-ро истифода мекунем.

М и с о л и 1. Муодилаи $3x^2-10x+3=0$ -ро ҳал мекунем.

Дар ин муодила $a=3$, $b=-10$, $c=3$ аст. Мувофиқи формулаи (3):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6} = \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}. \end{aligned}$$

Аз ин ҷо

$$x_1 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{10+8}{6} = 3.$$

Ҷ а в о б: $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = 3$.

М и с о л и 2. Решаҳои муодилаи $4x^2+12x+9=0$ -ро меёбем.

Дар ин муодила $a=4$, $b=12$, $c=9$ аст. Аз рӯи формулаи (3):

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \\ &= \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{-12}{8} = -1,5. \end{aligned}$$

Ҷ а в о б: $-1,5$.

М и с о л и 3. Муодилаи $5x^2-11x+7=0$ -ро ҳал мекунем.
Дар ин муодила $a=5$, $b=-11$, $c=7$.

$$x_{1,2} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 140}}{10} = \frac{11 \pm \sqrt{-19}}{10}.$$

Азбаски $\sqrt{-19}$ маъно надорад, пас муодила дорои реша нест.

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

Э з о х и 2. Агар b -коэффитсиенти дуҷоми муодилаи (1) адади чуфт бошад, он гоҳ формулаи решаҳои муодилаи квадратиро дар намуди мувофиқтар навиштан мумкин аст. Дар ҳақиқат, азбаски b чуфт аст, пас чунин адади бутуни n ёфт мешавад, ки $b=2n$ аст, яъне муодилаи (1) намуди

$$ax^2 + 2nx + c = 0$$

-ро дорад. Пас, мувофиқи формулаи (3):

$$x_{1,2} = \frac{-2n \pm \sqrt{(2n)^2 - 4ac}}{2 \cdot a} = \frac{-2n \pm 2\sqrt{n^2 - ac}}{2a} = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - ac}}{a}.$$

Зоҳиран фаҳмост, ки агар $n^2 - ac < 0$ бошад, он гоҳ муодила реша надорад.

М и с о л и 4. Муодилаи $3x^2 - 4x + 1 = 0$ -ро ҳал менамоем.

Мувофиқи формулаи дар боло овардашуда ($n=-2$):

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \cdot 1}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 3}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{2 \pm 1}{3}.$$

Ҷавоб: $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = 1$.

?

1. Кадом ифодаро дискриминанти муодилаи квадратӣ меноманд? 2. Формулаи решаҳои муодилаи квадратиро нависед. 3. Муодилаи квадратӣ чанд реша дошта метавонад? 4. Ҳангоми адади чуфт будани коэффитсиенти дуҷоми муодилаи квадратӣ бо кадом формула ёфтани решаҳои он мувофиқтар аст?

498. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай реша дорад ё на:

а) $2x^2 + 5x - 7 = 0$;

б) $3x^2 - 7x + 11 = 0$;

в) $4x^2 + 4x + 1 = 0$;

г) $t^2 - 2t + 2 = 0$?

499. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай дуто
решаи гуногун дорад ё на:

- а) $5x^2+7x-8=0$; б) $7x^2-6x+2=0$;
в) $9x^2+12x+4=0$; г) $6x^2+13x+6=0$?

500. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай якто реша
(дуто решаи якхела) дорад ё на:

- а) $16x^2-24x+9=0$; б) $x^2-5x+6=0$;
в) $9x^2+30x+25=0$; г) $9x^2-3x+0,25=0$?

501. Муодилаи квадратино ҳал кунед:

- а) $3x^2-7x+4=0$; б) $y^2-10y-24=0$;
в) $p^2+p-90=0$; г) $2x^2-5x+2=0$;
д) $2x^2-7x-4=0$; е) $3x^2-10x+3=0$;
ж) $5v^2-8v+3=0$; з) $4t^2-4t+1=0$.

502. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $9x^2-6x+1=0$; б) $7y^2+7y+5=0$;
в) $3p^2+9p+10=0$; г) $18x^2-15x+2=0$;
д) $50x^2-35x+6=0$; е) $12m^2+36m+27=0$;
ж) $45t^2+60t+20=0$; з) $x^2-6x+8=0$.

503. Решаҳои муодиларо ёбед:

- а) $4x^2+x-33=0$; б) $2x^2+x+1,4=0$;
в) $-y^2+3y+5=0$; г) $18+3x^2-x=0$;
д) $16x+12x^2-3=0$; е) $5-14x+8x^2=0$;
ж) $1+36y^2-12y=0$; з) $5t-2+12t^2=0$.

504. Барои кадом қиматҳои x :

- а) қимати сеъзогии x^2-5x-5 ба 1 баробар мешавад?
б) қиматҳои бисёръзогиҳои x^2-5x+7 ва $2x-5$ баробаранд?
в) қимати дуъзогии $2x-1$ ба қимати сеъзогии $3x^2-5x+1$
баробар аст?
г) қимати сеъзогии $-2x^2+x+6$ бо қимати дуъзогии x^2-2x
якхела аст?

505. Барои кадом қимати x :

- а) дуъзогиҳои x^2-x ва $4x+6$;
б) сеъзогиҳои $7x^2-6x+8$ ва x^2+x+7 дорои қиматҳои
баробаранд?

506. Муодилаи квадратино ҳал кунед:

- а) $2x^2=10-x$; б) $-5x^2=9x-13$;
в) $10-y=2y^2$; г) $y-3=y^2-15$.

507. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 5 = 0;$

б) $\frac{1}{9}x^2 + 2x - 7 = 0;$

в) $2x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0;$

г) $3x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{6} = 0.$

508. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $16 = 15x - x^2;$

б) $2y^2 - 3 = 5y;$

в) $x^2 - 10x = 10x - 96;$

г) $x = 30 - x^2.$

509. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x(x+3) = 3;$

б) $5x(x-4) = x^2 - 16x - 1;$

в) $9x(x+1) = 3x - 1;$

г) $(x+1)(x-2) = x - 4.$

510. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $(2x+1)(x+2) = 1 + (x-1)(3x+1);$ б) $(3x-1)(x-2) + (x+1)(x+2) = 12;$

в) $-x(x+7) = (x-2)(x+1);$ г) $(3x-1)(x+3) = x(1+6x).$

511. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $(x+2)^2 = 10x - 1;$

б) $(2x-3)^2 = 8x + 9;$

в) $3x^2 + 51 = 7(x+1)^2;$

г) $(x-1)^2 - 5 = (2-x)^2.$

512. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\frac{x^2 - 1}{2} - 7x = 7;$

б) $\frac{4x^2 - 1}{3} = x(10x - 9);$

в) $\frac{x^2 - x}{3} = \frac{5x - 5}{2};$

г) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{5}.$

513. Муодиларо ҳал кунед:

а) $0,7x^2 = 1,3x + 2;$

б) $7 - 0,4y = 0,2y^2;$

в) $x^2 - 1,6x = 0,36;$

г) $x^2 - 2x = -2,31.$

514. Оё чунин қимати a вучуд дорад, ки барояш баробарӣ дуруст аст (агар вучуд дошта бошад, онро ёбед):

а) $2a + 1,2 = 3a^2 + 1,45;$

б) $0,1a - 1,4 = 0,09a^2 + 0,01?$

Машқҳо барои такрор

515. Қимати ифодаро ҳангоми $x = 0,5$ будан, ёбед:

$$\frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2}.$$

516. Ҳисоб кунед:

$$\sqrt{29-12\sqrt{5}} - \sqrt{29+12\sqrt{5}}.$$

517. Касри даҳии давриро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) 1,(10); б) 0,1(01).

518. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$; б) $\frac{x-1}{3} - \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$.

519. Бе сохтани графикҳо координатаҳои нуқтаи буриши графикҳои функсияҳои хаттии:

а) $y=5x-2$ ва $y=2x$ -ро ёбед;
б) $y=4x-9$ ва $y=3$ -ро ёбед.

29. ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ МАТНӢ БО ЁРИИ МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ

То ҳол тарзҳои гуногуни ҳал кардани муодилаи квадратино муоина карда, доир ба манбаъҳои воқеии пайдоиши ин гуна муодила чизе нагуфтем. Вале дар б.ИИ. §8.25 қайд шуда буд, ки муодилаи квадратӣ яке аз муҳимтарин мавод (аппарат)-и математикӣ мебошад. Сабаби ин дар он аст, ки масъалаҳои гуногуни математика, физика, техника ва дигар илмҳои амалӣ бо ёрии муодилаҳои квадратӣ ҳал карда мешаванд. Ҳалли чанд масъалаи матнии поён гувоҳи ин гуфтаҳоианд.

М а с њ а л а и 1. Як тарафи росткунҷа аз дигараш 6 см хурд буда, масоҳаташ 40 см² аст. Тарафҳои росткунҷаро ёбед.

Ҳ а л. Бигузур тарафи калони росткунҷа x см аст. Тарафи дигараш $(x-6)$ см буда, масоҳаташ ба $x(x-6)$ см² баробар аст. Мувофиқи шарти масъала дорем:

$$x(x-6)=40$$

ё

$$x^2-6x-40=0.$$

Аз ин ҷо

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 40 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{6 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = -4; \quad x_2 = 10.$$

Қимати x мувофиқи маънои масъала бояд адади мусбат бошад. Ин шартро танҳо решаи дуюм, яъне адади 10 қаноат мекунад.

Ҷ а в о б: 10 см ва 4 см.

М а с ъ а л а и 2. Чисм бо суръати аввали 25 м/сония амудан ба боло партофта шуд. Баъди чанд сония вай дар баландии 20 м мешавад?

Ҳ а л. Аз курси физика маълум аст, ки агар муқовимати ҳаво ба эътибор гирифта нашавад, он гоҳ баландии h (бо метр), ки чисми ба таври амудӣ ба боло партофташуда баъди t сония дар он воқеъ аст, бо формулаи

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

ифода мешавад, ки дар ин ҷо v_0 -суръати аввала (бо м/сония), g -шиқоби озодафтӣ, ки тақрибан 10 м/сония² мебошад.

Қиматҳои $h=20$ м ва $v_0=25$ м/сония-ро ба формула гузошта ҳосил мекунем:

$$20 = 25t - 5t^2.$$

Аз ин ҷо

$$5t^2 - 25t + 20 = 0.$$

Барои осонии ҳисоб ҳар ду қисми муодиларо аъзо ба аъзо ба 5 тақсим мекунем:

$$t^2 - 5t + 4 = 0.$$

Муодилаи квадратии ҳосилшударо ҳал намуда меёбем, ки $t_1=1$ ва $t_2=4$ мебошад.

Ҳамин тавр, чисм пас аз 1 сония дар баландии 20 м воқеъ буда, пас аз он як муддат амудӣ ҳаракат карда, сонӣ ба паст фуromaдан сар мекунад. Чисм баъди 4 сония боз дар баландии 20 м мешавад.

Ҷ а в о б: Баъди 1 сония ва баъди 4 сонияи болопартоӣ чисм дар баландии 20 м аст.

М а с ъ а л а и 3. Оё секунҷаи росткунҷае вучуд дорад, ки тарафҳои он бо се адади тоқи пай дар пай ифода шаванд?

Ҳ а л. Фарз мекунем, ки чунин секунҷа вучуд дорад ва ададҳои тоқи пай дар пай $2n+1$, $2n+3$ ва $2n+5$ тарафҳои он ҳастанд. Мувофиқи теоремаи Пифагор квадрати гипотенуза ба суммаи квадрати катетҳо баробар аст, яъне

$$(2n+1)^2+(n+3)^2=(2n+5)^2.$$

Муодилаи ҳосилшударо сода мекунем:

$$4n^2+4n+1+4n^2+12n+9=4n^2+20n+25,$$

$$4n^2-4n-15+0.$$

Аз ин ҷо меёбем: $n_1 = -1\frac{1}{2}$; $n_2 = 2\frac{1}{2}$.

Решаҳои ҳосилшуда бутун нестанд, пас ба саволи масъала чунин ҷавоб додан мумкин аст: се адади тоқи пай дар пай мавҷуд нест, ки тарафҳои секунҷаи росткунҷа ба онҳо баробар бошанд.

520. Ҳосили зарби нисфи адад бар сеяки он ба 24 баробар аст. Ин ададро ёбед.

521. Ҳосили зарби ду адади натуралӣ, ки яке аз дигараш 2 воҳид калон аст, ба 63 баробар мебошад. Ин ададҳоро ёбед.

522. Адади 130-ро ба намуди ҳосили зарби ду адад, ки яке аз дигаре 3 воҳид хурд аст, ифода намоед.

523. Оё секунҷаи росткунҷае мавҷуд аст, ки тарафҳои он бо се адади натурали пай дар пай ифода меёбад?

524. Оё чунин секунҷаи росткунҷае вуҷуд дорад, ки тарафҳои он бо се адади чуфти пай дар пай ифода мешавад?

525. Мол ба микдори фоизе, ки ба нархаш баробар аст, қимат карда шуд. Нархи молро ёбед, агар маълум бошад, ки вай 2,25 сомонӣ қимат шудааст.

526. Дарозии қитъаи росткунҷавӣ аз бараш 5 бор калон аст. Ҳангоми бари қитъаро 9 м зиёд кардан масоҳати он 4 маротиба меафзояд. Андозаҳои аввалаи қитъаро ёбед.

527. Дарозии қитъаи замини росткунҷавӣ аз бараш 5 бор калон буда, масоҳаташ 720 м^2 аст. Дарозӣ ва бари қитъаро ҳисоб кунед.

528. Бари росткунҷа аз дарозияш се бор кам аст. Дарозии росткунҷаро ёбед, агар маълум бошад, ки масоҳаташ 27 см^2 мебошад.

529. Нисбати катетҳои секунҷаи росткунҷа 5:12 буда, гипотенузааш 26 см аст. Катетҳоро ёбед.

530. Тарафҳои росткунҷаеро ёбед, ки масоҳаташ 72 см^2 буда, периметраш 18 см аст.

531. Ҳосили зарби ду адади натуралӣ ба 75 ва ҳосили ҷамъашон ба 20 баробар аст. Ин ададҳоро муайян намоед.

532. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа ба 13 см баробар аст. Яке аз катетҳо нисбати дигарӣ 7 см зиёд аст. Катетҳои секунҷаро ёбед.

533. Периметри росткунҷа ба 85 см баробар буда, диагоналаш 32,5 см аст. Тарафҳои росткунҷа ёфта шаванд.

534. Дарозии яке аз катетҳои секунҷаи росткунҷа аз гипотенуза 3 см хурд ва катети дигар аз гипотенуза 6 см хурд мебошад. Дарозии гипотенузаро ёбед.

535. Ду адади натуралии пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои онҳо ба 221 баробар бошад.

536. Толори мактаб 192 ҷойи нишаст дорад. Шумораи ҷойҳои нишастӣ ҳар як қатор аз шумораи умумии қаторҳо 4-то зиёд аст. Дар толор чанд қатор ҷой ҳаст?

Машқҳо барои такрор

537. Ифодаро сода намоед:

$$\left(\frac{a+1}{2(a-1)} - \frac{1}{2a^2-2} \right) \cdot \frac{2a+2}{a+2}$$

538. Адади номаълуми x -ро аз таносуб ёбед:

а) $3,75 : 10,4 = 3\frac{11}{13} : x$;

б) $\frac{a+1}{a-1} = \frac{a^2-1}{ax}$.

539. Зарбкунандаро аз таҳти реша бароред:

а) $(a+\epsilon)\sqrt{\frac{1}{(a+\epsilon)^2}}$;

б) $\sqrt{5(x^2+2xy+y^2)}$.

540. Барои кадом қимати ϵ баробарӣ дуруст аст:

а) $\epsilon:3^2=3$;

б) $\epsilon^4:49=72$?

541. Дар касса 98-то тангаҳои 1, 3 ва 5 сомонӣ ҳаст. Тангаҳои 3 сомонӣ нисбати 1 сомониҳо 7 бор зиёд аст. Дар касса чандтои тангаҳои 1, 3 ва 5 сомонӣ ҳаст?

30. МУОДИЛАИ КВАДРАТИИ ИСЛОҲШУДА ТЕОРЕМАИ ВЬЕТ

Т а ъ р и ф. Муодилаи квадратии коэффитсиенти якумаш баробари якро муодилаи квадратии ислоҳшуда меноманд.

Мисалан, муодилаҳои $x^2-7x+10=0$ ва $x^2+10x-25=0$ муодилаҳои ислоҳшуда мебошанд.

Дар муодилаи квадратии ислохшуда коэффитсиенти дуумро бо ҳарфи p ва аъзои озодро бо ҳарфи q ишорат мекунамд:

$$x^2 + px + q = 0. \quad (4)$$

Формулаҳои решаҳои ин муодиларо меорем. Барои ин аз формулаи (3)-и б.28, ки он решаҳои муодилаи квадратии умумии

$$ax^2 + vx + c = 0$$

-ро ифода мекунамд, истифода мебарем, яъне аз формулаи

$$x_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 - 4ac}}{2a}.$$

Муодилаи ислохшудаи (4) бо муодилаи намуди умумӣ, ки дар он $a=1$, $v=p$, $c=q$ аст, якхела мебошад. Дискриминанти муодилаи (4) D ба $p^2 - 4q$ баробар аст. Ҳангоми $D > 0$ будан, вай дорои ду реша мебошад. Бинобар ин, формулаи решаҳои (4) намуди

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

ё

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (5)$$

-ро дорад.

Байни коэффитсиентҳои муодилаи квадратии ислохшудаи (4) ва решаҳои он вобастагирое ҷой доранд, ки онҳо ба математики машҳури франсавӣ Франсуа Виет (1540-1603) мансуб буда, ҳамчун теоремаи ба \bar{y} ҳамном маъмул аст.

Т е о р е м а и В и е т. Суммаи решаҳои муодилаи квадратии ислохшудаи (4) ба коэффитсиенти дууми бо аломати муқобил гирифташуда баробар буда, ҳосили зарби решаҳо ба аъзои озод баробар аст.

И с б о т. Бигузор x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи (4) бошанд. Нишон додан даркор аст, ки $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ мебошад. Мувофиқи формулаи (5)

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}; \quad x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Сумма ва ҳосили зарби решаҳо ро ҳисоб мекунем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} - \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p;$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) =$$

$$= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \frac{p^2}{4} - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{4} + q = q.$$

Инак, $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ аст.

Дурустии теорема исбот карда шудааст.

Э з о ҳ и 1. Ҳангоми $D = p^2 - 4q = 0$ будан, муодилаи (4) якто реша дорад. Агар чунин шуморем, ки ҳангоми $D = 0$ будан, муодилаи квадратӣ дорони ду решаи баробар мебошад, яъне,

$$x_1 = x_2 = -\frac{p}{2} \text{ аст, он гоҳ}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)\left(-\frac{p}{2}\right) = \frac{p^2}{4} = \frac{4q}{4} = q.$$

Ҳамин тариқ, дар ин ҳолат ҳам теоремаи Виет дуруст аст.

Э з о ҳ и 2. Аз теоремаи Виет истифода карда, вобастагии байни решаҳо ва коэффитсиентҳои муодилаи квадратии умумии $ax^2 + bx + c = 0$

-ро муқаррар мекунем. Ин муодила ба муодилаи квадратии ислухшудаи

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

баробаркувва аст. Бинобар ин, мувофиқи теоремаи Виет:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Аҷоибаш ин аст, ки тасдиқоти баръакс нисбати тасдиқоти теоремаи Виет низ дуруст мебошад.

Т е о р е м а (теоремаи баръакси Виет). Агар суммаи ададҳои m ва n ба $-p$ ва ҳосили зарбашон ба q баробар бошад, он гоҳ онҳо решаҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (4) мебошанд.

И с б о т. Мувофиқи шарт $m+n=-p$ ва $mn=q$ аст. Пас, муодилаи (4)-ро дар намуди

$$x^2-(m+n)x+mn=0$$

навиштан мумкин аст. Ба ҷои x дар муодила адади m -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$m^2-(m+n)m+mn=m^2-m^2-mn+mn=0,$$

яъне, адади m решаи муодилаи (4) аст. Айнан ҳамин тавр нишон дода мешавад, ки адади n решаи муодила мебошад.

Дурустии теоремаи баръаксро нишон додаем.

Акнун мисолҳои татбиқи теоремаи Виет ва теоремаи баръакси онро дида мебароем.

М и с о л и 1. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи $4x^2-7x+3=0$ -ро меёбем.

Дискриминанти муодила $D=(-7)^2-4\cdot 4\cdot 3=49-48=1$ адади мусбат аст. Пас, муодила дорои ду решаи гуногун мебошад.

Мувофиқи эзоҳи 2 ҳосили ҷамъи решаҳо ба $\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}$ ва ҳосили

зарбашон ба $\frac{3}{4}$ баробар аст.

Теоремаи баръакси Виет имконият медиҳад, ки дуруст будани решаҳои ёфташудаи муодила санҷида шавад.

М и с о л и 2. Муодилаи $x^2+3x-54=0$ -ро ҳал карда, дуруст будани решаҳоро аз рӯи теоремаи баръакс месанҷем.

Мувофиқи формулаи решаҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (5) дорем:

$$x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 54} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{15}{2}.$$

Аз ин ҷо $x_1=-9$; $x_2=6$.

Акнун нишон медиҳем, ки решаҳои муодила дуруст ёфт шудаанд. Дар муодила коэффитсиенти p ба 3, аъзои озод q ба -54 баробар аст. Суммаи ададҳои ёфташудаи -9 ва 6 баробари -3 ва ҳосили зарби онҳо баробари -54 мебошад. Пас, мувофиқи

теоремаи баръакси Виет ин ададҳо решаҳои муодилаи $x^2+3x-54=0$ мебошанд.

М и с о л и 3. Муодилаи:

а) $6x^2-x-12=0$; б) $6x^2-17x+12=0$

-ро ҳал накарда, аломати решаҳои муайян мекунем.

а) Азбаски $a=6>0$, $c=-12<0$ аст, пас $D=b^2-4ac>0$, яъне муодила дорои ду решаи гуногун аст. Ҳосили зарби ин решаҳо ба адади манфӣ -12 баробар аст, бинобар ин, аломати решаҳо гуногун мебошад.

б) Азбаски $D=(17)^2-4\cdot 6\cdot 12=289-288=1>0$ аст, пас муодила ду реша дорад. Ҳосили зарби решаҳо ба адади мусбат

$$\frac{12}{6}=2 \text{ баробар аст, бинобар ин, аломати решаҳо якхела аст.}$$

Суммаи решаҳо адади мусбати $\frac{17}{6}$ аст, пас ҳар ду реша мусбатанд.

Аз теоремаи баръакси Виет истифода карда, аз рӯи ду адади додашудаи дилхоҳ муодилаи квадратие сохтан мумкин аст, ки ин ададҳо решаҳои он мебошанд.

М и с о л и 4. Муодилаи квадратино, ки решаҳои ададҳои $x_1=-4$ ва $x_2=6$ ҳастанд, месозем.

Мувофиқи додашудаҳо

$$x_1+x_2=-4+6=2, \quad x_1\cdot x_2=-4\cdot 6=-24.$$

Муодилаи матлуб, муодилаи $x^2-2x-24=0$ мебошад.

Қайд мекунем, ки барои ҳар гуна $a\neq 0$ ададҳои -4 ва 6 решаҳои муодилаи $a(x^2-2x-24)=0$ низ ҳастанд.

М и с о л и 5. Муодилаи квадратино, ки решаҳои $x_1=-\frac{8}{9}$

ва $x_2=\frac{5}{6}$ мебошанд, менависем:

$$x_1+x_2=-\frac{8}{9}+\frac{5}{6}=-\frac{1}{18}, \quad x_1\cdot x_2=-\frac{8}{9}\cdot\frac{5}{6}=-\frac{20}{27}.$$

Муодилаи матлуб

$$x^2 + \frac{1}{18}x - \frac{20}{27} = 0$$

$$\text{ё} \quad 54x^2 + 3x - 40 = 0$$

мебошад.

?

1. Теоремаи Виетро баён кунед ва онро исбот намоед.
2. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ ба чӣ баробар аст? 3. Теоремаи баръакси Виетро баён карда, онро исбот намоед. 4. Татбиқи ин теоремаҳоро дар мисолҳо фаҳмонед.

542. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодиларо ёбед:

а) $2x^2-9x+10=0$;

б) $y^2-10y+14=0$;

в) $x^2-270x=0$;

г) $5x^2+12x+7=0$;

д) $-x^2+x=0$;

е) $x^2-14x+46=0$;

ж) $x^2+12x+31=0$;

з) $x^2+9x-6=0$.

543. Муодиларо ҳал накарда, аломати решаҳояшро муайян намоед:

а) $x^2+4x-5=0$;

б) $x^2+5x+3=0$;

в) $x^2-5x+3=0$;

г) $x^2-8x-7=0$;

д) $5x^2+17x+16=0$;

е) $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0$;

ж) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$;

з) $3x^2+6x-5=0$.

544. Муодиларо ҳал намуда, дурустии решаҳоро аз рӯи теоремаи баръакси Виет санҷед:

а) $4x^2-5x-6=0$;

б) $5x^2-8x-4=0$;

в) $x^2-2x-15=0$;

г) $2x^2+5x-3=0$;

д) $12x^2-4x-1=0$;

е) $x^2-8=0$;

ж) $3x^2-7=0$;

з) $7x^2-9x=0$.

545. Дар муодилаи $x^2+px-24=0$ яке аз решаҳо ба 6 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти p -ро ёбед.

546. Яке аз решаҳои муодилаи $x^2-12x+q=0$ ба 12,5 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти q -ро ёбед.

547. Яке аз решаҳои муодилаи $3x^2+bx+15=0$ ба 7 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти b -ро ёбед.

548. Яке аз решаҳои муодилаи $8x^2-12,5x+c=0$ ба 2 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти c -ро ёбед.

549. Фарқи решаҳои муодилаи квадратии $x^2-12x+q=0$ ба 2 баробар аст. Решаҳо ва q -ро ёбед.

550. Фарқи решаҳои муодилаи квадратии $2x^2-x+c=0$ ба 6 баробар аст. Решаҳо ва c -ро ёбед.

551*. Решаҳои x_1 ва x_2 -и муодилаи $3x^2-8x-15=0$ -ро ҳисоб накарда, қимати ифодаи:

а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

б) $x_1^2 + x_2^2$

-ро ёбед.

552. Нишон диҳед, ки муодила решаҳои аломаташон якхеларо надорад:

а) $4x^2+231x-1=0$;

б) $2x^2-437x-7=0$.

553. Муодилаи квадратии ислоҳшударо аз рӯи решаҳои додашудааш созад:

а) 5 ва 7;

б) -2 ва 3;

в) -4 ва -0,4;

г) 2,5 ва -3;

д) $-\frac{4}{5}$ ва $\frac{4}{5}$;

е) $1\frac{1}{5}$ ва 0,2;

ж) 0,2 ва -3,2;

з) -0,1 ва 0,2;

и) 0,5 ва -0,3.

Машқҳо барои такрор

554. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{4x^2-9}{2x+3}$;

б) $\frac{(a-3)^2}{6-2a}$.

555. Қимати ифодаи

$$\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1}$$

-ро ҳангоми $x=4$ ва $y=6$ будан, ҳисоб кунед.

556. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0$;

б) $\frac{x(x+3)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2$.

557. Графикро насохта, координатаҳои нуктаҳои буриши графики функсияи $y=11x-2,2$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

§10. МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРӢ

31. ҲАЛЛИ МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРӢ

Муодилаҳое, ки қисми чап ё рости онҳо, ё ҳар ду қисм, ифодаҳои ратсионалианд, *муодилаҳои ратсионали* ном доранд. Масалан, муодилаҳои:

$$\frac{2x+1}{3} = 3(7-x), \quad 3x^2 - 2x = 1, \quad x - \frac{6}{x} = -3x - 2, \quad \frac{x-3}{2x+3} = \frac{2x-7}{x+7}$$

муодилаҳои ратсионалианд.

То ҳол мо муодилаҳои ратсионалиро муоина карда будем, ки қисмҳои чапу рости онҳо ифодаҳои бутун буданд, яъне махраҷҳояшон тағйирёбанда надоштанд. Ин гуна муодилаҳоро *муодилаҳои бутун* меноманд. Муодилаи ратсионали, ки қисми чап ё росташ ва ё ҳар ду қисмаш ифодаи касрӣ аст, *муодилаи касрӣ* ном дорад.

Масалан, дутои муодилаҳои аввалии дар боло овардашуда муодилаҳои бутун буда, дутои боқимонда муодилаҳои ратсионалии касрӣ мебошанд.

М и с о л и 1. Муодилаи бутуни

$$\frac{2x-1}{4} + \frac{x}{3} = 2,5x$$

-ро ҳал менамоем.

Ҳаҷ ду қисми муодиларо ба хурдтарин махраҷи умумии касрҳои дар он дохилбуда, адади 12 зарб мекунем. Дар натиҷа муодилаи ба муодилаи додашуда баробаркувваи аз каср озоди

$$3(2x-1) + 4x = 30x$$

ҳосил мешавад.

Муодилаи охиринро ҳал карда меёбем, ки $x = -\frac{3}{20}$ аст.

М и с о л и 2. Муодилаи ратсионалии касрии

$$\frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = 3 \quad (1)$$

-ро ҳал мекунем.

Ба монанди мисоли пешина ҳар ду қисми муодиларо ба махрачи умумии касрҳо, яъне ба ифодаи $x^2-4=(x-2)(x+2)$ зарб карда, муодилаи бутуни

$$4-(x+2)=3(x^2-4) \quad (2)$$

-ро ҳосил менамоем.

Зоҳиран фаҳмоист, ки ҳар як решаи муодилаи (1) решаи муодилаи (2) мебошад. Вале муодилаи (2) метавонад бо муодилаи (1) баробарқувва набошад, чунки ҳар ду тарафи онро мо на ба адади аз нул фарқкунанда, балки ба ифодаи дорои тағйирёбанда зарб кардаем ва ин ифода метавонад, барои ягон қимат баробари нул шавад. Бинобар ин, на ҳар як решаи муодилаи (2) ҳатман решаи муодилаи (1) аст.

Муодилаи (2)-ро сода карда, муодилаи квадрати

$$3x^2+x-14=0$$

-ро ҳосил мекунем, ки решаҳои он ададҳои $x_1 = -2\frac{1}{3}$ ва $x_2 = 2$ мебошанд. Акнун месанҷем, ки ин ададҳо решаҳои муодилаи (1) ҳастанд ё на.

Ҳангоми $x = -2\frac{1}{3}$ будан, махрачи умумӣ x^2-4 ба нул мубаддал намешавад. Пас, адади $-2\frac{1}{3}$ решаи муодилаи (1) аст.

Ҳангоми $x=2$ будан, махрачи умумӣ x^2-4 баробари нул аст, бинобар ин, ифодаҳои $\frac{1}{x^2-4}$ ва $\frac{1}{x-2}$ маъно надоранд. Аз ин сабаб, адади 2 решаи муодилаи (1) нест.

Инак, танҳо адади $-2\frac{1}{3}$ решаи муодилаи (1) мебошад.

Умуман, тарзи ҳал кардани муодилаҳои касриро ба марҳалаҳои зерин ҷудо кардан мумкин аст:

- а) ёфтани махрачи умумии касрҳои дар муодила буда;
- б) зарб кардани ҳар ду қисми муодила ба махрачи умумӣ;
- в) ҳал кардани муодилаи бутуни ҳосилшуда;
- г) хориҷ кардани ҳамон решаҳои муодилаи бутун, ки онҳо махрачи умумиро ба нул мубаддал мекунанд.

Ми со ли 3. Муодилаи

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

-ро ҳал мекунем.

Махраҷро ба зарбкунандаҳо ҷудо карда ҳосил мекунем:

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{4-x}{x(x+2)}$$

Махраҷи умумӣ: $x(x-2)(x+2)$.

Схемаи умумии ёфтани ҳалли муодилаи касриро татбиқ менамоем:

$$\begin{aligned} 2x - (x+2) &= (x-2)(4-x), \\ 2x - x - 2 &= 4x - x^2 - 8 + 2x, \\ x^2 - 5x + 6 &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}, \\ x_1 &= 2, \quad x_2 = 3. \end{aligned}$$

Агар $x=2$ бошад, он гоҳ $x(x-2)(x+2)=0$; агар $x=3$ бошад, он гоҳ $x(x-2)(x+2) \neq 0$ аст.

Ҷ а в о б: 3.

?

1. Мисолҳои муодилаҳои бутун ва касриро оред. 2. Чаро муодилаи бутуне, ки дар натиҷаи ба махраҷи умумӣ зарб кардани қисмҳои муодилаи касрӣ ҳосил мешавад, на ҳамеша ба муодилаи касрӣ баробарқувва аст? 3. Марҳалаҳои ҳалли муодилаҳои касриро номбар кунед.

558. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x^2}{x+4} = \frac{x}{x+4}$; б) $\frac{x^2 - 3x + 5}{2x - 1} = \frac{-x^2 - 2x + 8}{2x - 1}$; в) $\frac{y^2}{y^2 - 4} = \frac{5y - 6}{y^2 - 4}$;

г) $\frac{y^2}{y-2} = \frac{-7y+6}{2-y}$; д) $\frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}$; е) $\frac{2y+1}{1+y} = \frac{3}{y}$;

ж) $\frac{10}{x-3} = \frac{8+x}{x}$; з) $\frac{x-1}{2x+3} = \frac{2x-1}{3-2x}$; и) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-5}{1-x}$.

559. Муодиларо ҳал намоед:

а) $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = 0$; б) $\frac{5}{2x-3} = x-6$; в) $\frac{10}{7-x} = x$;
г) $\frac{x^2-9}{3} = \frac{3(x-3)}{2}$; д) $\frac{6}{x} = 2x-1$; е) $\frac{x^2+2x}{x+1} = \frac{2x}{5}$;
ж) $\frac{x^2-3x+2}{8x-4} = 0$; з) $\frac{16x^3-x}{x+3,2} = 0$; и) $2x = \frac{8}{x+3}$.

560. Решаи муодиларо ёбед:

а) $\frac{15}{x-2} = \frac{14}{x} + 1$; б) $\frac{2}{x-3} + \frac{14}{x} = 3$;
в) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x} = \frac{5}{4}$; г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}$;
д) $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1$; е) $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1$;
ж) $\frac{180}{x} - 1 = \frac{180}{x+6}$; з) $\frac{2}{x-1} + \frac{4}{x} = 4$.

561. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8}$; б) $\frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 1,5$;
в) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$; г) $\frac{2y-3}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$;
д) $\frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{x-2}{x+1}$; е) $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x(x+2)} = \frac{1}{x(x-2)}$;
ж) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3}$; з) $\frac{1}{4x^2-1} + \frac{1}{54} = \frac{1}{2(2x-1)}$.

562. Барои кадом қиматҳои x :

а) қимати функцияи $y = \frac{3x^2-2}{x+6}$ ба -4 ; 0 ; 2 баробар мебошад?

б) қимати функцияи $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 3}$ ба -16; 2; 6 баробар

мешавад?

563. Нишон диҳед, ки муодила реша надорад:

а) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3} + \frac{36}{x^2-9}$; б) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$.

564. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3(x+1)}{7-x}$; б) $\frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}$;

в) $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$; г) $\frac{7y-3}{y-y^2} - \frac{1}{y-1} = \frac{5}{y(y-1)}$.

565. Решаи муодиларо ёбед:

а) $5x+2 = \frac{8}{1-3x}$; б) $\frac{15}{7x-3} = 2x-1$;

в) $2x + \frac{23}{2x-7} = -4$; г) $2x + \frac{70,5}{4x+9} = 7,5$.

566. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{18}{x+3} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x-1}$; б) $\frac{3}{2+x} + \frac{6}{x+1} = \frac{16}{x+3}$;

в) $\frac{27}{x+4} - \frac{8}{x+3} = \frac{20}{x+5}$; г) $\frac{5}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x-5}$.

567. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x-4}{3-x} - \frac{x+1}{x+3} = \frac{x-9}{x^2-9}$; б) $\frac{6-x}{x-5} + \frac{2x+1}{x^2-25} = \frac{x+7}{5+x}$;

в) $\frac{x^2-8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x-2}$; г) $\frac{10}{y^2-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y}$.

568*. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+11}{x+3} + \frac{1}{3}$; б) $\frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3$;

$$в) \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2-1} = 0; \quad г) \frac{4}{9x^2-1} + \frac{1}{3x^2-x} = \frac{4}{9x^2-6x+1}$$

Машқҳо барои такрор

569. Оё ададҳои:

а) $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = 1 + \sqrt{2}$;

б) $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

решаҳои муодилаи квадратии $x^2+px+q=0$, ки дар ин ҷо p ва q ададҳои ратсионалианд, шуда метавонанд?

570. Қимати ифодаи $x^2-2xy+y^2$ -ро ҳангоми $x = 4 + 3\sqrt{2}$, $y = 4 - 3\sqrt{2}$ будан ёбед.

571. Исроот кунед, ки фарқи куби адад ва ҳуди он ба 6 тақсим мешавад.

572. Суммаи секаратаи рақамҳои адади дурақама ба ҳуди адад баробар аст. Агар ба ин адад 45-ро зам кунем, он гоҳ ададери ҳосил мекунем, ки ҳангоми ҷойиваз кардани рақамҳои он адади аввала ҳосил мешавад. Адади авваларо ёбед.

573. Ифодаро сода намоед:

а) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \sqrt{y}$;

б) $\sqrt{x} - \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$.

32. ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ МАТНӢ БО ЁРИИ МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛӢ

Бисёр масъалаҳоро бо ёрии муодилаҳои ратсионалӣ ҳал кардан мумкин аст. Барои тасдиқи ин ақида чанд масъалаҳои мушаххасро дида мебароем.

М а с ъ а л а и 1. Мототсиклон 105 км роҳро тай намуда, аз сабаби вайронии роҳ дар қисми боқимондаи роҳ, ки 132 км-ро ташкил меод, суръати худро 2 км/соат кам намуд. Суръати аввалаи мототсиклонро ёбед, агар маълум бошад, ки тамоми роҳро вай дар муддати 7 соат тай кардааст.

Ҳал. Бигузор x км/соат суръати аввалаи мототсиклон аст. Суръати камшуда бошад ба $(x-2)$ км/соат баробар мешавад.

Мототсиклон қисми якуми рохро дар муддати $\frac{105}{x}$ соат ва қисми

дуюми рохро дар муддати $\frac{132}{x-2}$ соат тай мекунад. Пас, вақти дар

тамоми рох сарфкардашуда ба $\left(\frac{105}{x} + \frac{132}{x-2}\right)$ соат баробар аст.

Мувофиқи шарти масъала ин вақт ба 7 соат баробар аст. Аз ин ҷо

$$\frac{105}{x} + \frac{132}{x-2} = 7.$$

Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$105(x-2) + 132x = 7x(x-2),$$

$$237x - 210 = 7x^2 - 14x,$$

$$7x^2 - 251x + 210 = 0,$$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{251 \pm \sqrt{(251)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 210}}{2 \cdot 7} = \frac{251 \pm \sqrt{63001 - 5880}}{14} = \\ &= \frac{251 \pm \sqrt{57121}}{14} = \frac{251 \pm 239}{14}.\end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{251 - 239}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}; \quad x_2 = \frac{251 + 239}{14} = \frac{490}{14} = 35.$$

Решаи якум $x_1 = \frac{6}{7}$ ношоям аст, чунки $x_1 - 2 = \frac{6}{7} - 2 < 0$.

(Суръат адади мусбат аст.)

Ҷ а в о б: 35 км/соат.

М а с ъ а л а 2. Ду чумак ҳавро дар 16 соат аз об пур мекунад. Пас аз 4 соат чумаки якумро бастанд ва чумаки дуюм дар муддате ҳавро аз об пур кард, ки он аз муддати пур кардани тамоми ҳавз аз тарафи чумаки якум 12 соат зиёд аст. Дар алоҳидагӣ ҳар як чумак дар чанд соат ҳавро аз об пур карда метавонист?

Ҳ а л. Фарз мекунем, ки чумаки якум ҳавро дар x соат пур

мекунад. Пас, дар як соат вай $\frac{1}{x}$ қисми ҳавро пур менамояд.

Ҳангоми якҷоя кор кардан, онҳо дар як соат $\frac{1}{16}$ қисми ҳавзро аз об пур менамоянд. (Дар 4 соати кори якҷоя онҳо $\frac{1}{4}$ ҳиссаи ҳавзро пур мекунанд.) Пас, чумаки дуҷум дар як соат $\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{x}\right)$ қисми ҳавзро аз об пур мекунад. Аз тарафи дигар, дар $(x+12)$ соат чумаки дуҷум ҳавзро аз об пур кард, яъне дар ин муддат $\frac{3}{4}$ ҳиссаи ҳавзро. Пас, дар як соат ин чумак $\frac{3}{4} : (x+12) = \frac{3}{4(x+12)}$ ҳиссаи ҳавзро аз об пур мекунад.

Ин мулоҳизаҳо ба муодилаи зерин меоранд:

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{x} = \frac{3}{4(x+12)}.$$

Қисмҳои чап ва рости муодила ҳамон як бузургӣ -- ҳиссаи ҳавзро, ки дар як соат чумаки дуҷум онро бо об пур менамояд, ифода менамоянд.

Муодилаи ҳосилкардамонро ҳал мекунем. Ба махраҷи умумӣ $-16x(x+12)$ ҳар ду қисми муодиларо зарб карда ҳосил менамоем:

$$\begin{aligned} x(x+12) - 16(x+12) &= 12x, \\ x^2 - 16x - 192 &= 0, \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 + 192} = 8 \pm \sqrt{256} = 8 \pm 16.$$

$$x_1 = -8, \quad x_2 = 24.$$

Решаи яқум шартӣ масъаларо қаноат намекунад. Чумаки дуҷум дар як соат $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48}$ ҳиссаи ҳавзро пур мекунад. Пас, вай дар 48 соат ҳавзро пур менамояд.

Ҷ а в о б: 24 ва 48 соат.

М а с ъ а л а и 3. Коргар дар муҳлати муайян бояд 200 детал истеҳсол намояд. Вай ҳар соат аз нақша 5-тоғӣ зиёд детал истеҳсол намуда, супоришро 2 соат пеш аз муҳлат иҷро кард. Супоришро коргар дар чанд соат иҷро намудааст?

Ҳа л. Бигузор миқдори детале, ки коргар дар як соат истеҳсол мекунад, ба x баробар аст. $\frac{200}{x}$ вақтест, ки дар муддати он коргар супоришро иҷро менамояд. Мувофиқан, $\frac{200}{x+5}$ вақтест, ки дар муддати он коргар ҳар соат $x+5$ детал истеҳсол карда, супоришро 2 соат пеш иҷро намудааст.

Мувофиқи шарти масъала, муодилаи

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$$

-ро ҳосил мекунем. Ин муодиларо табдил дода ба муодилаи квадратии

$$2x^2 + 10x - 1000 = 0$$

доро мешавем. $x_1 = -\frac{70}{4}$ ва $x_2 = 20$ решаҳои ин муодилаанд.

Решаи якум ношоям аст. Решаи дуюм нишон медиҳад, ки коргар ҳар соат 20 детал истеҳсол карда, супоришро дар 10 соат иҷро мекунад. Вале вай ҳар соат $x_2 + 5 = 20 + 5 = 25$ детал истеҳсол карда, супоришро дар $10 - 2 = 8$ соат иҷро кардааст.

Ҷ а в о б: Коргар супоришро дар 8 соат иҷро кардааст.

574. Маҳраҷи касри одии дуруст аз сураташ 3 воҳид калон аст. Агар ба сурати каср 6 ва ба маҳраҷаш 7-ро зам кунем, касре ҳосил мешавад, ки маҳраҷи он аз маҳраҷи касри аввала 2 воҳид кам аст. Касри авваларо ёбед.

575. Сурати касри одии дуруст аз маҳраҷаш 7 воҳид хурд аст. Агар суратро якто кам ва маҳраҷро 9-то зиёд кунем, касре ҳосил мешавад, ки аз касри аввала 4 бор камтар аст. Касри авваларо ёбед.

576. Заврақи мотордор дар 8 соат 39 км ба самти ҷараёни дарё ва 35 км ба муқобили ҷараён шино кард. Агар суръати ҷараёни дарё 3 км/соат бошад, суръати заврақ дар оби ором чӣ қадар аст?

577. Киштӣ 45 км масофаро ба самти ҷараёни дарё тай карда, дар бандар 4 соат истод ва баъд ба ҷойи аввала баргашт. Тамоми ин муддат 12 соатро ташкил дод. Суръати ҷараёнро ёбед, агар суръати ҳаракати киштӣ дар оби ором 12 км/соат бошад.

578. Ду мошин дар як вақт аз шаҳр ба деҳа, ки масофаашон 120 км аст, равон шудаанд. Суръати мошини якум назар ба

суръати мошини дуҷум 20 км/соат зиёд буд, бинобар ин, вай ба ҷойи таъиншуда 1 соат пештар омада расид. Суръати ҳар як мошинро ёбед.

579. Автобус аз вокзал ба фурудгоҳ, ки дар масофаи 40 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 10 дақиқа аз паси ӯ такси ба роҳ баромад. Ба фурудгоҳ ҳар ду дар як вақт омада расиданд. Суръати такси аз суръати автобус 20 км/соат зиёд мебошад. Суръатҳои такси ва автобусро муайян кунед.

580. Як велосипедрон масофаи 30 км-ро назар ба велосипедрони дигар, ки суръаташ нисбатан 3 км/соат камтар аст, 20 дақиқа тезтар тай намуд. Ҳар як велосипедрон бо кадом суръат ҳаракат кардааст?

581. Масофаи ду шахро, ки 300 км аст, қаторан одамкаш аз қаторан боркаш 1,5 соат тезтар тай менамояд. Суръати қаторан одамкаш аз суръати қаторан боркаш 10 км/соат зиёд аст. Суръати ҳар як қатора чанд аст?

582. Қатора барои бартараф кардани ақибмони 1-соата суръаташро дар гули 720 км назар ба суръати аввалааш 10 км/соат зиёд намуд. Суръати аввалаи қатораро ёбед.

583. Қаторан тезгард масофаи 96 км-ро назар ба қаторан одамкаш 40 дақиқа зудтар тай мекунад. Суръати ҳар як қатораро ёбед, агар маълум бошад, ки фарқи байни суръати онҳо ба 12 км/соат баробар мебошад.

584. Ҳавзро ду ҷумак дар $1\frac{7}{8}$ соат аз об пур мекунанд.

Ҷумаки якум дар алоҳидагӣ назар ба ҷумаки дуҷум ҳавзро 2 соат зудтар пур менамояд. Ҳар як ҷумак алоҳида ҳавзро дар чанд соат аз об пур мекунад?

585. Ду кас алафзорро дар 12 соат медараванд. Агар нисфи алафзорро шахси якум даравида, баъд нисфи дигарашро шахси дуҷум даравад, 25 соат вақт сарф мешавад. Ҳар кадоми онҳо дар алоҳидагӣ алафзорро дар чанд соат медараванд?

586. Аҳмад дар 6 соат ва Алӣ дар 8 соат қитъаи заминро нарм карда метавонанд. Агар онҳо ҳамроҳ кор кунанд, замин дар чанд соат нарм карда мешавад?

587. Ду қатора аз ду шахри масофаи байнашон 720 км ба муқобили якдигар ҳаракат карданд ва дар нимроҳа дучор омаданд. Агар қаторан дуҷум нисбати қаторан якум 1 соат дертар равон шуда, бо суръати 4 км/соат зиёдтар (нисбати

суръати қатори якум) ҳаракат карда бошад, суръати ҳар як қатори чӣ қадар аст?

588. Ду бригада ба дарахтшинонӣ машғул буданд. Бригадаи якум назар ба дуҷум ҳар рӯз 40 дарахтӣ зиёд мешинонд ва ҳамагӣ 270 дарахт шинонд. Бригадаи дуҷум ду рӯз зиёд кор карда, ҳамагӣ 250 дарахт шинонд. Ҳар як бригада чандрузӣ ба дарахтшинонӣ машғул шудааст?

589. Якчанд кас хӯрок хӯрда, бояд 175 сомонӣ меоданд. Азбаски дутои онҳо пул надоштанд, дигарон маҷбур шуданд, ки 10 сомонӣ зиёд диҳанд. Чанд кас хӯрок хӯрдааст?

590. Миқдори тухмҳои ду зани ба бозор омада 100-то аст. Миқдори тухмҳои ҳар кадом гуногун аст, вале аз фуруш ҳар ду пули баробар ба даст оварданд. Яке аз онҳо ба дигараш гуфт: «Агар тухмҳои ту дар дасти ман мебуданд, ҳамаашро ба 15 сомонӣ мефуруҳтам». Дигарӣ ҷавоб гардонд: «Агар тухмҳои ту дар дастам мебуданд, ман онҳоро ба $6\frac{2}{3}$ сомонӣ мефуруҳтам». Ҳар як зан чанд дона тухм дошт?

Машқҳо барои такрор

591. Исбот кунед, ки баробарӣ дуруст аст:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{17}+4}{\sqrt{17}-4} + \frac{\sqrt{17}-4}{\sqrt{17}+4} = 66; \quad \text{б) } \frac{1}{13+2\sqrt{40}} + \frac{1}{13-2\sqrt{40}} = \frac{26}{9}.$$

592. Баробарӣ барои кадом қиматҳои x дуруст аст:

$$\text{а) } (5x+1)^2=5x+1; \quad \text{б) } 4(x+3)^2=(2x+6)^2?$$

593. Касро ихтисор намоед:

$$\text{а) } \frac{a^3-1}{1-2a+a^2}; \quad \text{б) } \frac{ax-2x-4a+8}{3a-6-ax+2x}.$$

594. Қимати q -ро ёбед, ки барояш фарқи решаҳои муодилаи $x^2-4x+q=0$ ба 2 баробар аст.

595. Муодилаи квадратии ислоҳшударо созед, ки ададҳои

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad \text{ва} \quad \frac{\sqrt{2}+1}{2} \quad \text{решаҳоиаш мебошанд.}$$

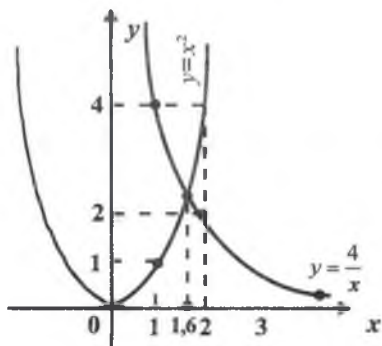
596. Маҳрачи касри $\frac{3}{2-\sqrt{3}}$ -ро аз иррационалӣ озод кунед.

33. ТАРЗИ ГРАФИКИИ ҲАЛЛИ МУОДИЛАҲО

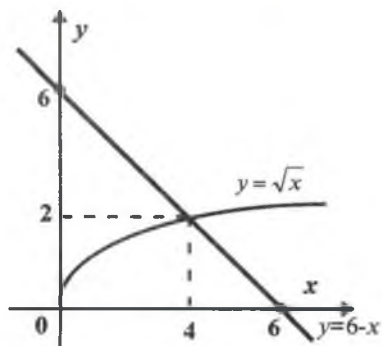
Муодилаи $x^3=4$ -ро дида мебароем. Мо ҳанӯз тарзи ҳал кардани ин муодиларо наметонем. Агар ҳар ду қисми ин муодиларо ба $x \neq 0$ тақсим намоем, он гоҳ муодилаи ба пешина баробарқувваи $x^2 = \frac{4}{x}$ -ро ҳосил мекунем. Қимати тақрибии решаҳо бо ёрии графикҳо ёфтан мумкин аст. Барои ин дар як ҳамвории координатавӣ графики функсияҳои $y=x^2$ ва $y = \frac{4}{x}$ -ро (расми 9) месозем. Ин графикҳо ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд. Абсиссаи нуқтаи буриш ҳамон қимати тағйирёбандаи x мебошад, ки дар он ифодаҳои x^2 ва $\frac{4}{x}$ қиматҳои якхела мегиранд. Ин аст, ки абсиссаи нуқтаи буриши графикҳои функсияҳои $y=x^2$ ва $y = \frac{4}{x}$ решаи муодилаи $x^2 = \frac{4}{x}$ мебошанд. Ба 1,6 баробар будани қимати тақрибии реша аз расм намоён аст.

Ин тарзи ҳалли муодиларо *тарзи графикии ҳалли муодила* меноманд.

Боз як мисоли бо ин тарз ҳал кардани муодиларо муоина мекунем. Муодилаи $\sqrt{x} = 6 - x$ -ро ҳал мекунем. Соҳаи муайянии функсияи $y = \sqrt{x}$ маҷмӯи ададҳои ғайриманфӣ аст.



Расми 9.



Расми 10.

Графики ин функсияро дар б.П. §5.17 муоина карда будем. Графики функсияи хатии $y=6-x$ хати рост аст. Дар як системаи координатавӣ ин графикҳоро месозем (расми 10). Графикҳо ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд. Аз расм аён аст, ки абсиссаи ин нуқта 4 аст. Пас, $x=4$ решаи матлуби муодилаи мазкур мебошад.

? | 1. Моҳияти тарзи графикии ҳалли муодиларо дар мисоли мушаххас фаҳмонед.

597. Бо тарзи графикӣ решаи мусбати муодиларо ёбед:

а) $x^2=x+2$;

б) $x^2+1,5x-2,5=0$.

598. Муодиларо аввал бо тарзи графикӣ, баъд бо ёрии формулаи решаҳо ҳал кунед:

а) $x^2=0,5x+3$;

б) $x^2-4x+3=0$.

599. Муодиларо бо тарзи графикӣ ҳал намоед:

а) $\frac{10}{x} = -x + 7$;

б) $\frac{8}{x} = x^2$;

в) $\frac{6}{x} = x^2$.

600. Графики функсияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y=ax+v$ -ро, ки дар ин ҷо a ва v ягон ададанд, дар як системаи координатавӣ кашида, аз рӯи онҳо муайян намоед, ки муодилаи

$$\frac{1}{x} = ax + v$$

дорои чанд реша буда метавонад.

601. Муодиларо графикӣ ҳал намоед:

а) $\sqrt{x} = x - 6$;

б) $\sqrt{x} = -x + 2$;

в) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$.

Машқҳо барои такрор

602. Маълум, ки $\left(3\frac{2}{5} - x\right) : 4,2 = 6,24 - x$. x -ро ёбед.

603. Аҳмад ва Алӣ дар як вақт ба шаҳр, ки дар масофаи 30 км воқеъ аст, равон шуданд. Аҳмад дар як соат назар ба Алӣ 1 км зиёд роҳ гашта, ба шаҳр 1 соат пештар расид. Суръати онҳоро муайян кунед.

604. Ифодаро сода кунед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{a} + \sqrt{7}}{a - 7}.$$

605. Дар фурудгоҳ 800 кас интизори тайёраанд. 35%-и онҳо мардҳо мебошанд. Аз миқдори умумии занҳою кудакон 75%-ро занҳо ташкил медиҳанд. Дар фурудгоҳ чандто зан ва чандто кудак интизори тайёра мебошанд?

606. Маълум, ки адади 3 решаи муодилаи $4x^2+6x+9=0$ аст. Коэффитсиенти b -ро ёбед.

Маълумоти таърихӣ

Муодилаҳои квадратӣ ва тарзҳои ҳалли онҳо дар замони қадимтарин маълум буданд. Бобулиён қариб чор ҳазор сол пеш муодилаҳои квадратиро, ки бо чен кардани қитъаҳои замин алоқаманд буданд, ҳал мекарданд. Дар Юнони қадим (Пифагор, Уқлидус) муодилаҳои квадратиро бо тарзи геометрӣ ҳал менамуданд. Аввалин шуда тарзи алгебравии ҳалли муодилаи квадратиро Диофант (асри III) пешниҳод кардааст. Аз 13 китоби \bar{y} , ки бо номи умумии «Арифметика» маълум аст, дар 6-тоаш чандин масъала бо ёрии муодилаи квадратӣ ҳал шудаанд. Масалан: «Ду ададҳо ёбед, ки суммашон ба 20 ва ҳосили зарбашон ба 96 баробар аст». Диофант моҳирона тағйирёбандаро интихоб карда, муодилаи $(10+x)(10-x)=96$ ё $100-x^2=96$, ё ки $x^2-4=0$ -ро ҳосил мекунад. Решаи муодила $x=2$ -ро ёфта, баъд ададҳои матлубро ҳамчун $10+x=12$ ва $10-x=8$ ҳосил мекунад. Ҳалли $x=-2$ барои Диофант вучуд надорад, чунки математикаи Юнон танҳо бо ададҳои мусбат сару кор дошт.

Олими ҳинд Брахмагупта (асри VII) қоидаи ҳалли муодилаи квадратии намуди $ax^2+bx=c$ -ро, ки дар ин ҷо $a>0$ аст, баён кардааст. Қоидаи Брахмагупта моҳиятан бо қоидаи имрӯза яхела аст.

Риёзидони бузурги тоҷик Абуабдуллоҳ Муҳаммад ибни Мусои Хоразмӣ (ал-Хоразмӣ) (780-850) асосгузори илми математикаи асрҳои миёнаи Осиёи Марказӣ буда, ба ақидаи муаррихи маъруфи илм -- амриқой Чорч Сартон риёзидони бузургтарини замони худ ва дар мавриди ба инобат гирифтани ҳамаи вазъиятҳо, яке аз барҷастатарин математикҳои тамоми замони мебошад. Калонтарин хизмати \bar{y} дохил кардани ҳисоби

мавқеи аст. Хоразмӣ дар асари арифметикии худ «Дар бораи ҳисоби ҳиндӣ» рақамгузори мавқеиро, ки онро ҳоло ҳама медонанд, пешниҳод кардааст. Дар ин рисола бо рақамҳои 0, 1, 2, ..., 9, ки ҳамчун рақамҳои арабӣ маъмуланд (дар асл рақамҳои ҳиндӣ буда, дар ҳазораи 1 то милод пайдо шудаанд), тарзи ифода кардани адади дилхоҳ нишон дода мешавад. Қоидаҳои иҷрои амалҳои арифметикӣ бо ададҳои натуралӣ, ки онҳо айнан қоидаҳои ҳозираро мемонанд ва қоидаи азрешабарорӣ (аз рӯи 2 бор зиёд ё кам кардани адад) дар китоб низ дарҷ гардидаанд.

Асари дигари Хоразмӣ «Китоб ул мухтасари фи ҳисоби ал-ҷабр ва-л-муқобала» зинаи нави тараққиёти математика аст. Дар асар маълумоти мухтасар доир ба иҷрои амалҳо бо ифодаҳои алгебравӣ, баъзе мисолҳо оид ба тарзи ҳалли алгебравии секунҷаҳо ва миқдори зиёди масъалаҳо роҷеъ ба тақсими мерос, ки бо муодилаҳои тартиби як ифода карда мешаванд, гирд оварда шудаанд. Вале дар он диққати асосӣ ба омӯзиши муодилаҳои квадратӣ равона шудааст. Мутафаккир нишон медиҳад, ки ҳар гуна муодилаи квадратӣ бо истифодаи амалиётҳои ал-ҷабр ва ал-муқобала ба яке аз намудҳои зерин оварда мешавад ($a, b, c > 0$): 1) $ax^2 = bx$; 2) $ax^2 = c$; 3) $bx = c$; 4) $ax^2 + bx = c$; 5) $ax^2 + c = bx$; 6) $bx + c = ax^2$. «Ал-ҷабр» (истилоҳи «алгебра» дар натиҷаи ба латинӣ гардондани ин калима пайдо шудааст.) мусбат гардондани аъзоҳои манфии муодила мебошад, ки моҳияташ аз як қисм ба қисми дигари муодила гузаронидани аъзои манфии он аст.

Масалан, муодилаи $4x^2 + 30 - 18x = 18 + 2x^2 - 8x$ дар натиҷаи истифодаи ал-ҷабр ба муодилаи $4x^2 + 30 + 8x = 18 + 2x^2 + 18x$ мубаддал мешавад. Акнун, мувофиқи методи «ал-муқобала» аъзои монандро ислоҳ бояд кард. Барои ин онҳоро муқоиса намуда, аз аъзои калон аъзои ба он монанди хурдро тарҳ кардан лозим аст: $2x^2 + 12 = 10x$. Ғайри ин, муодиларо боз ба шакли каноникӣ ($a=1$) бояд овард, яъне ба шакли $x^2 + 6 = 5x$, чунки танҳо барои ҳамин ҳолат қоидаи ёфтани решаи мусбат пешниҳод шудааст. Диққати асосӣ ба омӯзиши муодилаҳои намудҳои 4) ва 6) ҷалб карда мешавад. Онҳо дар мисоли муодилаҳои $x^2 + 10x = 39$; $x^2 + 21 = 10x$; $3x + 4 = x^2$ муҳокима мешаванд. Олим нишон медиҳад, ки муодилаҳои намуди 4) ва 6) фақат якто ва танҳо якто реша доранд (решаи дигарӣ манфӣ аст); муодилаи намуди 5) ё 2 реша дорад ё умуман реша надорад. Шартҳои мавҷудияти решаҳо, аз он ҷумла шарти ягона (дучанда) будани

реша, оварда мешаванд. Қоидаҳо барои мисолҳои мушаххас тавсиф шудаанд, вале ҳамин тавр, ки умумӣ қардани онҳо мушкилоте надорад. Қоидаҳо бо ёрии табдилдиҳиҳои геометрии фигураҳои росткунҷавӣ асоснок қарда шудаанд, ки ин ба табдилдиҳиҳои алгебравии мо рост меоянд.

	x	5
x	x^2	$5x$
5	$5x$	25

Масалан, қоидаи ҳалли муодилаи $x^2+10x=39$ ин тавр асоснок қарда мешавад: номаълуми x чун хат, x^2 чун квадрат, ки дар ин хат сохта шудааст, ҳосили зарби $10x$ ҳамчун суммаи ду росткунҷаи тарафҳояшон x ва 5 тасвир қарда мешаванд. Ин росткунҷаҳо ва квадрат фигураи шакли Г-доштаи масоҳаташ ба 39 баробарро ташкил медиҳанд. Баъд ин фигура бо квадрати тарафаш 5, то квадрати масоҳаташ ба 64 баробар ҳосил шавад, пурра қарда мешавад. Тарафи квадрати пурра якбора ҳам ба $x+5$ ва ҳам ба 8 баробар аст. Пас $x+5=8$ ва $x=3$. Чӣ тавре мебинем, Хоразмӣ решасҳои муодиларо бо ёрии элементҳои геометрия меёбад.

Акнун тарзи алгебравии ҳалли муодилаи $x^2+21=10x$ -ро, ки ба Хоразмӣ тааллуқ дорад, меорем.

1. Миқдори решасҳоро нисф намо: $10:2=5$.
2. Ин ададро бо ҳудаш зарб намо: $5 \cdot 5=25$.
3. Аз он ададро тарҳ намо: $25-21=4$.
4. Аз реша барор: $\sqrt{4} = 2$.
5. Ин решаро ба нисфи решасҳо ҳам намо ё аз он тарҳ намо: $5+2=7$; $5-2=3$.

Агар ҳамаи амалиёти зикршударо бо як формула ифода намоем, он гоҳ формулаи

$$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$$

-ро ҳосил мекунем. Чуноне мебинем, ҳалли Хоразмӣ бо ҳалли ҳозирамон аз рӯи формула якхела аст.

Ҳамин тариқ, хизмати асосии илмии Хоразмӣ аз он иборат аст, ки ӯ аввалин шуда, алгебраро чун илми мустақил тавсиф намуд, онро ба қолаби муайян даровард ва то асри XVIII, алгебра зери таъсири вай ҳамчун назарияи муодилаҳо тавсиф қарда мешуд.

Ҳамзамони Хоразмӣ, риёзидони маъруфи тоҷик Абулфазл Абдулҳамид ибни Восеъи Хутгалӣ (аз Хатлонзамини Тоҷикистон)

тон) низ бо муодилаҳои 1) -6) машғул шудааст. Вай барои ёфтани ҳал дар асараш «Ал-Ҷомеъ фи-л ҳисоби», нисбат ба Хоразмӣ таҳлили муфассал ва шаклҳои дигари исботҳои геометриро батафсил баён кардааст.

Қоидаи умумии ёфтани ҳалли муодилаҳои квадратии намуди $x^2+vx=c$ дар Аврупо танҳо соли 1544 аз тарафи математики немис М.Штифел (1487-1567) баён карда шудааст. Виет низ формулаи ҳалро ҳосил карда буд, вале решаҳои манфиро эътироф намекард. Математикҳои италиявӣ Тарталя, Кардано, Бомбелли аввалин шуда решаҳои манфиро дар асри XVI ба эътибор гирифтаанд. Тарзи ҳалли муодилаҳои квадратӣ баъди дастрас шудани асарҳои математики нидерландӣ А.Жирар (1595-1632) ва инчунин Декарту Нютон намуди ҳозиразамонро гирифт.

Вобастагии решаҳои муодилаи квадратиро аз коэффитсиентҳои соли 1591 Виет кашф кардааст. Дар ишораҳои ҳозираи алгебравӣ теоремаи Виет ин тавр тавсиф карда мешавад: решаҳои муодилаи $x^2-(a+v)x+av=0$ ададҳои a ва v мебошанд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ III

Ба параграфи 8

607. Исбот кунед, ки муодила ба муодилаи квадратӣ баробарқувва аст:

- а) $(x-2)(x^2+2x+4)=x(x-4)(x+3)$;
 б) $(4+3x)^2-(5+2x)(5-2x)=10+(4x+1)^2$;
 в) $(y+7)(y^2-7y+49)-y(y+8)(y-7)=0$;
 г) $(2x+3)^3-316=(2x-1)^3$.

608. Барои кадом қиматҳои k муодилаи:

- а) $\frac{1}{k^2-1}x^2-x+5=0$; б) $2x^2-x^{k-2}+1=0$

квадратӣ аст?

609. Решаҳои муодиларо ёбед:

- а) $x^2-25=0$; б) $\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{9}=0$;
 в) $-0,1y^2+22,5=0$; г) $-\frac{3}{8}y^2+2\frac{2}{3}=0$.

610. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $7x^2-4x=0$; б) $-3x^2+5x=0$; в) $x^3+x=0$; г) $3x^3-40x=0$.

611. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x+1)^2+(x-2)^2=5$; б) $(3x-4)^2-(2x+1)^2=-21$;
в) $(x+2)^2=(3x-1)^2-13x$; г) $(x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25)$.

612. Барои кадом қимати a , муодила ҳал дорад:

а) $x^2=a$; б) $x^2=a^2$; в) $x^2+4a=0$; г) $x^2-9a=0$?

613. Ҳосили зарби ду адади пай дар пай аз суммаи онҳо 1-то зиёд аст. Ин ададҳоро ёбед.

614. Агар ба масоҳати квадрат, масоҳати секунҷаро, ки 28 см² аст, чамъ намоем, 77 см²-ро ҳосил менамоем. Тарафи квадрато ёбед.

615. Муодиларо бо тарзи ҷудо кардани квадрати пурра ҳал намоед:

а) $x^2-8x-1=0$; б) $x^2+3x-2=0$;
в) $x^2-5x+6=0$; г) $x^2-4x-5=0$;
д) $x^2+7x+12=0$; е) $x^2+9x+14=0$;
ж) $9x^2-6x+1=0$; з) $3x^2-2x+4=0$.

616. Тарзи ҷудо кардани квадрати пурраро истифода карда, исбот кунед, ки қимати ифода барои қимати дилхоҳи тағйирёбанда мусбат аст:

а) a^2+5a+7 ; б) n^2-3n+3 ;
в) $\frac{x^2-2x+3}{11}$; г) $\frac{p^2-7p+13}{p^2+1}$.

Ба параграфи 9.

617. Муодиларо аз рӯи формула ҳал кунед:

а) $2x^2-5x-3=0$; б) $x^2+x-56=0$;
в) $3x^2-8x+5=0$; г) $x^2-x-1=0$;
д) $4x^2-4x+1=0$; е) $3x^2-3x+1=0$;
ж) $x^2+9x+20,25=0$; з) $x^2-12x+32=0$.

618. Барои кадом қиматҳои x баробарӣ дуруст аст:

а) $3(x+4)^2=10x+32$; б) $15(x+1)^2=31x+77$;
в) $(5x+3)^2=5(x+3)$; г) $(5x+4)^2=5x+4$;
д) $(4x+5)^2=5x^2+4x$; е) $(5x+3)^2=(3x+5)^2$;
ж) $(2x-3)^2=2x^2-7x$; з) $(2x+1)^2=5x^2+4x$?

619. Решаҳои муодиларо ёфта, дурустии онҳоро санҷед:

а) $3x^2-10x+3=0$; б) $x^2-8x-84=0$;
в) $16x^2+8x+4=0$; г) $x^2+14x+33=0$;

д) $x^2+4x+1=0$; е) $2y^2+11y+10=0$;

ж) $y^2+12y-13=0$; з) $2x^2+7x-9=0$.

620. Баробарӣ айният аст ё муодила? Агар муодила бошад, решаояшро ёбед:

а) $10x^2+19x-2=10(x-0,1)(x+2)$; б) $x-1+(x+1)^2=(x+2)^2-2x+5$;

в) $0,5(x-6)(x-5)=0,5x^2-5,5x+15$; г) $(2x-3)(2x+3)-1=5x+(x-2)^2$.

621. Маълум, ки яке аз решаҳои $ax^2-2x+5=0$ ба 2 баробар аст. Қимати a -ро ёбед.

622. Исбот кунед, ки яке аз решаҳои муодилаи:

а) $ax^2-(a+c)x+c=0$; б) $ax^2-(a-b)x-b=0$

ба 1 баробар аст.

623*. Исбот кунед, ки агар муодилаҳои $ax^2+bx+c=0$ ва $cx^2+bx+a=0$, ки дар ин ҷо $a \neq 0$ ва $c \neq 0$ аст, реша дошта бошанд, он гоҳ ин решаҳо нисбати ҳамдигар ададҳои чаппаанд.

624. Барои кадом қиматҳои тағйирёбандаи x сеъзогии x^2+5x-6 ва дуъзогии $3x+2$ қиматҳои баробар қабул менамоянд? Сеъзогиҳои $2x^2-5x+4$ ва $3x^2-7x+5$ чӣ?

625. Панҷ адади бутуни пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои се адади аввалини онҳо ба суммаи квадратҳои ду адади охири баробар бошад.

626. Се адади чуфти пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои ду адади аввалини онҳо ба квадрати адади сеюм баробар бошад.

627. Квадрати суммаи ду адади натуралии пай дар пай аз суммаи квадрати онҳо 60 воҳид зиёд аст. Ин ададҳоро ёбед.

628. Масоҳати майдони росткунҷавӣ 160 м^2 аст. Дарозии майдон аз бараш 6 м зиёд мебошад. Андозаҳои майдонро ёбед.

629. Як тарафи росткунҷа аз тарафи дигараш 14 см дарозтар буда, диагоналаш ба 34 см баробар аст. Дарозии тарафҳои росткунҷаро ёбед.

630. Суммаи ду адад ба 8 ва ҳосили зарби онҳо ба 12 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

631. Фарқи ду адад ба 8 ва ҳосили зарби онҳо ба 240 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

632*. Периметри росткунҷа ба 12 см ва суммаи масоҳатҳои квадратҳое, ки дар тарафҳои он сохта шудаанд ба 40 см^2 баробар аст. Дарозии тарафҳои росткунҷа ёфта шавад.

633. Муодиларо ҳал намуда, дуруст будани решаҳоро аз рӯи теоремаи Виет санҷед:

а) $x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0$;

б) $x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0$;

в) $y^2 - 4y - 12 = 0$;

г) $z^2 - 10z + 16 = 0$.

634. Аввал коэффитсиентро ёфта, баъд муодиларо ҳал намоед:

а) $ax^2 + 3x - 7 = 0$,

агар решааш 3 бошад;

б) $3x^2 + vx + 9 = 0$,

агар решааш 5 бошад;

в) $2x^2 - x + c = 0$,

агар решааш 2 бошад;

г) $x^2 - 6x + q = 0$,

агар фарқи решаҳо 2 бошад.

635*. Исбот кунед, ки барои қимати дилхоҳи v решаҳои муодилаҳои $5x^2 + vx - 17 = 0$ дорои аломати гуногунанд.

636*. Исбот кунед, ки барои қимати дилхоҳи a муодилаи $2x^2 + 7x + (a+1)^2 = 0$ решаҳои мусбат надорад.

637*. Фарқи решаҳои муодилаи $5x^2 + vx + 10 = 0$ ба 3 баробар аст. Адади v -ро ёбед.

638. Як решаи муодилаи $x^2 + 6x + q = 0$ аз дигараш 2 бор калон аст. Адади q -ро ёбед.

639. Як решаи муодилаи $x^2 + px + 3 = 0$ аз дигараш 3 бор калон аст. Адади p -ро ёбед.

640*. Як решаи муодилаи $3x^2 + vx + c = 0$ ба $\frac{1}{2}$, дигараш ба аъзои озод баробар аст. Ададҳои v ва c -ро ёбед.

641*. Дар муодилаи $x^2 + px + q = 0$ коэффитсиентҳои p ва q , ки дар ин ҷо $q \neq 0$ аст, решаҳо мебошанд. Ададҳои p ва q -ро ёбед.

642*. Муодилаи $2x^2 - 8x - 11 = 0$ -ро ҳал накарда: а) суммаи чаппаи решаҳо; б) суммаи квадратҳои решаҳоро ёбед.

643*. Суммаи квадратҳои решаҳои муодилаи $x^2 + px - 3 = 0$ ба 10 баробар аст. Адади p -ро ёбед.

644*. Муодилаи квадратие тартиб дихед, ки решаҳои ба решаҳои муодилаи $ax^2 + vx + c = 0$ муқобиланд.

645*. Маълум, ки x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2 + px + 6 = 0$ буда, $x_1^2 + x_2^2 = 13$ аст. Адади p -ро ёбед.

646*. Маълум, ки $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ аст, ки дар ин ҷо x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2 + x + q = 0$ мебошанд. Адади q -ро ёбед.

647*. Муодилаи квадратие тартиб дихед, ки ҳар як решааш аз ҳар як решаи муодилаи $x^2-6x+2=0$ ду воҳид кам аст.

Ба параграфи 10.

648. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x + \frac{1}{x} = 2,5$; б) $\frac{7}{x+4} + x = 4$; в) $\frac{x^2-16}{x+3} = 0$;

г) $\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2} = 0$; д) $\frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x-2} = 1$; е) $\frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x}$;

ж) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$; з) $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4$; и) $\frac{4}{x-1} - x = 2$.

649. Муодилаи ратсионалиро ҳал намоед:

а) $\frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}$; б) $\frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-2} - \frac{12}{4-x^2} = \frac{1}{7}$;

в) $\frac{3}{x+2} - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{(x+2)(x+1)}$; г) $\frac{4}{x} + 5 = \frac{1}{x^2}$;

д) $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}$; е) $\frac{x-6}{x-12} - \frac{x-12}{x-6} = \frac{5}{6}$;

ж) $\frac{14x^2}{16-x^2} + \frac{11}{x-4} = \frac{49}{x+4}$; з) $\frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1$.

650. Координатаҳои нуқтаи буриши графики функсияро бо тири Ox муайян намоед:

а) $y = \frac{3x-4}{2x+1}$; б) $y = \frac{x^2-7x+10}{x-2}$; в) $y = \frac{x^3-4x^2}{x-1}$.

651. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графики функсияҳои:

а) $y=2x+5$ ва $y = \frac{26}{x-2}$; б) $y = \frac{x^2-x}{x-2}$ ва $y=2x$ -ро ёбед.

652*. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\frac{x+3}{3(x-2)} + \frac{1+8x}{5(2+x)} = \frac{3(2x-1)}{x^2-4}$; б) $\frac{5x+1}{4-x} = \frac{4x+11}{16-x^2} + \frac{2x+3}{x+4}$;

$$\text{в) } \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4}; \quad \text{г) } \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1}$$

653*. Решаҳои муодиларо ёбед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{3x}+\sqrt{2}}{\sqrt{3x}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3x}-\sqrt{2}}{\sqrt{3x}+\sqrt{2}} = \frac{10}{3x-2}; \quad \text{б) } \frac{1-\sqrt{5}y}{1+\sqrt{5}y} + \frac{1+\sqrt{5}y}{1-\sqrt{5}y} = \frac{9y}{1-5y^2}$$

654. Қимати тағйирёбандаи y -ро ёбед, ки барояш:

а) суммаи касрҳои $\frac{y+1}{y-5}$ ва $\frac{10}{y+5}$ ба ҳосили зарбашон баробар аст;

б) суммаи касрҳои $\frac{2}{y-3}$ ва $\frac{6}{y+3}$ ба ҳосили тақсимашон баробар аст;

в) фарқи касрҳои $\frac{6}{y-4}$ ва $\frac{y}{y+2}$ ба ҳосили зарбашон баробар аст.

655. Заврақ дар қўл 12 км шино карда, баъд ба муқобили чараёни дарё 11 км шино кард. Заврақ ба ҳамаи роҳ 1 соат вақт сарф намуд. Суръати чараёни дарё 2 км/соат аст. Суръати шинои заврақро дар қўл ёбед.

656. Киштӣ дар муддати 5 соат 42 км ба самти чараёни дарё ва 20 км ба муқобили чараёни дарё шино кард. Суръати чараёни дарё 2 км/соат мебошад. Суръати киштиро дар оби ором муайян намоед.

657. Заврақ дар 5 соат 45 км ба самти чараёни дарё ва 22 км ба муқобили чараёни дарё шино намуд. Суръати шинои заврақро ба муқобили чараёни дарё ёбед, агар маълум бошад, ки суръати чараёни дарё 2 км/соат аст.

658. Суръати киштӣ дар оби ором 20 км/соат аст. Вай дар 3 соат 36 км ба муқобили чараёни дарё ва 22 км ба самти чараён шино кард. Суръати чараёни дарёро ёбед.

659. Қатора дар тӯли 600 км баъди 0,25 ҳиссаи роҳро тай намудан 1,5 соат боздошта шуд. Барои ба ҷойи зарурӣ дар вақташ омада расидан, ба қатора лозим омад, ки суръаташро 15 км/соат зиёд намояд. Қатора дар роҳ чӣ қадар вақт сарф кардааст?

660. Ду тайёра дар як вақт аз як фурудгоҳ ба фурудгоҳи дигар, ки масофаашон 1800 км мебошад, парвоз намуданд. Суръати тайёраи якум назар ба суръати тайёраи дуюм 100 км/соат камтар буд, бинобар ин вай ба ҷойи муқарраршуда 36 дақиқа дертар омада расид. Суръати ҳар як тайёраро ёбед.

661. Мошин аз шаҳри А ба шаҳри В, ки масофаи байнашон 234 км аст, равон шуд. Баъди як соат ба пешвози ӯ аз шаҳри В мошини дуюм, ки суръаташ нисбати суръати мошини аввала 12 км/соат зиёд аст, ба роҳ баромад. Суръати ҳар як мошинро ёбед, агар маълум бошад, ки онҳо дар масофаи 108 км аз шаҳри В вохӯрдаанд.

662. Баъди 4 соат дарав кардани Аҳмад ба ӯ Алӣ ҳамроҳ шуд. Онҳо якҷоя 8 соат кор карда даравро ба итмом расонданд. Ҳар кадоми онҳо алоҳида даравро дар чанд соат ба охир мерасонд, агар маълум бошад, ки барои ин Аҳмад 8 соат зиёд вақт сарф мекард?

663. Ду кас барои дар компютер ҷоп кардани, дастхат супориш гирифтанд. Пас аз 2 соат ҳамроҳ кор кардан, яке аз онҳо супориши дигар гирифт ва шахси дуюм танҳо корро баъди 1 соату 20 дақиқа анҷом дод. Ҳар кадоми онҳо алоҳида дастхатро дар чанд соат ҷоп карда метавонист, агар маълум бошад, ки шахси дуюм назар ба якум барои ин 1 соату 10 дақиқа зиёд вақт сарф менамуд?

664*. Ду мошини пахтачин пахтаи майдонро нисбати мошини пахтачини якум 9 рӯз ва нисбати мошини пахтачини дуюм 4 рӯз камтар ҷамъоварӣ мекунанд. Ҳар як мошини пахтачин алоҳида пахтаро дар чанд рӯз ҷамъоварӣ карда метавонад?

665. Мувофиқи нақша бригада дар муддати якчанд рӯз бояд 216 асбоб созад. Бригада се рӯз аз рӯйи нақша кор карда, дигар рӯзҳо аз нақша 8-тоғӣ асбоб зиёд истехсол кард. Дар натиҷа як рӯз пеш аз муҳлати муқарраршуда бригада аллакай 232 асбоб истехсол карда буд. Мувофиқи нақша супориши якрӯзаи бригада чӣ қадар буд?

666. Бригадаи якум 160 костюм ва дуомаш 100 костюм бояд дӯзанд. Бригадаи якум нисбати дуюм рӯзе 10-тоӣ зиёд костюм дӯхта, супоришро 2 рӯз пеш аз муҳлат иҷро намуд. Бригадаи дуюм рӯзе чандтоӣ костюм бояд дӯзад, то ки супоришро дар муҳлати зарурӣ иҷро намояд.

667. Велосипедрон 20 км роҳи ноҳамвор ва 60 км роҳи ҳамворро дар 6 соат тай намуд. \bar{V} роҳи ноҳамворро назар ба роҳи ҳамвор бо суръати 5 км/соат кам тай кард. Суръати велосипедрон дар ҳар як қисми роҳ ёфта шавад.

668*. Муодиларо бо тарзи графикӣ ҳал намоед:

а) $\sqrt{x} = 4x$; б) $\sqrt{x} = x - 2$; в) $\sqrt{x} = \frac{1}{x}$; г) $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$.

669*. Бо ёрии график муайян намоед, ки муодилаи $\sqrt{x} = ax + b$ вобаста ба аломати ададҳои a ва b , чандто реша дошта метавонад.

ҶАВОБҲО

461. в) $-x^2+9=0$; г) $x^2=0$. 463. а) $x^2+4x+1=0$; е) $-3x^2-8x+5=0$. 464. а) $k \neq 0$; б) $k=-1$. 465. а) дар чорякҳои 2 ва 4; б) дар чорякҳои 1 ва 3. 466. 2,75 ва 44. 467. Ҷуфти $(-3;2)$ ҳалли ҳар ду система аст.

468. 7,5 га. 469. $\frac{1}{3(\sqrt{2}-1)}$. 470. а) $-\frac{4}{3}$; $\frac{4}{3}$; б) $-\sqrt{6}$; $\sqrt{6}$; в) реша

надорад; г) $-0,2$; $0,2$; д) реша надорад; е) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$. 471. а) $-0,5$;

$0,5$; б) -7 ; 7 ; в) -1 , 1 ; 1 , 1 ; г) $-0,2$; $0,2$; д) 0 ; е) 0 . 472. а) 0 ; $2,5$; б) 0 ; $\frac{4}{3}$;

в) $-\frac{7}{8}$; 0 ; г) 0 ; $0,8$; д) 0 ; $\frac{1}{9}$; е) -2 ; 0 . 473. а) $-0,2$; 0 ; б) 0 ; 27 ; в) $-2,5$; 0 ;

г) -4 ; 0 ; д) 0 ; 18 ; е) 0 ; $2,4$. 474. а) 0 ; $0,5$; б) 0 ; $0,25$; в) 0 ; $1\frac{7}{18}$; г) 0 ;

$2\frac{3}{19}$. 475. а) 0 ; 1 ; б) -2 ; 2 ; в) реша надорад; г) 0 ; 1 ; д) -8 ; 8 ; е) 0 ; $0,4$.

476. а) -7 ; 0 ; б) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; в) 0 ; 1 ; г) $0,125$; д) -1 ; 1 ; е) $-\sqrt{\frac{13}{6}}$; $\sqrt{\frac{13}{6}}$.

477. 2 ва 3. 478. 10 см. 479. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$. 480. $\sqrt{\pi}R$. 481. $-5\frac{43}{225}$. 482.

- а)якумаш калон; б)якумаш калон. **483.** 1. **484.** 6 ва 12 сомони.
- 485.** а) $1 + \sqrt{7}$; б) $1 + \sqrt{3}$. **486.** а)4; б) $\frac{225}{4}$; в)6; г)4; е) $\frac{1}{16}$. **488.** а)-5;
- б) $\frac{1}{2}$. **489.** а)-1; 7; б) $-4 - \sqrt{17}$; $-4 + \sqrt{17}$; в)реша надорад;
- г)-1; 9. **490.** а)2; 3; в)-1; 3; г)-1; 6. **491.** а) $-\frac{1}{2}$; б)-6; 2; в)-3; 2;
- г) $1 - \sqrt{2}$; $1 + \sqrt{2}$. **492.** а) $\frac{1}{3}$; 2; б)-1; 1,5; в)-2; 1,2; г) $-\frac{5}{3}$; 1. **494.**
- а) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; б) $9 + \sqrt{18}(\sqrt{3} - 2)$ **495.** а) $(2-x)(2+x)(4+x^2)$;
- б) $(2x-3y)(2x+3y)(4x^2+9y^2)$. **496.** а)4; б)0,25. **497.** 12. **498.** а)ха; б)не;
- в)ха; г)не. **499.** а)ха; б)не; в)не; г)ха. **500.** а)ха; б)не; в)ха; г)ха.
- 501.** а)1; $\frac{4}{3}$; б)-2; 12; в)-10; 9; г) $\frac{1}{2}$; 2; д) $-\frac{1}{2}$; 4; е) $\frac{1}{3}$; 3; ж) $\frac{3}{5}$; 1;
- з) $\frac{1}{2}$. **502.** а) $\frac{1}{3}$; б) реша надорад; в)реша надорад; г) $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{3}$; д)0,3;
- 0,4; е) $-\frac{3}{2}$; ж) $-\frac{2}{3}$; $-\frac{2}{9}$; з)2; 4. **503.** а)-3; 2,75; б)реша надорад;
- в) $\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$; $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$; г)реша надорад; д) $-\frac{1}{6}$; 1,5; е)0,5; 1,25;
- ж) $\frac{1}{6}$; з) $-\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$. **504.** а)барои $x=-1$ ва $x=6$; б)барои $x=3$ ва $x=4$;
- в)барои $x = \frac{1}{3}$ ва $x=2$; г)барои $x=-1$ ва $x=2$. **505.** а)барои $x=-1$
- ва $x=6$; б)барои $x = \frac{1}{6}$ ва $x=1$. **506.** а)-2,5; 2; б) $\frac{-9 - \sqrt{341}}{10}$;
- $\frac{-9 + \sqrt{341}}{10}$; в)-2,5; 2; г)-3; 4. **507.** а)2;10; б)-21; 3; в) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$;

г) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$. 508. а) $\frac{15-\sqrt{161}}{2}$; $\frac{15+\sqrt{161}}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; 3; в) 8; 12; г) -6; 5.

509. а) $\frac{-3-\sqrt{21}}{2}$; $\frac{-3+\sqrt{21}}{2}$; б) 0,5; в) $-\frac{1}{3}$; г) реша надорад.

510. а) $\frac{7-\sqrt{57}}{2}$; $\frac{7+\sqrt{57}}{2}$; б) $2-\sqrt{12}$; $2+\sqrt{12}$; в) $\frac{-3-\sqrt{13}}{2}$;

$\frac{-3+\sqrt{13}}{2}$; г) $\frac{7-\sqrt{13}}{6}$; $\frac{7+\sqrt{13}}{6}$; 511. а) 1; 5; б) 0; 5; в) -5,5; 2; г) 4.

512. а) -1; 15; б) $\frac{1}{26}$; 1; в) 1; 7,5; г) 1; 4. 513. а) -1; $2\frac{6}{7}$; б) -7; 5; в) -

0,2; 1,8; г) реша надорад; 514. а) ҳа, барои $x = \frac{1}{6}$ ва $x = \frac{1}{2}$; б) не.

515. -4. 516. -6. 517. а) $1\frac{10}{99}$; б) $\frac{10}{99}$. 518. а) 130; б) 7. 519. а) $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$;

б) (3; 3). 520. 12 ва -12. 521. 7 ва 9. 522. 10, 13 ва -13, -10.

523. ҳа, 3, 4 ва 5. 524. ҳа, 6,8 ва 10. 525. 15 сомони.

526. 15 м, 3 м. 527. 60 см, 12 см. 528. 9 см. 529. 10 см ва 24 см.

530. Чуни росткунҷа вучуд надорад. 531. 5 ва 15. 532. 5 см ва

12 см. 533. 12,5 см, 30 см. 534. 15 см. 535. 10, 11. 536. 12 қатор.

537. $\frac{a}{a-1}$. 538. а) $10\frac{26}{39}$; б) $\frac{(a-1)^2}{a}$. 540. а) барои 27; б) барои 7.

541. 2, 12 ва 84-го. 542. а) 2 ва 2,5; г) -1,4 ва -1. 543. а) гуногун; д) реша надорад; е) гуногун; ж) якхела ва мусбат; з) гуногун. 544.

а) $-\frac{3}{4}$; 2; б) $-\frac{2}{5}$; 2; в) -3; 5; г) -3; $\frac{1}{2}$; д) $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$; е) $\pm\sqrt{8}$; ж) $\pm\sqrt{\frac{7}{3}}$;

з) 0; $1\frac{2}{7}$. 545. -4; $p=-2$. 546. -0,5; $q=-6,25$. 547. $\frac{5}{7}$; $\sigma = -23\frac{1}{7}$. 548.

$-\frac{7}{16}$; $c=-7$. 549. 5; 7; $q=35$. 550. -2,75; 3,25; $c = -17\frac{7}{8}$. 551.

а) $-\frac{8}{15}$; б) $17\frac{1}{9}$. **553.** а) $x^2-12x+35=0$; з) $x^2-0,1x-0,02=0$;

и) $x^2-0,2x-0,15=0$. **554.** а) $2x-3$; б) $\frac{3-a}{2}$. **555.** 2. **556.** а) 0; 6;

б) -3,75; 0. **557.** (0,2; 0) ва (0;-2,2). **558.** а) 0; 1; б) -1; 1,5; в) 3; г) 1;

б; д) $\frac{2}{9}$. **559.** а) 1,5; б) 1; 6,5; в) 2; 5; г) 1,5; 3; д) -1,5; 2; е) $-2\frac{2}{3}$; 0;

ж) 1; 2; з) -0,25; 0; 0,25; и) -4; 1. **560.** а) -4; 7; б) $\frac{7}{3}$; 6; в) 0,6; 4;

г) $-\frac{5}{3}$; 12; д) -20; 40; е) -24; 20; ж) -36; 30; з) $\frac{1}{2}$; 2. **561.** а) -1,8; 5;

б) $-\frac{2}{3}$; 6; в) $3 \pm \sqrt{5}$; г) $\frac{-3 \pm \sqrt{513}}{4}$; д) 2; е) 3; ж) -6; 6; з) 13. **562.**

а) барои $x = -3\frac{1}{7}$; $x = \frac{2}{3}$; $x=14$. **564.** а) $-\frac{11}{7}$; 2; б) 5; в) -3; $\frac{2}{3}$;

г) -0,25. **565.** а) реща надорад; б) $-\frac{4}{7}$; $\frac{3}{2}$; в) $\frac{3 \pm \sqrt{29}}{4}$; г) $\frac{6 \pm \sqrt{12}}{8}$.

566. а) $\frac{9}{17}$; 3; б) $-\frac{13}{7}$; 1; в) -1; 5; г) -3; 0,8. **567.** а) 4; б) -5,5; 6; в) 0;

г) $5 \pm \sqrt{34}$. **568.** а) 0; $\frac{9 \pm \sqrt{97}}{2}$; б) $\frac{4}{3}$; $\frac{7}{3}$; в) $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$; г) $-\frac{1}{9}$; 1. **569.**

а) Не; б) не. **570.** 72. **572.** 27. **573.** а) \sqrt{x} ; б) \sqrt{y} . **574.** $\frac{2}{5}$. **575.** $\frac{2}{9}$.

576. 10 км/соат. **577.** 3 км/соат. **578.** 60 ва 40 км/соат. **579.** 80 ва 60 км/соат. **580.** 15 ва 18 км/соат. **581.** 40 ва 50 км/соат. **582.** 80 км/соат. **583.** 36 ва 48 км/соат. **584.** Дар 3 ва 5 соат. **585.** 30 ва

20 соат. **586.** Дар $3\frac{3}{7}$ соат. **587.** 36 ва 40 км/соат. **588.** 3 ва 5 рӯз.

589. 7 кас. **590.** 40 ва 60 дона тухм. **592.** а) барои $x=-0,2$ ва $x=0$;

б) барои ҳар гуна x . **593.** а) $\frac{a^2 + a + 1}{a - 1}$; б) $\frac{x - 4}{3 - x}$. **594.** 3. **595.**

$x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{4} = 0$. **596.** $3(2 + \sqrt{3})$. **602.** $7\frac{51}{400}$. **603.** 6 км ва 5 км.

604. а) $\frac{x + y}{x - y}$; б) $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{7}}$. **605.** 429 зан ва 143 кӯдак. **606.** -15.

608. а) барои $k \neq -1$ ва $k \neq 1$; б) барои $k=2, k=3$ ва $k=4$. **609.** а) ± 5 ;

б) $\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$; в) ± 15 ; г) $\pm \frac{8}{3}$; **610.** а) 0; $\frac{4}{7}$; б) 0; $\frac{5}{3}$; в) 0; г) $-\frac{\sqrt{40}}{3}$; 0;

$\frac{\sqrt{40}}{3}$. **611.** а) 0; 1; б) 2; -3,6; в) $-\frac{1}{8}$; 3; г) $\pm 1\frac{1}{5}$. **612.** а) барои $a \geq 0$;

б) барои ҳар гуна a ; в) барои $a \leq 0$; г) барои $a \geq 0$. **613.** -1 ва 0 ё

2 ва 3. **614.** 7 см. **615.** а) $4 \pm \sqrt{17}$; б) $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$; в) 2; 3; г) -1; 5; д) -4;

-3; е) -7; -2; ж) $-\frac{1}{3}$; з) реша надорад. **617.** а) $-\frac{1}{2}$; 3; б) -8; 7; в) 1; $\frac{5}{3}$;

г) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; д) $\frac{1}{2}$; е) реша надорад; ж) -4,5; з) 4; 8. **618.** а) -2; $-2\frac{2}{3}$;

б) -2; $2\frac{1}{15}$; в) $-\frac{6}{5}$; $\frac{1}{5}$; г) -0,8; -0,6; д) $-2\frac{3}{11}$; -1; е) ± 1 ; ж) реша

надорад; з) ± 1 . **619.** а) $\frac{1}{3}$; 3; б) -6; 14; в) реша надорад; г) -11; -3;

д) $-2 \pm \sqrt{3}$; е) $\frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}$; ж) -13; 1; з) -4,5 1. **620.** а) ва

в) айниятанд; б) 9; г) -2; $2\frac{1}{3}$. **621.** 0,25. **624.** Барои $x=-4$ ва $x=2$;

барои $x=1$. **625.** -2, -1, 0,1, 2 ё 10, 11, 12, 13, 14. **626.** -2,0,2 ё 6,8,10. **627.** 5 ва 6. **628.** 10 ва 16 м. **629.** 16 ва 30 см. **630.** 2 ва 6.

631. -20 ва -12 ё 12 ва 20. **632.** 2 ва 4 см. **633.** а) $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$;
 б) $-6\sqrt{3}$; $4\sqrt{3}$; в) -2; 6; г) 2; 8. **634.** а) $a = -\frac{2}{9}$; 10,5; б) $\sigma = -16,8$; 0,6;
 в) $c = -6$; $-\frac{3}{2}$; г) $q = 8$; 4. **637.** $\pm\sqrt{455}$. **638.** 8. **639.** ± 4 . **640.** $\sigma = -\frac{3}{2}$
 ва $c = 0$. **641.** $p = 1$, $q = -2$. **642.** а) $-\frac{8}{11}$; б) 27. **643.** ± 2 . **644.**
 $ay^2 - by + c = 0$. **645.** ± 5 . **646.** $-\frac{1}{2}$. **647.** $x^2 - 2x - 6 = 0$. **648.** а) $\frac{1}{2}$; 2; б) ± 3 ;
 в) ± 4 ; г) -2; д) -4; 0; е) -1; 3; ж) -1; 2; з) 11; 13; и) -3; 2. **649.** а) 2; б) 5;
 в) 1; г) -1; 0,2; д) -3; е) 8,4; 24; ж) $-5\frac{5}{7}$; 3; з) -3; 7. **650.** а) $1\frac{1}{3}$; б) 5; в) 0;
 4. **651.** а) (-4,5; -4) ва (4; 13); б) (0; 0) ва (3; 6). **652.** а) $\frac{23}{29}$; $\frac{87}{29}$;
 б) $-\frac{19}{7}$; 1; в) 0; г) $-\frac{1}{3}$. **653.** а) 1; б) 0,4; 0,5. **654.** а) $y = -11$; б) $y = 15$;
 в) $y = 6$. **655.** 24 км/соат. **656.** 12 км/соат. **657.** 11 км/соат. **658.** 2
 км/соат. **659.** 10 соат. **660.** 500 ва 600 км/соат. **661.** 42 ва 54 км/
 соат. **662.** 24 ва 16 соат. **663.** 4 соату 40 дак. ва 5 соату 50 дак.
664. 15 ва 10 рўз. **665.** 24 асбоб. **666.** 10 костюм. **667.** 10 ва 15
 км/соат.

НОБАРОБАРИҶО

§ 11. НОБАРОБАРИҶОИ АДАДӢ ВА ХОСИЯТҶОИ ОНҶО

34. МУҚОИСАИ АДАДҶО. НОБАРОБАРИҶОИ АДАДӢ

Дар амалия муқоисаи ададҶо васеъ истифода карда мешавад. Масалан, духтур ҳарорати шахси беморро бо ҳарорати муқаррарӣ, ҳаррот андозаҳои детали суфтакардаашро бо андозаҳои детали эталонӣ муқоиса менамояд. Натиҷаҳои муқоисаи ду ададро дар намуди баробарӣ ё нобаробарӣ менависанд. Барои ифода кардани ин натиҷа аломатҳои математикӣ = (баробар), > (калон) ё < (хурд) -ро истифода мекунанд.

Мисолҳои муқоисаи ададҳоро меорем.

1. Қасрҳои один $\frac{7}{9}$ ва $\frac{5}{8}$ -ро муқоиса менамоем. Барои ин онҳоро ба маҳраҷи умумӣ меорем:

$$\frac{7}{9} = \frac{56}{72}; \quad \frac{5}{8} = \frac{45}{72}.$$

Азбаски $56 > 45$ аст, пас $\frac{7}{9} > \frac{5}{8}$ мебошад.

2. Қасрҳои даҳии 1,2772 ва 1,2782-ро дида мебароем. Рақамҳои дар разрядҳои воҳидҳо, даҳякиҳо ва садякиҳо буда якхелаанд, вале дар разряди ҳазорякиҳои қасри якум рақами 7 ва дар разряди ҳазорякиҳои қасри дуюм рақами 8 навишта шудааст. Азбаски $7 < 8$ аст, пас $1,2772 < 1,2782$.

3. Қасри одии $\frac{7}{20}$ ва қасри даҳии 0,35-ро муқоиса мекунем.

Қасри $\frac{7}{20}$ -ро ба қасри даҳӣ баргардонида мебинем, ки

$$\frac{7}{20} = 0,35 \text{ аст. Яъне ин ду қаср ба ҳам баробаранд.}$$

4. Ададҳои манфӣ -17 ва -19-ро муқоиса менамоем. Қимати мутлақи адади яқум аз қимати мутлақи адади дуҷум хурд аст. Пас, адади яқум аз адади дуҷум калон мебошад, яъне -17 > -19 аст.

Аз ин мисолҳо чунин хулосаи умумӣ бармеояд: Барои ададҳои дилхоҳи a ва b аз вобастагиҳои $a=b$, $a>b$, $a<b$ фақат ва фақат яктоаш ҷой дорад.

Дар боло ин ё он тарзи муқоисаи ададҳо вобаста ба намуди мушаххаси онҳо истифода намудем. Пурсида мешавад, ки оё чунин тарзи муқоиса вучуд надорад, ки вай ҳамаи ҳолатҳои имконпазирро дар бар бигирад. Ин тарз ин аст: фарқи ададҳо ҳисоб карда, муайян мекунанд, ки ин фарқ адади мусбат, адади манфӣ ё баробари нул аст. Ин тарзи умумии муқоисаи ададҳо ба таърифи зерин таъя менамояд:

Т а ъ р и ф. Адади a аз адади b калон аст ($a>b$), агар фарқи $a-b$ адади мусбат бошад; адади a аз адади b хурд аст ($a<b$), агар фарқи $a-b$ адади манфӣ бошад. Агар фарқи $a-b$ баробари нул бошад, он гоҳ ададҳои a ва b баробаранд ($a=b$).

Аз таъриф бармеояд, ки ҳар гуна адади мусбат аз сифр калон ва ҳар гуна адади манфӣ аз нул хурд аст.

Дар хати рости координатавӣ адади калон бо нуқтаи росттар ҷойгирбуда тасвир шуда, адади хурд бо нуқтаи чаптар ҷойгирбуда тасвир меёбад. Дар ҳақиқат, агар a ва b ду адади дилхоҳ бошанд, он гоҳ фарқи онҳоро бо c ишорат карда, мебинем, ки $a=b+c$ мешавад. Агар c адади мусбат бошад, он гоҳ нуқтаи координатааш $b+c$ дар тарафи рости нуқтаи координатааш b ҷойгир аст. Рафту агар c адади манфӣ бошад, он гоҳ нуқтаи координатааш $b+c$ дар тарафи чапи нуқтаи координатааш b ҷойгир мешавад (расми 11). Пас, агар $a>b$ бошад, он гоҳ нуқтаи координатааш a росттар аз нуқтаи координатааш b ва агар $a<b$ бошад, чаптар аз он ҷойгир мешавад.



Расми 11.

Масалан, дар тири координатавӣ адади $-0,075$ аз тарафи
рости адади $-\frac{4}{11}$ ва адади $3,2$ аз тарафи чапи адади $4,1$ ҷойгир

мешаванд, чунки $-0,075 > -\frac{4}{11}$ ва $3,2 < 4,1$ аст.

Э з о х. Дар қатори аломатҳои нобаробариҳои $>$ ва $<$
аломатҳои \geq (калон ё баробар) ва \leq (хурд ё баробар), ки
аломатҳои нобаробариҳои гайриқатъӣ ном доранд, низ
истифода карда мешаванд. Нобаробарии $a \geq b$ нишон медиҳад,
ки $a > b$ ё $a = b$ аст, яъне a аз b хурд нест. Масалан, $12 \geq 2$, $7 \leq 7$,
 $4 \geq 4$, $a \geq b$ ва $c \leq d$ нобаробариҳои гайриқатъиянд.

Акнун истифодаи таърифи дар боло баёншударо дар ҳалли
масъалаҳо дида мебароем.

М и с о л и 1. Исбот мекунем, ки нобаробарии

$$(a+2)(a+4) > (a+1)(a+5)$$

барои қиматҳои дилхоҳи a дуруст аст.

Фарқи қисмҳои чап ва ростии нобаробариро тартиб дода, онро
табдил медиҳем:

$$[(a+2)(a+4)] - [(a+1)(a+5)] = a^2 + 2a + 4a + 8 - (a^2 + a + 5a + 5) = 3.$$

Фарқи мазкур, ҷӣ тавре мебинем, барои ҳар як қимати a
мусбат аст. Пас, мувофиқи таърифи нобаробарии мазкур барои
қимати дилхоҳи a дуруст мебошад.

М и с о л и 2. Исбот мекунем, ки агар $\frac{m}{n}$ касри дуруст бошад,
он гоҳ

$$\frac{m}{n} < \frac{m+1}{n+1}$$

Азбаски касри $\frac{m}{n}$ касри дуруст аст, пас $m < n$ мебошад. Би-

нобар ин, қимати фарқ $\frac{m}{n} - \frac{m+1}{n+1} = \frac{m(n+1) - n(m+1)}{n(n+1)} = \frac{m-n}{n(n+1)}$

хурд аз нул аст, чунки $m-n < 0$. Пас, нобаробарӣ дуруст аст.

М и с о л и 3. Исбот мекунем, ки суммаи квадратҳои ду адади дилхоҳ аз дучандаи ҳосили зарби онҳо хурд нест, яъне:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab.$$

Фарқи қисмҳои чап ва ростии нобаробарихоро ҳисоб мекунем:

$$(a^2 + b^2) - 2ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

Азбаски барои ҳамаи қиматҳои a ва b ифодаи $(a - b)^2$ манфӣ нест, яъне $(a - b)^2 \geq 0$, пас нобаробарии мазкур барои қиматҳои дилхоҳи a ва b дуруст аст.

?

1. Тарзҳои муқоисаи ададхоро, ки барои ҳалли мисолҳои 1-4 истифода шудаанд, номбар кунед. 2. Таърифи умумии муқоисаи ададхоро баён намоед ва бо мисолҳои ададӣ онро шарҳ диҳед. 3. Чӣ гуна нобаробариро нобаробарии ғайриқатъӣ меноманд?

670. Таърифи нобаробарии ададиرو истифода карда, ба ҷойи нуқтаҳо яке аз аломатҳои $=$, $>$ ё $<$ -ро чунон гузоред, ки баробарӣ ё нобаробарии ҳосилшуда дуруст бошад:

а) $\frac{8}{9} \dots \frac{5}{6}$;

б) $-\frac{35}{8} \dots -4\frac{3}{8}$;

в) $0,002 \dots 0,05$;

г) $0,012 \dots -1,012$;

д) $4\frac{1}{5} \dots 4\frac{1}{6}$;

е) $-3\frac{1}{12} \dots -3\frac{1}{20}$.

671. Ададҳои a ва b -ро муқоиса кунед, агар $a - b$ баробари: -4 ; 2 ; 0 бошад.

672. Ададҳои a ва b -ро муқоиса намоед, агар:

а) $a - b = -0,2$;

б) $a - b = 0$;

в) $a - b = 1,7$ бошад.

673. Якчанд қимати a -ро ёбед, ки барояш нобаробарӣ дуруст аст:

а) $a + 1 > 4$;

б) $a + 2 > 2,1$;

в) $a + 3 > 3$;

г) $a - 4 < -4$.

674. Кадоме аз нобаробарихо барои қимати дилхоҳи a дуруст аст:

а) $a + 1 > a$;

б) $a > -a$;

в) $-a > a$;

г) $a^2 > 0$?

675. Маълум, ки $a < b$ аст. Оё фарқи $a - b$ ба адади: $3,7$; -2 ; 0 баробар шуда метавонад?

676. Қимати ифодаҳои $4a(a + 2)$ ва $(2a + 3)(2a + 1)$ -ро ҳангоми: $a = -2$; $a = 0$; $a = 20$ будан муқоиса кунед. Исбот кунед, ки барои

қимати дилхоҳи a қимати ифодаи якум аз қимати ифодаи дуҷум хурд аст.

677. Исробот кунад, ки нобаробарӣ барои қимати дилхоҳи тағйирёбанда дуруст аст:

а) $(a-1)^2 > -1$; б) $(a+v)^2 > -2$; в) $y(y+4) > 4y-0,5$; г) $a(a+v) > av-1$.

678. Нобаробариро исбот кунад:

а) $x^2-3x+2 > x(x-3)$; б) $x(x+6) < (x+2)(x+4)$;

в) $(a-2)^2 > a(a-4)$; г) $(2x-1)(2x+1) < 4x^2$.

679. Дуруст будани нобаробариро нишон диҳед:

а) $2v^2-4v+1 > 2v(v-2)$; б) $(4y-1)(4y+1) < 16y^2+0,1$;

в) $(5y-8)^2 > 8y(3y-10)$; г) $(c+1)(c+6) < (c+2)(c+4)$.

680. Оё баробарӣ барои қимати дилхоҳи тағйирёбанда дуруст аст:

а) $4x(x+0,25) > (2x-1)(2x+1)$; б) $x(x+8) < (x+5)(x+3)$;

в) $(x-1)(x+1) < x^2+1$; г) $(7+2x)(7-2x) < 49-x(4x+1)$?

681*. Исробот кунад, ки агар a , v , c ададҳои мусбат ва $a > v$ бошад, он гоҳ:

а) $\frac{a+c}{v+c} < \frac{a}{v}$;

б) $\frac{v+c}{a+c} > \frac{v}{a}$.

682. Нобаробариро исбот кунад:

а) $a(a+v) \geq av$;

б) $2av \leq a^2+v^2$;

в) $a(a-v) \geq v(a-v)$;

г) $a^2-av+v^2 \geq av$.

683. Ҷудокунии квадрати пурраро истифода карда, исбот намоед, ки барои қимати дилхоҳи a нобаробарӣ дуруст аст:

а) $a^2-4a+5 > 0$;

б) $a^2+50 > 12a$;

в) $9a^2-5a+2 \geq a^2+a$;

г) $a^2-2a \leq 40a^2-10a+1$.

684. Исробот кунад, ки суммаи адади мусбати дилхоҳ ва адади ба он чаппа аз 2 хурд нест, яъне агар $a > 0$ бошад, он гоҳ

$$a + \frac{1}{a} \geq 2.$$

685*. Исробот кунад, ки ҳангоми мусбат будани ададҳои a ва v нобаробарии

$$\frac{a}{v} + \frac{v}{a} \geq 2$$

дуруст аст.

686. Нобаробариро исбот намоед:

а) $\frac{a^2+1}{2} \geq a$;

б) $\frac{a}{a^2+1} \leq \frac{1}{2}$.

687*. Исбот кунед, ки агар $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ бошад, он гоҳ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ аст.

688*. Исбот кунед, ки агар a ва b ададҳои мусбат бошанд, он гоҳ нобаробари

$$a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$$

дуруст аст.

Машқҳо барои тақрор

689. Қасро ихтисор кунед:

а) $\frac{x^2 - 6x + 9}{21 - 7x}$;

б) $\frac{4x^2 - 12x + 9}{(3 - 2x)^2}$.

690. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{4}{x} = 1 + \frac{1}{x-1}$;

б) $\frac{4}{5x-1} = 5x-4$.

691. Ифодаи $2,3\sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{\frac{1}{5}}$ -ро сода намоед.

692. Системаро ҳал намоед:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7, \\ -2x + 3y = 5. \end{cases}$$

693*. Қатори боркаш 1 км дарозӣ дошта, бо суръати 50 км/соат ҳаракат мекунад. Дар кадом муддати вақт қатора аз нақби дарозиаш 1 км мегузарад?

35. ХОСИЯТҲОИ НОБАРОВАРИҲОИ АДАДИ

Хосиятҳои асосии нобаровариҳои ададиро дида мебароем. Онҳо бо теоремаҳои зерин баён карда мешаванд.

Т е о р е м а и 1. Агар $a > b$ бошад, он гоҳ $b < a$ аст; агар $a < b$ бошад, он гоҳ $b > a$ аст.

Дар ҳақиқат, агар $a - b$ адади мусбат бошад, он гоҳ адади ба он муқобил, ки ба фарқи $b - a$ баробар аст, адади манфӣ мебошад ва баръакс, ҳангоми адади манфӣ будани $a - b$ фарқи $b - a$ адади мусбат аст.

Т е о р е м а и 2. Агар $a < b$ ва $b < c$ бошад, он гоҳ $a < c$ аст.

Нишон додан даркор аст, ки фарқи $a - c$ адади манфист. Ба ин фарқ ададҳои b ва $-b$ -ро ҳамчун қарда ҳосил мекунем:

$$a - c = a - c + b - b = (a - b) + (b - c).$$

Мувофиқи шарт $a < b$ ва $b < c$ аст. Аз ҳамин сабаб ҳамчунин ададҳои $a - b$ ва $b - c$ ададҳои манфӣанд. Пас, суммаи онҳо низ адади манфӣ мебошад. Аз ин ҷо $a < c$.

Айнан ҳамин тавр исбот кардан мумкин аст, ки агар $a > b$ ва $b > c$ бошад, он гоҳ $a > c$ аст.



Расми 12.

Тасвири геометрии ин хосиятҳо дар расми 12 оварда шудааст.

Т е о р е м а и 3. Агар $a < b$ бошад, он гоҳ барои адади дилхоҳи c нобаробарии $a + c < b + c$ ҷой дорад.

Мувофиқи шарт $a < b$ аст, бинобар ин, $a - b$ адади манфист. Аз ҳамин сабаб фарқи $(a + c) - (b + c)$, ки ба $a - b$ баробар аст, низ адади манфӣ мебошад. Пас, $a + c < b + c$ аст.

Ҳамин тариқ, агар ба ҳар ду қисми нобаробарӣ адади дилхоҳ ҳамчун қарда шавад, аломати нобаробарӣ аз ин тағйир намеёбад.

Х у л о с а и 1. Агар аз ҳар ду қисми нобаробарӣ ягон адад тарҳ карда шавад, он гоҳ аломати нобаробарӣ тағйир намеёбад.

Дар ҳақиқат, агар $a < b$ бошад, он гоҳ мувофиқи теоремаи 3 $a + (-c) < b + (-c)$ ё $a - c < b - c$ мебошад.

Х у л о с а и 2. Адади дилхоҳро аз як қисми нобаробарӣ ба қисми дигараш бо тағйир додани аломаташ гузаронидан мумкин аст.

Бигузур $a < b + c$ аст. Аз ҳар ду қисми ин нобаробарӣ адади $-c$ -ро тарҳ карда, мувофиқи хулосаи 1 ҳосил мекунем: $a - c < b + c - c$. Аз ин ҷо $a - c < b$.

Т е о р е м а и 4. Агар $a < v$ ва c адади мусбат бошад, он гоҳ $ac < vc$ аст. Агар $a < v$ ва c адади манфӣ бошад, он гоҳ $ac > vc$ аст.

Фарқи $ac - vc$ -ро ба намууди ҳосили зарб тасвир мекунем:

$$ac - vc = c(a - v).$$

Азбаски $a < v$ аст, пас $a - v$ адади манфист. Агар $c > 0$ бошад, он гоҳ ҳосили зарб $c(a - v)$ адади манфӣ мебошад. Бинобар ин, $ac < vc$ аст. Агар $c < 0$ бошад, он гоҳ ҳосили зарб $c(a - v)$ адади мусбат мебошад. Пас, $ac > vc$ аст.

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии $\frac{1}{4} < 0,26$ -ро ба 3 зарб

намуда, нобаробарии $\frac{3}{4} < 0,78$ -ро ҳосил менамоем. Агар худи ҳамон нобаробариро ба -4 зарб намоем, нобаробарии $-1 > -1,04$ ҳосил мешавад.

Қайд кардан ба маврид аст, ки аз теоремаи 4 ҳангоми $c = -1$ будан бармеояд: агар $a < v$ бошад, он гоҳ $-a > -v$ аст.

У л о с а и 3. Агар $a < v$ ва c адади мусбат бошад, он гоҳ

$\frac{a}{c} < \frac{v}{c}$ аст. Агар $a < v$ ва c адади манфӣ бошад, он гоҳ $\frac{a}{c} > \frac{v}{c}$ аст.

Дар ҳақиқат, агар $c > 0$ бошад, он гоҳ $\frac{1}{c} > 0$ аст ва аз рӯи

теоремаи 4 $a \cdot \frac{1}{c} < v \cdot \frac{1}{c}$ ё $\frac{a}{c} < \frac{v}{c}$ аст. Агар $c < 0$ бошад, он гоҳ

$\frac{1}{c} < 0$ ва мувофиқи теоремаи 4 $a \cdot \frac{1}{c} > v \cdot \frac{1}{c}$ ё $\frac{a}{c} > \frac{v}{c}$ аст.

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии $0,99 < 1$ -ро мувофиқан ба 3 ва ба -9 тақсим карда, нобаробариҳои $0,33 < \frac{1}{3}$ ва $-0,11 > -\frac{1}{9}$ -ро ҳосил мекунем.

У л о с а и 4. Агар ҳосили зарби ададҳои a ва v адади мусбат ва $a < v$ бошад, он гоҳ $\frac{1}{a} > \frac{1}{v}$ мешавад.

Барои исбот кифоя аст, ки ҳар ду қисми нобаробарии $a < v$ -ро ба адади мусбати av тақсим намоем.

Рафту агар $av < 0$ бошад, он гоҳ аз $a < v$ нобаробарии $\frac{1}{a} < \frac{1}{v}$

бармеояд.

М и с о л. Ба периметри квадрати тарафаш ба a см баробар, баҳо медиҳем, агар маълум бошад, ки $4,1 \text{ см} \leq a \leq 4,2 \text{ см}$ аст.

Пеш аз ҳама қайд менамоем, ки ба бузургӣ баҳо додан маънои нишон додани ду адад ро дорад, ки ин бузургӣ аз якеаш хурд набуда, аз дигараш калон нест.

Периметри квадрат мувофиқи формулаи $p=4a$ ҳисоб карда мешавад. Ҳар ду қисми нобаробариҳои $4,1 \leq a$ ва $a \leq 4,2$ -ро ба 4 зарб карда, натиҷаро дар намуди нобаробарии дучанда менависем:

$$4,1 \cdot 4 \leq 4 \cdot a \leq 4,2 \cdot 4; \quad 16,4 \leq p \leq 16,8.$$

Инак, периметри квадрати мазкур аз 16,4 см калон, вале аз 16,8 см хурд мебошад.

?

1. Теоремаҳои 1-4-ро, ки хосиятҳои асосии нобаробариҳои адади ро ифода мекунанд, баён кунед. 2. Агар ҳар ду тарафи нобаробари ро ба нул зарб кунем, чӣ ҳосил мешавад? 3. Теоремаҳои 2-4-ро барои нобаробариҳои дорои аломати $>$ баён кунед ва онҳо ро исбот намоед.

694. Маълум, ки $a < v$ аст. Ададҳои a ва $v+1$; $a-2$ ва v ; $a-4$ ва $v+3$; $a+2$ ва $v-2$ -ро, агар мумкин бошад, муқоиса кунед.

695. Ба ҳар ду қисми нобаробарии $-1 < 2$ ададро ҳамчун кунед:
а) 4; б) -3; в) 2,3; г) $-2x$; д) $a+v$; е) $a-v$.

696. Аз ҳар ду қисми нобаробарии $2 > 1$ ададро тарҳ кунед:
а) 2; б) -5; в) 4,1; г) $-3y$; д) a^2 ; е) a^2-v^2 .

697. Ҳар ду қисми нобаробарии $-3 < 4$ -ро ба 2; ба 1; ба $\frac{1}{2}$; ба -1 зарб намоед.

698. Ҳар ду қисми нобаробарии $8 > -2$ -ро ба 3; ба -3; ба -1; ба 4 тақсим намоед.

699. Маълум, ки: а) $a-2 > v-2$ ва $v > 3$; б) $a-7 > v-7$ ва $a < -10$;
в) $ba > bv$ ва $v > \frac{1}{3}$; г) $-3a > -3v$ ва $v < -\frac{1}{2}$ нобаробариҳои дурустанд. Аломати ададҳои a ва v чӣ гунаанд?

700. Нобаробарии $a > b$ дуруст аст. Нобаробариеро нависед, ки он ҳангоми:

а) ба ҳар ду қисми нобаробарии мазкур чамъ намудани адади 3 ҳосил мешавад;

б) аз ҳар ду қисми нобаробарии мазкур тарҳ намудани адади 4 ҳосил мешавад;

в) ба 7 зарб намудани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад;

г) ба $-2,3$ зарб намудани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад;

д) ба 4 тақсим кардани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад;

е) ба -1 тақсим кардани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад.

701. Маълум, ки $a < b$ аст. Ба қойи * аломати $< \ddot{e} >$ -ро гузored, ки нобаробарии дуруст ҳосил шавад:

а) $-2,7a < -2,7b$; б) $0,11a < 0,11b$; в) $\frac{a}{5} < \frac{b}{5}$; г) $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$.

702. Аломати адади a чӣ гуна аст, агар маълум бошад, ки:

а) $3a < 2a$; б) $9a > 4a$; в) $-2a < 2a$; г) $-6a > 2a$?

703. Маълум, ки $a > b$ аст. Дар асоси кадом теоремаҳо тасдиқ кардан мумкин аст, ки нобаробарии зерин дуруст аст:

а) $-2a < -2b$; б) $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$; в) $3a+9 > 3b+9$;

г) $0,1a-0,6 > 0,1b-0,6$; д) $2-a < 2-b$; е) $3 - \frac{a}{2} < 3 - \frac{b}{2}$?

704. Нобаробариеро сода намоед:

а) $2m^2-5m+6 > 2m^2-10m+5$; б) $(a-3)^2 < (4+a)(4-a)$;

в) $(x-1)(x+2) > (x+1)(x-2)$; г) $(b-2)(b^2+2b+4) < b^3$.

705. Маълум, ки a , b , c ва d ададҳои мусбат ва дар айни ҳол

$a > b$, $d < b$, $c > a$ аст. Ададҳои $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{d}$ -ро аз рӯи афзуншавиашон қойгир кунед.

706. Маълум, ки $3 < a < 4$ аст. Нобаробарии дучандаро, ки барои ифодаи зерин дуруст аст, нависед:

а) $3a$; б) $-a$; в) $a+1$; г) $3-a$; д) $0,4a+1$.

707. $3 < x < 7$ буданро дониста, ба ифодаи зерин баҳо диҳед:

а) $4x$; б) $-5x$; в) $x-3$; г) $3x+4$.

708. Ба периметри секунҷаи баробаргарафи тарафаш a см буда баҳо диҳед, агар маълум бошад, ки $2,9 < a < 3$ аст.

709. Ба тарафи квадрат баҳо диҳед, агар маълум бошад, ки барои периметри он p нобаробарии дучандаи $1,6 \leq p \leq 1,64$ дуруст аст.

710*. Ба қимати ифодаи $\frac{1}{x}$ баҳо диҳед, агар:

а) $3 < x < 5$; б) $0,125 < x < 0,25$ бошад.

Машқҳо барои тақрир

711. Санҷед, ки ҳангоми қимати x ба 0, 1, 2 ва 3 баробар будан ифодаҳои $(x^2+3x)(3x^2-3x+2)$ ва $4x^2(x^2+1)$ қимати баробар қабул мекунад. Оё онҳо айниятан ба ҳамдигар баробаранд?

712. Қимати бисёрҷузғии x^2-4x+1 -ро ҳангоми $x = 2 - \sqrt{3}$ будан ёбед.

713. Муодиларо ҳал намоед:

а) $\frac{x^2 - 4}{x} = \frac{3 + 2x}{2}$; б) $\frac{1 + x - 6x^2}{3x + 1} = x$.

714*. Касри давриро ба касри одӣ баргардонед:

а) $1,2(11)$; б) $0,10(27)$.

36. ЧАМЪ ВА ЗАРБИ НОБАРОВАРИҶОИ АДАДИ

Амалҳои ҷамъ ва зарби нобаровариҳои ададиро дида мебароем.

Теоремаи 5. Агар $a < b$ ва $c < d$ бошад, он гоҳ $a+c < b+d$ аст.

Ба ҳар ду қисми нобаровариҳои $a < b$ адади c ва ба ҳар ду қисми нобаровариҳои $c < d$ адади b -ро ҷамъ карда, нобаровариҳои $a+c < b+c$ ва $c+b < d+b$ -ро ҳосил мекунем. Аз ин ду нобаровариҳои мувофиқи теоремаи 1 бармеояд, ки $a+c < b+d$ аст.

Масалан, аз $2 < 3$ ва $-5 < -4$ бармеояд, ки $-3 < -1$ аст. Инчунин аз нобаровариҳои $1,2 > 1,1$ ва $-1 > -2$ бармеояд, ки $0,2 > -0,9$ мебошад.

Теорема ҳангоми аъзо ба аъзо ҷамъ кардани якҷанд нобаровариҳо низ дуруст мебошад.

Ҳамин тарик, нобаробариҳои аломаташон якхеларо аъзо ба аъзо чамъ кардан мумкин аст. Натиҷаи чамъ нобаробарии дуруст мебошад.

Т е о р е м а и б. Агар a, b, c ва d ададҳои мусбат, $a < b$ ва $c < d$ бошад, он гоҳ $ac < bd$ аст.

Ҳар ду қисми $a < b$ -ро ба адади мусбати c ва ҳар ду қисми $c < d$ -ро ба адади мусбати b зарб карда, мувофиқи теоремаи 4 нобаробариҳои дурусти $ac < bc$ ва $cb < db$ -ро ҳосил мекунем. Аз ин ду нобаробарӣ мувофиқи теоремаи 1 бармеояд, ки $ac < bd$ аст.

Масалан, аз нобаробариҳои $2 < 2,1$ ва $3 < 4$ бармеояд, ки $6 < 8,4$ аст. Инчунин аз $2,1 > 1,8$ ва $5 > 4$ бармеояд, ки $10,5 > 7,2$ мебошад.

Теорема ҳангоми аъзо ба аъзо зарб кардани якчанд нобаробариҳои қисмҳои чапу росташон аз ададҳои мусбат иборатбуда низ дуруст мебошад.

Ҳамин тарик, нобаробариҳои ададии якхеларо, ки ҳамаи аъзоҳояшон мусбатанд, аъзо ба аъзо зарб кардан мумкин аст. Натиҷаи чунин зарбкунӣ нобаробарии дуруст мебошад.

Қайд мекунем, ки агар нобаробариҳои дурусти $a < b$ ва $c < d$ адади манфӣ дошта бошанд, он гоҳ нобаробарии $ac < bd$ нодуруст буданаш мумкин аст. Масалан, агар нобаробариҳои дурусти $-4 < 2$ ва $-5 < 3$ -ро аъзо ба аъзо зарб намоем, нобаробарии $20 < 6$ -ро ҳосил мекунем, ки он нодуруст аст.

Х у л о с а. Агар ададҳои a ва b мусбат ва $a < b$ бошад, он гоҳ барои ҳар гуна адади натуралии n $a^n < b^n$ мешавад.

n -дона нобаробариҳои дурусти $a < b$ -ро аъзо ба аъзо зарб намуда, нобаробарии дурусти $a^n < b^n$ -ро ҳосил мекунем.

Теоремаҳои исботшуда аксаран барои ба сумма, фарқ, ҳосили зарб ва ҳосили тақсим баҳо додан, истифода карда мешаванд.

Масалан, бигузур маълум бошад, ки $10 < x < 12$ ва $2 < y < 3$ аст. Талаб карда мешавад, ки ба суммаи $x+y$, фарқи $x-y$, ҳосили

зарби xy ва ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ баҳо диҳем.

1. Ба суммаи $x+y$ баҳо медиҳем.

Теоремаи аъзо ба аъзо чамъ кардани нобаробариҳоро аввал ба нобаробарии $10 < x$ ва $2 < y$, баъд ба нобаробариҳои $x < 12$ ва $y < 3$ татбиқ намуда, $12 < x+y$ ва $x+y < 15$ -ро ҳосил менамоем.

Натиҷаро дар намуди нобаробарии дучандаи $12 < x + y < 15$ менависем. Аслан ба тариқи кутоҳ менависанд:

$$10 < x < 12$$

$$2 < y < 3$$

$$\text{-----}$$
$$12 < x + y < 15.$$

2. Ба фарқи $x - y$ баҳо медиҳем.

Барои ин фарқи $x - y$ -ро ба намуди суммаи $x + (-y)$ ифода менамоем. Аввал ба $-y$ баҳо медиҳем. Азбаски $2 < y < 3$ аст, пас $-2 > -y > -3$, яъне $-3 < -y < -2$ мебошад. Акнун мувофиқи теоремаи 5 нобаробариҳои яхжеларо ҷамъ мекунем:

$$10 < x < 12$$

$$-3 < -y < -2$$

$$\text{-----}$$
$$7 < x - y < 10.$$

3. Ба ҳосили зарби xy баҳо медиҳем.

Теоремаи аъзо ба аъзо зарб кардани нобаробариҳоро татбиқ намуда, ҳосил мекунем:

$$10 < x < 12$$

$$2 < y < 3$$

$$\text{-----}$$
$$20 < xy < 36$$

(Ададҳои x ва y дар байни ададҳои мусбат ҷойгиранд, бинобар ин, онҳо низ ададҳои мусбатанд, барои ҳамин аз $10 < x$ ва $2 < y$ нобаробарии $20 < xy$, аз $x < 12$ ва $y < 3$ нобаробарии $xy < 36$ бармеояд).

4. Ба ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ баҳо медиҳем.

Барои ин ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ -ро дар намуди ҳосили зарби $x \cdot \frac{1}{y}$

ифода карда, ба қимати ифодаи $\frac{1}{y}$ баҳо медиҳем. Азбаски $2 < y < 3$

аст, бинобар ин $\frac{1}{2} > \frac{1}{y} > \frac{1}{3}$, яъне $\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$. Мувофиқи теоремаи

аъзо ба аъзо зарб кардани нобаробариҳо ҳосил мекунем:

$$10 < x < 12$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{10}{3} < \frac{x}{y} < 6$$

Қ а й д. Дар б.ІІ §5.14 мо бо мақсади васеъ кардани доираи машқҳо ду хосияти решаи квадратии арифметикиро беисбот оварда будем. Ҳоло теоремаи 6-ро истифода карда онҳоро исбот мекунем.

I. Аз адади дилхоҳи мусбат танҳо якто решаи квадратии арифметикӣ баровардан мумкин аст.

Масалан, чӣ тавре медонем, $\sqrt{25} = 5$ аст. Рафту агар боз $\sqrt{25} = v$ ва $v \neq 5$ бошад, он гоҳ $v > 5$ ё $v < 5$ аст. Агар $v > 5$ бошад, он гоҳ ин нобаробарию бо худ зарб карда, нобаробарии $v^2 > 5^2$ ё $v^2 > 25$ -ро ҳосил мекунем, ки вай ба баробарии $v^2 = 25$ зид аст. Айнан ҳамин тавр, агар $0 \leq v < 5$ бошад, он гоҳ $v^2 < 25$ -ро ҳосил мекунем. Ҳамин тариқ, адади v , ки ба 5 баробар нест, решаи квадратии арифметикӣ аз 25 шуда наметавонад.

II. Агар $a > v > 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{v}$ аст.

Дар ҳақиқат, агар $\sqrt{a} < \sqrt{v}$ бошад, он гоҳ ин нобаробарию бо худ зарб карда, нобаробарии $a < v$ -ро ҳосил мекунем, ки ин ба шарт зид аст.

?

1. Теоремаҳои аъзо ба аъзо чамъ ва зарб кардани нобаробариҳоро баён намоед. 2. Теоремаҳои 5 ва 6-ро барои нобаробариҳои дорои аломати $>$ баён кунед ва онҳоро исбот намоед.

715. Нобаробариҳоро аъзо ба аъзо чамъ кунед:

а) $6 > 2,5$ ва $-7 > -9$; б) $-1,5 < -0,5$ ва $-4,5 < -1,5$.

716. Нобаробариҳоро аъзо ба аъзо зарб кунед:

а) $5 > 3$ ва $6 > 5$; б) $8 < 9$ ва $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

717. Оё барои ададҳои мусбати a ва b дуруст аст, ки:

а) агар $a > b$ бошад, он гоҳ $a^2 > b^2$;

б) агар $a^2 > b^2$ бошад, он гоҳ $a > b$?

718*. Оё барои ададҳои мусбати a ва b дуруст аст, ки:

а) агар $a > b$ бошад, он гоҳ $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$;

б) агар $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$; бошад, он гоҳ $a > b$?

719*. Маълум, ки $1 < a < 2$ ва $3 < b < 4$ аст. Ба: а) $a+b$; б) $a-b$;

в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ баҳо диҳед.

720. Маълум, ки $4 < x < 6$ ва $8 < y < 9$ аст. Ба: а) $x+y$; б) $x-y$;

в) xy ; г) $\frac{x}{y}$ баҳо диҳед.

721. $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ ва $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ буданро доништа, ба:

а) $2 + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ баҳо диҳед.

722. Баҳои асоси секунҷаи баробарпаҳлу a ва тарафи паҳлуи он b , ки бо сантиметрҳо ифода шудаанд, маълуманд:

$$18 \leq a \leq 20 \quad \text{ва} \quad 31 \leq b \leq 33.$$

Ба периметри ин секунҷа баҳо диҳед.

723. Дарозии росткунҷа a ва бари он b -ро чен карда (бо сантиметрҳо), муайян намудаанд, ки $2,3 < a < 2,4$ ва $3,2 < b < 3,3$ аст.

Ба периметр ва масоҳати росткунҷа баҳо диҳед.

724. Баҳои дарозӣ a ва бари хонаи росткунҷашакл b маълум аст (бо ҳисоби метр):

$$7,5 \leq a \leq 7,6; \quad 5,4 \leq b \leq 5,5.$$

Агар барои китобхона хонаи масоҳаташ на камтар аз 40 м^2 лозим бошад, ин хонаро барои китобхона истифода кардан мумкин аст?

725. Бигузур α ва β кунҷҳои секунҷаанд ва маълум аст, ки

$$61^\circ \leq \alpha \leq 62^\circ, \quad 109^\circ \leq \beta \leq 110^\circ.$$

Ба бузургии кунҷи сеюми секунҷа баҳо диҳед.

Машқҳо барои тақрор

726. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{2,5x - 2y}{2} - 2x = 3, \\ \frac{3x - 2y}{3} + 4 = 3x. \end{cases}$$

727. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$855:72=285:x.$$

728. Ифодаро сода намоед:

$$\frac{6a}{9a^2 - 1} + \frac{3a + 1}{3 - 9a} + \frac{3a - 1}{6a + 2}.$$

729. Исбот кунед, ки:

а) ҳангоми $a > 0$ будан $4a + \frac{1}{a} \geq 4$;

б) ҳангоми $v < 0$ будан $16v + \frac{1}{v} \leq -8$ аст.

§ 12. НОБАРОВАРИҶОИ ХАТТИИ ЯКТАҒЎИРЁБАНДАДОР

37. ФОСИЛА ВА ПОРЧАИ АДАДӢ

Нуқтаҳои координаташон ба -4 ва 3 баробарро дар хати ростии координатавӣ қайд менамоем (расми 13).



Расми 13.

Агар нуқтаи x дар байни нуқтаҳои қайдшуда ҷойгир бошад, он гоҳ ба он адади аз -4 калону аз 3 хурд мувофиқ меояд.

Баръакси ин тасдиқ низ дуруст аст: Агар адади x шарти $-4 < x < 3$ -ро қонеъ намояд, он гоҳ вай ба нуқтаи дар байни нуқтаҳои координаташон -4 ва 3 ҷойгирбуда тасвир меёбад. Маҷмӯи ҳамаи ададҳо, ки шарти $-4 < x < 3$ -ро қаноат мекунонанд, *фосилаи ададӣ* ё умуман *фосилаи* аз -4 то 3 ном дорад ва чунин

ишора карда мешавад: $(-4; 3)$ (ин тавр хонда мешавад: «фосилаи аз -4 то 3 »). Ин фосила дар расми 14 тасвир шудааст.



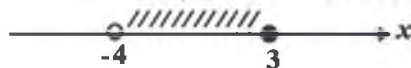
Расми 14.



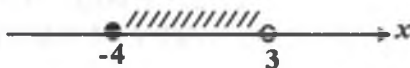
Расми 15.

Рафту адади x шарти $-4 \leq x \leq 3$ -ро қаноат намоянд, он гоҳ вай бо нуқтае тасвир карда мешавад, ки он ё дар байни нуқтаҳои координатаашон -4 ва 3 ҷойгир аст, ё бо яке аз онҳо ҳамҷоя мешавад. Маҷмӯи ин гуна ададҳо *порчаи ададӣ* ё умуман порчаи аз -4 то 3 ном дошта, бо $[-4; 3]$ ишорат карда мешавад (ин тавр хонда мешавад: «порчаи аз -4 то 3 »). Ин порча дар расми 15 тасвир карда шудааст.

Маҷмӯи ададҳои x , ки барояшон нобаробарии дучандаи $-4 < x < 3$ иҷро мешавад, *нимфосила* номида, бо $(-4; 3]$ ишора мекунанд («нимфосилаи аз -4 то 3 » хонда мешавад). Мувофиқан, маҷмӯи ададҳои x , ки барояшон нобаробарии дучандаи $-4 \leq x < 3$ иҷро мешавад, *нимпорча* ном дошта, бо $[-4; 3)$ ишорат карда мешавад («нимпорчаи аз -4 то 3 » хонда мешавад). Нимфосила ва нимпорча, мувофиқан дар расмҳои 16 ва 17 тасвир шудаанд.



Расми 16.



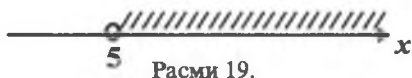
Расми 17.

Дар хати рости координатавӣ нуқтаи координатааш 5-ро қайд мекунем. Агар адади x аз 5 калон бошад, он гоҳ вай бо нуқтае тасвир меёбад, ки он дар тарафи рости нуқтаи қайдшуда ҷойгир аст (расми 18). Маҷмӯи ҳамаи нуқтаҳои x , ки шарти $x > 5$ -ро қаноат менамоянд, бо нимхати росте тасвир меёбад, ки он дар тарафи рости нуқтаи координатааш 5 ҷойгир мебошад (расми 19). Ин маҷмӯъро фосилаи аз 5 то плюс беохир менаманд ва чунин ишора мекунанд: $(5; +\infty)$ (ин тавр хонда мешавад: «фосилаи аз 5 то плюс беохир»).

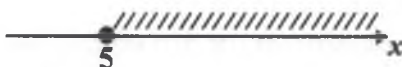
Маҷмӯи ададҳои x , ки шарти $x \geq 5$ -ро қаноат менамоянд, бо худӣ ҳамон нимхати рости, ки нуқтаи координатааш 5-ро низ дар бар мегирад, тасвир карда мешавад (расми 20). Онро бо $[5; +\infty)$ ишорат менамоянд (чунин хонда мешавад: «нимпорчаи аз 5 то плюс беохир»).



Расми 18.

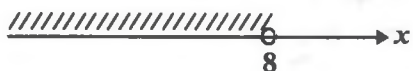


Расми 19.

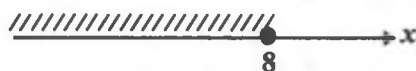


Расми 20.

Маҷмуи ададҳои x , ки барояш яке аз нобаробариҳои $x < 8$ ё $x \leq 8$ иҷро мешавад, мувофиқан бо $(-\infty; 8)$ ё бо $(-\infty; 8]$ ишора карда мешавад. Навишти $(-\infty; 8)$ -ро «фосилаи аз минус беохир то 8» хонда, навишти $(-\infty; 8]$ -ро «нимпорчаи аз минус беохир то 8» мехонанд.



Расми 21.



Расми 22.

Тамоми хати рости координатавӣ маҷмуи ҳамаи ададҳои ҳақиқӣ – R -ро тасвир мекунад. Ин маҷмуъро бо $(-\infty; +\infty)$ ишорат мекунанд.

Порчаҳои $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ -ро дар хати рости координатавӣ тасвир карда, мебинем, ки порчаи $[2; 4]$ қисми умумии онҳо аст (расми 23).



Расми 23.



Расми 24.

Т а ъ р и ф и 1. Қисми умумии маҷмуъҳои A ва B буриши ин маҷмуъҳо ном дорад.

Буриши маҷмуъҳои A ва B -ро бо $A \cap B$ ишорат мекунанд. Чӣ тавре дидем, порчаи $[2; 4]$ буриши маҷмуъҳои $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ аст. Ҳамин тариқ,

$$[1; 4] \cap [2; 6] = [2; 4].$$

Порчаҳои $[0; 3]$ ва $[5; 9]$ дорои элементҳои умумӣ нестанд (расми 24). Агар маҷмуъҳо дорои элементҳои умумӣ набошанд, он гоҳ мегӯянд, ки буриши онҳо маҷмуи холист. Ё мегӯянд, ки онҳо ҳамдигарро намебуранд. Маҷмуи холӣ бо аломати \emptyset ишорат карда мешавад. Ҳамин тариқ,

$$[0; 3] \cap [5; 9] = \emptyset.$$

Ҳар як адади порчаи [1; 6] (ниг. ба расми 23) ақаллан ба яке аз порчаҳои [1; 4] ва [2; 6] ва ё ба ҳар дуи ин порчаҳо тааллуқ дорад. Мебинем, ки [1; 6] аз ҳамчоя шудани ду порчаи [1; 4] ва [2; 6] ҳосил шудааст.

Т а ъ р и ф и 2. Маҷмӯе, ки он аз элементҳои ба маҷмӯҳои A ва B тааллуқ дошта иборат аст, ҳамчояшавии ин маҷмӯҳои номида мешавад.

Ҳамчояшавии маҷмӯҳои A ва B -ро бо $A \cup B$ ишора мекунанд. Чӣ тавре дидем, порчаи [1; 6] ҳамчояшавии порчаҳои [1; 4] ва [2; 6] мебошад. Ҳамин тариқ,
 $[1; 4] \cup [2; 6] = [1; 6]$.

Бояд қайд кард, ки ҳамчояшавии фосила (порча)-ҳо на ҳамеша аз фосила (порча) иборат аст. Масалан, маҷмӯи $[0; 3] \cup [5; 9]$ порча нест (ниг. ба расми 24).

Чанд мисоли дигари буриш ва ҳамчояшавии маҷмӯҳоро меорем. Буриши маҷмӯи ададҳои бутуни ғайриманфӣ ва маҷмӯи ададҳои бутуни ғайримусбат адади нул буда, ҳамчояшавиашон маҷмӯи ҳамаи ададҳои бутун мебошад. Буриши маҷмӯҳои ададҳои мусбат ва манфӣ маҷмӯи холист, вале ҳамчояшавии онҳо маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ (ғайр аз нул)-ро ташкил медиҳад.

Буриши маҷмӯи ададҳои ратсионалӣ Q бо маҷмӯи ададҳои ирратсионалӣ J , маҷмӯи ҳоли буда, ҳамчояшавии онҳо маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ аст. Ҳамин тариқ,

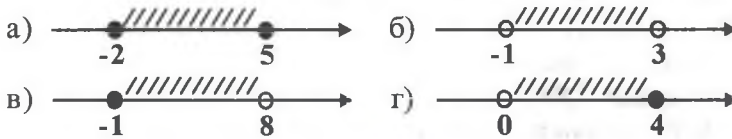
$$Q \cap J = \emptyset, \quad Q \cup J = R = (-\infty; +\infty).$$

1. Фосила, порча, нимфосила ва нимпорчаро дар хати рости координатавӣ тасвир намоед ва ишорати онҳоро нависед. Хусусияти фарқкунандаи якеи онҳоро аз дигарҳояшон номбар кунед. 2. Ишораҳои $(-\infty, a)$, $(-\infty, a]$, $(a, +\infty)$ ва $[a, +\infty)$ -ро шарҳ диҳед. Адади ба ин маҷмӯҳо тааллуқдошта кадом нобаробариро қаноат менамояд? 3. Буриш ва ҳамчояшавии ду маҷмӯъ гуфта, чӣ гуна маҷмӯро меноманд? Мафҳумҳоро бо мисолҳо шарҳ диҳед. Магар ҳамчояшавии ду порча ҳамеша порча аст? 4. Маҷмӯи ҳоли чист? Вай чӣ тавр ишорат карда мешавад?

730. Маҷмӯро дар хати рости координатавӣ тасвир намоед:

- а) [-2; 3]; б) (-4; 4); в) (0; 3]; г) [-5; 0);
 д) (2; +∞); е) [3; +∞); ж) (-∞; 3]; з) (-∞; -2).

731. Маҷмуи дар расм тасвиршударо дар шакли нобаробарии дучанда нависед:



732. Дар хаџи рости координатаџи маҷмуъро тасвир намоед:

- а) (4; 7); б) [1; 8]; в) $(-\infty; 1)$; г) $[10; +\infty)$.

733. Дар хаџи рости координатаџи маҷмуи ададҳоеро, ки онҳо нобаробарии:

- а) $x \geq -2$; б) $x \leq 3$; в) $x > 7$; г) $x < -4$

-ро қаноат менамоџанд, тасвир кунед.

734. Дар хаџи рости координатаџи маҷмуи ададҳоеро, ки онҳо нобаробарии дучандаи:

- а) $-1,5 \leq x \leq 3$; б) $-1 < x < 1,2$; в) $-4 \leq x \leq -2\frac{1}{5}$; г) $1 < x \leq 5,6$

-ро қаноат менамоџанд, тасвир кунед.

735. Оџ адади: -4; -5; 5; 7,5; -4,6; -4,8 ба фосилаи (-5; 7,5) тааллуқ дорад?

736. Оџ адади: -7; -6; -5,2; -1,5; -1; -6,5 ба порчаи [-6; -1] тааллуқ дорад?

737. Кадоме аз ададҳои -1,6; -1,5; -1; 0; 3; 5,1; 6,5 ба

- а) [1,5; 6,5]; б) $(3; +\infty)$; в) $(-\infty; 1]$ тааллуқ доранд?

738. Оџ адади: а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\sqrt{5}$; г) $\sqrt{6}$ ба фосилаи (1,5; 2,4) тааллуқ дорад?

739. Ду адади мусбат ва ду адади манфиро номбар кунед, ки инҳо ба:

а) фосилаи (-3; 2); б) порчаи [-1; 1] тааллуқ дошта бошанд.

740. Кадоме аз ададҳои бутун ба: а) фосилаи (-5; 2); б) порчаи [-2; 6] тааллуқ доранд?

741. Ададҳои бутунро, ки ба: а) фосилаи (-4; 4); б) нимфосилаи (-3; 5]; в) нимпорчаи [-3; 5); г) порчаи [0; 8] тааллуқ доранд, номбар кунед.

742. Адади қалонтарини бутунро џбед, ки он ба: а) фосилаи (-8; 10); б) нимфосилаи (-11; 1]; в) нимпорчаи [-0,1; 4,2); г) порчаи

[-12; -9]; д) нимфосилаи $(-\infty; 28]$; е) фосилаи $(-\infty; 7)$ тааллуқ дорад.

743. Адади хурдтарини бутунро ёбед, ки он ба: а) фосилаи $(-7; 8)$; б) порчаи $[2; 5,2]$; в) фосилаи $(-2; +\infty)$; г) нимпорчаи $[3; +\infty)$ тааллуқ дорад.

744. Оё адади 0,99 ба фосилаи $(-\infty; 1)$ тааллуқ дорад? Ду адади аз 0,99 калонеро ёбед, ки ба ин фосила тааллуқ дошта бошанд. Оё адади калонтарини ба ин фосила тааллуқдоштаро ёфтан мумкин аст? Оё дар ин фосила адади хурдтарин вучуд дорад?

745. Хати рости координатавиرو истифода карда, буриши маҷмуъҳоро ёбед:

- а) $(1; 6)$ ва $(4; 9)$; б) $[-3; 3]$ ва $[-5; 5]$;
в) $(4; +\infty)$ ва $(7; +\infty)$; г) $(-\infty; 10)$ ва $(-\infty; 6)$.

746. Дар хати рости координатави ҳамаҷояшавии маҷмуъҳоро ёбед:

- а) $[-6; 0]$ ва $[-2; 4]$; б) $(-3; 2)$ ва $(8; 10)$;
в) $(-\infty; 3)$ ва $(7; +\infty)$; г) $[2; +\infty)$ ва $(5; +\infty)$.

747. Хати рости координатавиру истифода карда, буриш ва ҳамаҷояшавии маҷмуъҳоро ёбед:

- а) $(-4; +\infty)$ ва $(3; +\infty)$; б) $(-\infty; 3)$ ва $[0; +\infty)$;
в) $(-\infty; 4)$ ва $(-\infty; 7)$; г) $[1; 6]$ ва $[0; 9]$.

Машқҳо барои такрор

748. Дар силсилаи баробариҳои зерин хаторо ёбед:

$$1-3=4-6; \quad 1-3+\frac{9}{4}=4-6+\frac{9}{4}; \quad \left(1-\frac{3}{2}\right)^2=\left(2-\frac{3}{2}\right)^2;$$

$$\sqrt{\left(1-\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(2-\frac{3}{2}\right)^2}; \quad 1-\frac{3}{2}=2-\frac{3}{2}; \quad 1=2?$$

749. Нобаробарии $a^2+3>2a$ -ро исбот кунед.

750. Суръати заврақи мотордор дар оби ором 18 км/соат аст. Вай ба самти чараёни дарё назар ба муқобили чараёни дарё 12 км-ро 9 дақиқа тезтар шино менамояд. Суръати чараёни дарёро ёбед.

751. Муодилаи квадратии ислоҳшударо нависед, ки решаҳои ба -2 ва ба 4 баробаранд.

752. Функция бо формулаи $y = \frac{4x-1}{2x-1}$ дода шудааст. Барои кадом қимати x қимати функция ба -1 баробар аст.

38. ҲАЛЛИ НОБАРОВАРИҶОИ ҲАТӢ

Нобаровариҳои $2x-9>3$ барои баъзе қиматҳои тағйирёбандаи x нобаровариҳои дуруст буда, барои қиматҳои дигари он нобаровариҳои нодуруст шуда метавонад. Масалан, ҳангоми $x=7$ будан, нобаровариҳои дурусти $2\cdot7-9>3$ ҳосил мешавад, вале агар $x=4$ бошад, ба нобаровариҳои нодурусти $2\cdot4-9>3$ доро мешавем. Дар чунин маврид мегӯянд, ки адади 7 ҳалли нобаровариҳои $2x-9>3$ аст ё $x=7$ нобаровариҳо қаноат менамояд. Ба осонӣ нишон додан мумкин аст, ки, масалан, ҳар яке аз ададҳои 50, 100, 170, 10000 ҳалҳои нобароварианд ва баръакс, ададҳои 4; 2; 0; 2; -5 ҳалҳои нобаровари нестанд.

Т а ъ р и ф. Қимати тағйирёбанда, ки нобаровариҳо ба нобаровариҳои дурусти адади мубаддал мегардонад, ҳалли нобаровариҳои номида мешавад. Масалан, адади 3 ҳалли нобаровариҳои $4(5-x)>5x-9$ аст, чунки ҳангоми $x=3$ будан, нобаровариҳои дурусти адади $8>6$ ҳосил мешавад. Баръакс, адади $x=4$ ҳалли нобаровариҳои нест, чунки барои ин қимат нобаровариҳои $4>11$ ҳосил мешавад, ки он нодуруст аст.

Ҳал кардани нобаровариҳои аз ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё аз исботи вучуд надоштани ҳалҳои иборат аст. Нобаровариҳои, ки ҳалҳои яхела доранд, нобаровариҳои баробарқувва номида мешаванд. Нобаровариҳои ҳалнадошта низ баробарқувва ҳисоб карда мешаванд. Масалан, нобаровариҳои $x+1>2+x$ ва $x^2<0$ ба ҳамдигар баробарқувваанд, чунки онҳо ҳал надоранд.

Ёфтани ҳалли нобаровариҳои ба истифодаи хосиятҳои асосии нобаровариҳои адади, ки онҳо бо теоремаҳои 1-4 ва хулосаҳои онҳо баён шудаанд, асос карда шудааст. Он хулосаҳо, ки маҳз ба ёфтани ҳалли нобаровариҳои мутобиқ карда шудаанд, аз нав меорем:

1). Агар ҳамешавандаро аз як қисми нобаровариҳои ба қисми дигараш гузаронем, нобаровариҳои ба он баробарқувва ҳосил мешавад;

2). Агар ҳар ду қисми нобаровариҳо ба як адади мусбат зарб ё тақсим кунем, нобаровариҳои ба он баробарқувва ҳосил мешавад;

3). Агар ҳар ду қисми нобаробариро ба як адади манфӣ зарб ё тақсим кунем ва дар айнаи ҳол аломати нобаробариро ба муқобилаш иваз намоем, нобаробарии ба он баробарқувва ҳосил мешавад.

Масалан, нобаробарии

$$24+8x>0$$

ба нобаробарии $8x>-24$ баробарқувва аст. Охириин бошад, ба нобаробарии $x>-3$ баробарқувва мебошад.

Акнун мисолҳои ҳалли нобаробариҳои ба ном *хаттиро* муоина менамоем.

М и с о л и 1. Нобаробарии $17x>12x+35$ -ро ҳал мекунем.

Чамъшавандаи $12x$ -ро бо аломати муқобил аз қисми ростии нобаробарӣ ба қисми чапи он мегузaronем:

$$17x-12x>35.$$

Ислоҳкунии аъзоҳои монандро иҷро карда,

$$5x>35$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳар ду қисми нобаробарии охириро ба 5 тақсим намуда, ба нобаробарии

$$x>7$$

доро мешавем.

Маҷмӯи ҳалҳои нобаробарӣ аз ҳамаи ададҳои аз 7 калон иборат аст. Ин маҷмӯъ бо фосилаи ададии $(7; +\infty)$ ифода карда мешавад, ки он дар расми 25 акс ёфтааст.



Расми 25.

Ҷавобро дар намуди фосилаи ададии $(7; +\infty)$ ё дар намуди нобаробарии $x>7$, ки фосилаи мазкурро ифода менамояд, навиштан мумкин аст.

М и с о л и 2. Нобаробарии $45x-26(2x+1)>3x+16$ -ро ҳал мекунем.

Қавси қисми чапи нобаробариро мекушоем:

$$45x-52x-26>3x+16.$$

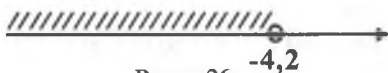
Бо аломати муқобил чамъшавандаи $3x$ -ро аз қисми ростии нобаробарӣ ба қисми чап ва чамъшавандаи -26 -ро аз қисми чап ба рост гузаронида, аъзоҳои монандро ислоҳ мекунем:

$$45x-52x-3x>16+26,$$

$$-10x>42.$$

Ҳар ду қисми нобаробарии охиринро ба -10 тақсим намуда, аломати нобаробарию ба муқобилаш иваз мекунем:

$$x < -4,2.$$



Расми 26.

Маҷмуи ҳалҳои нобаробарӣ фосилаи $(-\infty; -4,2)$ -ро, ки он дар расми 26 тасвир карда шудааст, ифода менамоем.

Ҷ а в о б: $(-\infty; -4,2)$.

М и с о л и 3. Нобаробарии $\frac{x}{5} - \frac{x}{4} \leq 2$ -ро ҳал мекунем.

Ҳар ду қисми нобаробарию ба махраҷи умумии хурдтарини касрҳои дар нобаробарӣ дохилбуда, яъне ба адади 20 зарб намуда,

$$\frac{x}{5} \cdot 20 - \frac{x}{4} \cdot 20 \leq 2 \cdot 20,$$

$$4x - 5x \leq 40$$

-ро ҳосил менамоем.

Аз ин ҷо

$$-x \leq 40,$$

$$x \geq -40.$$

Ҷ а в о б: $[-40; +\infty)$.

Э з о ҳ и 1. Ҳар як нобаробарии дар боло ҳалкардаамонро бо нобаробарии ба он баробарқувваи намудаш $ax > b$ ($ax \geq b$) ё $ax < b$ ($ax \leq b$), ки дар ин ҷо a ва b ягон ададанд, иваз кардем. Нобаробариҳои ин хел намуддоштаро *нобаробариҳои хаттии яктағйирёбандадор* меноманд.

Э з о ҳ и 2. Дар мисолҳои муоинашуда мо чунин нобаробариҳои хаттиро ҳосил намудем, ки дар онҳо коэффитсиенти назди тағйирёбанда баробари нул нест. Ҳангоми ҳал кардани нобаробариҳо бо нобаробариҳои хаттии намудашон $0 \cdot x > b$ ё $0 \cdot x < b$ дучор шудан мумкин аст. Ин нобаробариҳо ва бинобар ин, нобаробарии ибтидоии мувофиқ ё ҳал надоранд, ё адади дилхоҳ ҳалли онҳо мебошад.

М и с о л и 4. Нобаробарии $3(x+7)-7x < 2-4x$ -ро ҳал мекунем:

$$3x+21-7x < 2-4x,$$

$$3x-7x+4x < 2-21.$$

Аъзоҳои монандро ислоҳ карда, нобаробарии

$$0 \cdot x < -19$$

-ро ҳосил мекунем, ки ҳал надорад, чунки барои қиматҳои дилхоҳи x вай ба нобаробарии нодурусти $0 < -19$ мубаддал мегардад. Пас, нобаробарии додашудаи ба он баробарқувва низ дорои ҳал нест.

Ҷ а в о б: \emptyset .

?

1. Чиро ҳалли нобаробарӣ меноманд? Ҳал кардани нобаробарӣ чӣ маъно дорад? 2. Дар кадом маврид ду нобаробарӣ баробарқувваанд? Мисоли нобаробарииҳои баробарқувваро оред. 3. Хосиятҳои асосии нобаробарииҳои ададиро, ки ёфтани ҳалли нобаробарииҳо ба онҳо асос карда шудаанд, номбар намоед. 4. Чаро ҳалли нобаробарии $0 < x < v$ ҳангоми $v < 0$ будан маҷмӯи ҳоли аст?

753. Магар қимати ба: а) 4; б) -1; в) 0,5; г) 2,5 баробари x ҳалли нобаробарии $3x > 2(x-2) + 5$ аст?

754. Кадоме аз ададҳои -3; -1; -5; -0,2 ҳалли нобаробарии $8x + 1 < 3x - 4$ мебошад?

755. Ду ҳалли дилхоҳи нобаробарии $4x < x + 6$ -ро нишон диҳед.

756. Нобаробариро ҳал намоед ва маҷмӯи ҳалҳои онро дар ҳати рости координатавӣ тасвир кунед:

а) $x + 5 > 0$; б) $x - 6 < 0$; в) $x + 2,5 \leq 0$; г) $x - 0,7 \geq 0$.

757. Нобаробариро ҳал намоед:

а) $2x > 10$; б) $-2x < -8$; в) $-x \geq -2$; г) $7x \leq 9$;

д) $-5x > 10$; е) $6x \leq 0$; ж) $-\frac{1}{3}x > 6$; з) $-\frac{1}{5}x < -2$.

758. Нобаробариро ҳал карда, маҷмӯи ҳалҳои онро дар ҳати рости координатавӣ тасвир намоед:

а) $3x < 8$; б) $2x > -5$; в) $-7x \leq -12$; г) $-x < -5,5$;

д) $\frac{1}{3}x < 2$; е) $-\frac{1}{4}x \leq 0$; ж) $8x \geq -24$; з) $0,02x \leq -0,6$.

759. Се ҳалли дилхоҳи нобаробарии $4x + 1 > 9$ -ро нишон диҳед.

760. Нобаробарии $2x - 1 < 4$ -ро ҳал кунед. Оё адади: 3; $2\frac{1}{4}$;

$2\frac{4}{7}$ ҳалли ин нобаробарӣ аст?

761. Нобаробари ро ҳал намоед:

а) $4x-2,5 < 0,3$;

б) $1-3y > 2$;

в) $2x - 15 \geq -29$;

г) $4 - 2a \leq 1$;

д) $2-3x < x+4$;

е) $20 + 4x \geq 18 - x$;

ж) $36 - 6y \leq 1 - y$;

з) $21 + 6y \geq 8 + 5y$.

762. Нобаробари ро ҳал кунед ва маҷмуи ҳалҳои онро дар ҳати ростии координатавӣ тасвир намоед:

а) $7x - 2 \leq 5$;

б) $4 - 3y \geq -2$;

в) $18 - x \leq 12$;

г) $2 - 10x \geq -1$;

д) $2y - 3 \geq -1 + 4y$;

е) $8v - 1 < 12 + 7v$;

ж) $11x - 20 > x + 7$;

з) $0,2x - 2 < 7 - 0,8x$.

763. а) Барои кадом қиматҳои x қимати дуаъзогии $2x-1$ мусбат аст?

б) Барои кадом қиматҳои y қимати дуаъзогии $24-4y$ манфӣ аст?

в) Барои кадом қиматҳои z қимати дуаъзогии $4-3z$ аз 40 калон аст?

764. а) Барои кадом қиматҳои a дуаъзогии $2a-1$ аз қимати дуаъзогии $5-1,4a$ хурд аст?

б) Барои кадом қиматҳои v қимати дуаъзогии $1,5v+1$ аз қимати дуаъзогии $2+1,3v$ калон аст?

765. Нобаробари ро ҳал кунед:

а) $4y-9 > 3(y-2)$;

б) $3(x-2)-2x < 4x+1$;

в) $6x + 1 \geq 2(x - 1) - 3x$;

г) $a+2 < 5(2a+8)+52-13a$;

д) $5x+1 > 2(x-1)+3x+3$;

е) $3(x-2)+x < 4x+1$;

ж) $5(2x - 1) \leq 7x + 3$;

з) $2,5x + 4 \geq 3(x - 2) + 1$.

766. Ҳалли нобаробари ро ёбед:

а) $5(x+2)-3(x-1)-x > x$;

б) $3(2x-1)+3(x-1) > 5(x+2)+2(2x-3)$;

в) $2(2 - z) - 3(2 + z) \leq z$;

г) $6y - (y + 8) - 3(2 - y) \leq 2$;

д) $3,2(a - 6) - 1,2a \leq 3(a - 8)$;

е) $-(1-x)-(x-2) > x-5$;

ж) $3(2x - 1) - 2(x + 2) \geq 2x + 2$;

з) $2(6x - 5) + 6(2 - x) \leq 16$.

767. Нобаробари ро ҳал кунед:

а) $a(a-4)-a^2 > 12-6a$;

б) $(x-1)^2+7 > (x+4)^2$;

в) $(1+x)^2+3x^2 < (2x-1)^2+7$;

г) $2x(2x-1)-5x < 4x^2-x$.

768. Ҳалли нобаробарио ёбед:

а) $(x+3)(x-2) \geq (x+2)(x-3)$;

б) $(x+1)(x+4)+4 > (x+2)(x-3)-x$;

в) $(2x+5)^2 - (2x-1)(2x+1) \leq 15$;

г) $(2y+3)(8y-1) < (4y-1)^2$;

д) $(x+1)^2 - (x+4)^2 \leq (6-x)^2 - (3-x)^2$;

е) $(4-x)^2 - (x+6)^2 \geq (x+5)^2 - (2-x)^2$.

769. Нобаробарио ҳал кунед:

а) $4x(1-3x)-x(1-12x) < 42$;

б) $3y^2 - 2y - 3y(y-6) \geq -2$;

в) $2p(5p+2) - p(10p+3) \leq 14$;

г) $a(a-1)-(a^2+a) < 34$.

770. Нобаробарио ҳал намоед:

а) $\frac{3x}{5} > 1$; б) $\frac{x}{7} < 1$; в) $\frac{2x}{3} \leq 0$; г) $\frac{2x-1}{3} > 1$;

д) $3 > \frac{4-x}{6}$; е) $\frac{5+2x}{15} < 0$; ж) $\frac{1-3x}{70} \geq 0$; з) $5 \leq \frac{2}{7}(x+3)$;

и) $\frac{2}{3}(x-3) < 4$; к) $7 \geq \frac{9(2x-1)}{7}$; л) $\frac{3x-4}{5} \leq 0$; м) $1 > \frac{x-1}{2}$.

771. Барои кадом қиматҳои x :

а) қиматҳои касри $\frac{3x-7}{6}$ аз қиматҳои мувофиқи касри

$\frac{5-6x}{4}$ калон аст?

б) қиматҳои касри $\frac{1-3x}{10}$ аз қиматҳои мувофиқи касри $\frac{4x+5}{8}$

хурд аст?

в) қиматҳои дуаъзогии $6y-1$ аз қиматҳои мувофиқи касри

$\frac{3y-1}{4}$ калон аст?

г) қиматҳои касри $\frac{3-2y}{12}$ аз қиматҳои мувофиқи дуаъзогии

$1-5y$ хурд аст?

772. Нобаробариро ҳал намоед:

- а) $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} < 2$; б) $\frac{x}{4} - \frac{x}{2} > -2$; в) $\frac{2x}{5} - x \leq 1$; г) $y + \frac{y}{3} > 2$;
д) $\frac{4x}{7} - 2x < 0$; е) $\frac{4x-7}{2} < 2x$; ж) $\frac{5-2a}{4} \geq 2a$; з) $-z \leq \frac{2z-3}{5}$.

773. Ҳалли нобаробариро ёбед:

- а) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} > \frac{1}{4}x + 3$; б) $\frac{2}{5} - \frac{9}{10}x > \frac{1}{10} - x$;
в) $\frac{3x+2}{4} - \frac{x-3}{2} < 3$; г) $x - \frac{x+4}{4} + \frac{3x-1}{2} < 3$;
д) $\frac{x-2}{5} - \frac{2x+2}{3} > 1$; е) $\frac{2x-8}{3} - \frac{3x-5}{2} \geq 4$;
ж) $2 < \frac{9x+2}{10} - \frac{10x-2}{9}$; з) $\frac{3x-1}{5} - \frac{x+2}{2} < 1 - \frac{x}{7}$.

774. Нобаробариро ҳал кунед:

- а) $\frac{3y+4}{5} < \frac{7y-8}{6} + \frac{1+7y}{15}$; б) $\frac{47-x}{4} - \frac{2x+3}{3} > \frac{1+21x}{8}$;
в) $\frac{5x-7}{2} + \frac{3x-2}{7} \geq \frac{13x+9}{6}$; г) $\frac{3(2+a)}{2} - 6 \leq \frac{7a-2}{3} - \frac{12+4a}{5}$;
д) $\frac{5y-3}{4} + \frac{3-y}{6} < \frac{11y-1}{8}$; е) $\frac{5y+2}{2} - \frac{4y+1}{3} > \frac{4y+13}{7}$;
ж) $\frac{8+7x}{15} \leq \frac{17+3x}{10} - \frac{5x-2}{3}$; з) $\frac{5a-18}{10} - \frac{27-10a}{4} \geq \frac{3a-12}{5} - \frac{9-4a}{8}$.

775. Нобаробариро ҳал кунед:

- а) $x + 4 - \frac{x}{3} < \frac{2x}{9}$; б) $\frac{12x-1}{3} < 4x - 3$;
в) $x - 1 \geq \frac{2x-1}{3}$; г) $\frac{3x-2}{4} < 2(x-1) - \frac{x}{8}$.

776. Функция бо формулаи $y = -2,5x + 7,5$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои x :

- а) $y=0$; б) $y>0$; в) $y<0$ мешавад.

777. Барои кадом қиматҳои x функсияи бо формулаи $y=2x+11$ додешуда қиматҳои: а) мусбат; б) манфӣ қабул менамояд?

778. Ифода барои кадом қиматҳои тағйирёбанда маъно дорад:

а) $\sqrt{2x-3}$; б) $\sqrt{3-5x}$; в) $\sqrt{\frac{1+2a}{5}}$;

г) $\sqrt{\frac{4-3x}{2}}$; д) $\sqrt{-2(1-3y)}$; е) $\sqrt{-(5-\epsilon)}$?

779. Адади бутуни калонтаринро ёбед, ки он нобаробарии:

а) $5 > 1,6 - (3 - 2x)$; б) $3x - 1 < x - 3(x + 4)$

-ро қаноат менамояд.

780. Адади бутуни хурдтаринро ёбед, ки он нобаробарии:

а) $3x - 2 > 1,5x + 4$; б) $\frac{x+4}{7} - \frac{x+7}{4} < -3$

-ро қаноат менамояд.

781. Барои кадом қиматҳои коэффитсиент муодилаи:

а) $x^2 + 2x + c = 0$; б) $ax^2 + 3x - 1 = 0$

реша дорад?

782. Барои кадом қиматҳои коэффитсиент муодилаи:

а) $x^2 - 3x + c = 0$; б) $ax^2 - 4x + 3 = 0$

реша надорад?

783. Барои кадом қиматҳои натуралии n :

а) фарқи $(2-4n) - (5n-30)$ адади мусбат аст;

б) суммаи $(-35,2+5n) + (17,1+3n)$ адади манфӣ аст?

784. Аҳмад бояд 40 кг пахта чинад. Вай супоришро на кам аз 105% ичро намуд. Пахтаи чиндаи Аҳмад аз чанд кило кам нест?

785. Чунин адади токи хурдтаринро ёбед, ки суммаи он бо се адади токи пасояндааш аз 49 калон мебошад.

786. Чунин адади чуфти калонтаринро ёбед, ки суммаи он бо се адади чуфти пасояндааш аз 69 хурд мебошад.

787. Як тарафи росткунҷа 8 см аст. Тарафи дигари он бояд чӣ қадар бошад, то ки периметри ин росткунҷа аз периметри квадрати тарафаш 6 см хурд шавад?

788. Дарозии асосии параллелепипеди росткунҷа 12 м, бараш 5 м аст. Баландии ин параллелепипед бояд чӣ қадар бошад, то ки ҳаҷми он аз ҳаҷми куби тегааш 9 м зиёд нашавад?

789. Сайёҳони бо заврақи мотордор ба равиши ҷараёни дарё шинокунанда бояд ба ҷойи исташон баргарданд. Суръати ҷараёни дарё 2 км/соат, суръати заврақ дар оби ором 16 км/соат аст. Сайёҳон бояд чӣ қадар масофаро тай намоянд, то ки саёҳаташон аз 4 соат зиёд давом накунад?

Машқҳо барои такрон

790. Қимати касри $\frac{x^2 + x - 4}{1 - x}$ -ро ҳангоми $x = 1 + \sqrt{3}$ будан,

ёбед.

791. Муодиларо ҳал намоед:

а) $2(x-2)(x^2+4)=0$; б) $(2x+1)(x^2-2)=0$.

792. Барои адади дилхохи a баробариҳои $(+a)^2=a^2$ ва $(-a)^2=a^2$ ҷой дорад. Яъне, баробарии $(+a)^2=(-a)^2$ дуруст аст. Пас, $+a=-a$ ё $2a=0$, бинобар ин $a=0$. Хатои ин мулоҳизарониҳоро ёбед.

793. Адади хурдтарини бутунро ёбед, ки он ба: а) $(5; +\infty)$; б) $(3; 7]$; в) $[1; 3)$ тааллуқ дорад.

39. ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ НОБАРОВАРИҶОИ ХАТТИИ ЯКТАҒЙИРЁБАНДАДОР

М а с ъ а л а. Автобус бо 10 рейс аз 238 зиёд ва бо 16 рейс аз 400 кам мусофир кашондааст. Дар автобус чанд ҷойи нишаст ҳаст?

Ҳ а л. Бигузур миқдори ҷойи нишаст дар автобус ба x баробар аст. Ба 10 рейс вай $10x$ мусофир мекашонад. Мувофиқи шарти масъала $10x > 238$ аст. Мувофиқан бо 16 рейс $16x$ мусофир кашонда шуда, мувофиқи шарт бояд $16x < 400$ бошад.

Чунин қимати x -ро ёфтан лозим аст, ки барояш ҳам нобаробарии $10x \geq 238$ ва ҳам нобаробарии $16x < 400$ дуруст аст. Дар ин гуна мавридҳо мегӯянд, ки системаи нобаробариҳоро ҳал кардан лозим аст ва навишти

$$\begin{cases} 10x > 238, \\ 16x < 400 \end{cases}$$

-ро истифода менамоянд. Ҳар як нобаробарии системаро бо нобаробарии ба он баробарқувва иваз намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} x > 23,8 \\ x < 25. \end{cases}$$

Ҳамин тариқ, қимати номаълуми x бояд шарти $23,8 < x < 25$ -ро қаноат намояд. Вале аз рӯи маъно қимати тағйирёбандаи x бояд бутун бошад. Ягона адади бутуне, ки ба фосилаи $(23,8; 25)$ тааллуқ дорад, адади 24 аст.

Ҷ а в о б: Автобус 24 ҷойи нишаст дорад.

Т а ъ р и ф. Ҳалли системаи нобаробариҳои хаттии яктағйирёбандадор гуфта, чуни қимати тағйирёбандаро меноманд, ки барояш ҳар яке аз нобаробариҳои система дуруст аст.

Масалан, адади 5 ҳалли системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 9, \\ x + 1 < 7 \end{cases}$$

аст, чунки ҳангоми $x=5$ будан, ҳар ду нобаробарӣ дуруст аст:

$$\begin{cases} 2 \cdot 5 - 1 \geq 9, \\ 5 + 1 < 7. \end{cases}$$

Ҳал кардани системаи нобаробариҳо аз ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё аз исботи вучуд надоштани ҳалҳо иборат аст.

М и с о л и 1. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 3x - 1 > 8, \\ 5 - 2x > -11 \end{cases}$$

-ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 3x > 9, \\ -2x > -16. \end{cases}$$

Аз ин ҷо:

$$\begin{cases} x > 3, \\ x < 8. \end{cases}$$



Расми 27.

Қиматҳои x , ки ҳар яке аз нобаробариҳои $x > 3$ ва $x < 8$ -ро қаноат менамоянд, ҳалҳои системаанд.

Маҷмуи ададҳоеро, ки нобаробарии $x > 3$ -ро ва маҷмуи ададҳоеро, ки нобаробарии $x < 8$ -ро қаноат менамоянд, дар хати ростии координатавӣ тасвир намуда (расми 27), меёбем, ки ҳангоми $3 < x < 8$ будан, ҳар ду нобаробариҳо дурустанд.

Маҷмуи ҳалҳои система фосилаи $(3; 8)$ мебошад.

Ҷавобро дар намуди фосилаи (3; 8) ё дар намуди нобаробарии дучандаи $3 < x < 8$, ки ифодакунандаи ин фосила аст, навиштан мумкин аст.

М и с о л и 2. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 4x - 5 > 17, \\ 1 - x < 0 \end{cases}$$

-ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 4x > 22, \\ -x < -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 5,5, \\ x > 1. \end{cases}$$



Расми 28.

Маҷмуи ҳалҳои ҳар як нобаробарии системаро дар хати ростии координатавӣ тасвир мекунем (раси 28). Ҳар ду нобаробарӣ ҳангоми $x > 5,5$ будан дурустанд. Ҷавобро дар намуди нобаробарии $x > 5,5$ ё дар намуди фосилаи ададии $(5,5; +\infty)$, ки ифодакунандаи ҳамин нобаробарӣ мебошад, навиштан мумкин аст.

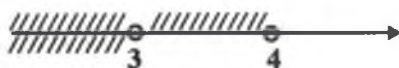
М и с о л и 3. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 3 - x > 0, \\ 0,5x - 2 < 0 \end{cases}$$

-ро ҳал менамоем:

$$\begin{cases} -x > -3, \\ 0,5x < 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3, \\ x < 4. \end{cases}$$



Расми 29.

Хати ростии координатавиро истифода карда, ҳалли умумии нобаробариҳои $x < 3$ ва $x < 4$ -ро, яъне буриши маҷмуъҳои ҳалҳои онҳоро меёбем (расми 29). Мебинем, ки буриши ин маҷмуъҳо аз ададҳои шартӣ $x < 3$ -ро қаноат мекардагӣ, яъне аз фосилаи $(-\infty; 3)$ иборатанд.

Ҷ а в о б: $(-\infty; +3)$.

М и с о л и 4. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 1 - 4x > 9, \\ 3x - 9 > 0 \end{cases}$$

-ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} -4x > 8, \\ 3x > 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -2, \\ x > 3. \end{cases}$$



Расми 30.

Хати рости координатавиرو истифода карда (расми 30) мебинем, ки маҷмӯи ададҳои нобаробарии $x < -2$ ва маҷмӯи ададҳои нобаробарии $x > 3$ -ро қаноат мекардагӣ элемент (адад)-и умумӣ надоранд, яъне буриши онҳо ҳолист. Пас, системаи додашуда ҳал надорад.

Ҷ а в о б: \emptyset

М и с о л и 5. Нобаробарии дучандаи $-2 < 1 + 2x < 5$ -ро ҳал мекунем.

Нобаробарии дучандаи мазкур навишти дигари системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 1 + 2x > -2, \\ 1 + 2x < 5 \end{cases}$$

мебошад. Ин системаро ҳал карда меёбем, ки ҳар ду нобаробарӣ ҳангоми

$$-1, 5 < x < 2$$

будан дурустанд.

Барои ин мисол ин гуна баёни ҳал беҳтар аст:

$$-2 < 1 + 2x < 5,$$

$$-3 < 2x < 4,$$

$$-1, 5 < x < 2.$$



1. Ҳалли системаи нобаробариҳо гуфта чиро меноманд?
2. Системаи нобаробариҳоро ҳал намудан чӣ маъно дорад?

794. Оё адади 2 ҳалли системаи нобаробариҳо мебошад:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 1 > x, \\ 7x - 20 < 4x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x + 2 < 11, \\ 5 - 3x > -1? \end{cases}$$

795. Кадоме аз ададҳои -3; 0; 5; 6 ҳалли системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 2x - 11 < 0, \\ 3x - 1 > 3 \end{cases}$$

мебошанд?

796. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \begin{cases} x > 10, \\ x > 13; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x < 2, \\ x < 6; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x > 0, \\ x < 4; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} x < -2,5, \\ x > 7; \end{cases} & \text{д) } \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 3; \end{cases} & \text{е) } \begin{cases} x > 9, \\ x \leq 16. \end{cases} \end{array}$$

797. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 3x - 18 > 0, \\ 4x > 12; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 7y - 14 \geq 0, \\ 2y \geq 8; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} 2x - 10 < 0, \\ 3x > 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 4y \geq 28, \\ 3y + 9 \leq 0. \end{cases} \end{array}$$

798. Системаи нобаробариҳоро ҳал карда, якчанд ададери

нишон диҳед, ки онҳо ҳалли система мебошанд.

$$\text{а) } \begin{cases} x - 0,4 < 0, \\ -2x < 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3 - x \leq 0, \\ x - 5 \leq 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 1 > 3x, \\ 4x - 1 > 0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 8x < 2, \\ x > 0,2. \end{cases}$$

799. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,2x - 1 \leq 0, \\ 2,1x \geq 4,2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 0,6x - 1,8 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 0,4x > 4, \\ 0,2x + 1 < 5; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{5}{6}x - 10 \leq 0, \\ 3x \leq 1\frac{1}{3}. \end{cases}$$

800. Ҳалли системаи нобаробариҳоро ёбед:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,3x + 3,6 > 0, \\ 4,6 \geq 2,3x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 1,5x + 4,5 \leq 0, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 0,2x < 3, \\ \frac{1}{9}x < -1; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 2x - 7,5 < 0, \\ \frac{1}{4}x < -1. \end{cases}$$

801. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$а) \begin{cases} 2x < 1,5 - x, \\ 3x - 1 > x - 6; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2x + 3 \leq 0, \\ 3x + 12 \leq x + 15; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 16x - 2 > 11x - 1, \\ 2 - 4x < 1 - x; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 25 - 6x \leq 4 + x, \\ 3x + 7,7 > 1 + 4x. \end{cases}$$

802. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$а) \begin{cases} 1 - 3x < x - 3, \\ 8x - 9 \leq 4x + 7; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3, \\ 2 - 3x < 7 - 3x; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 1 - 12y < 3y + 1, \\ 2 - 6y > 4 + 4y; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 102 - 73z > 2z + 2, \\ 81 + 11z \geq 1 + z. \end{cases}$$

803. Қиматҳои имконпазири тағйирёбандаи ифодаро ёбед:

$$а) \sqrt{2-x} + \sqrt{3-2x};$$

$$б) \sqrt{x} - \sqrt{2x-1};$$

$$в) \sqrt{4-x} - \sqrt{2x-4};$$

$$г) \sqrt{2x+2} + \sqrt{6-4x}.$$

804. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$а) \begin{cases} 5(x+1) - x > 2x + 2, \\ 4(x+1) - 2 \leq 2(2x+1) - x; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2(x-1) - 3 < 5(2x-1) - 7x, \\ 3(x+1) - 2 < 6(1-x) + 7x; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 2y - (y-4) < 6, \\ y > 3(2y-1) + 18; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3(2-3p) - 2(3-2p) > p, \\ 6 < p^2 - p(p-8). \end{cases}$$

805. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$а) \begin{cases} 3(3+2x) - 2(18-x) < 7x, \\ 6(2+x) \geq 9(x+3) - 5(x+1); \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (y+2)(1+y) > (4-y)(3-y), \\ 2y^2 + 3y > (3+y)(2y-1); \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 5,8(1-a) - 1,8(6-a) < 5, \\ 8 - 4(2-5a) > 5a + 6; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x(x-1) - (x^2-10) < 1-6x, \\ 3,5 - (x-1,5) < 6-4x. \end{cases}$$

806. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед ва ҳамаи ададҳои бутунро нишон диҳед, ки онҳо ҳалли системаанд:

$$а) \begin{cases} 4-2a < 14, \\ 5a < 18; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 10-5x \leq 0, \\ 2x+1 \leq 9+x; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 2-8y < 18, \\ 1 < 5-y; \end{cases} \quad г) \begin{cases} 3-4x < 15, \\ 1-2x > 0. \end{cases}$$

807. Ҳалҳои бутуни системаи нобаробариҳоро ёбед:

$$а) \begin{cases} y \geq 0, \\ 3,6-y \geq 1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 6a-19 > 0, \\ 2a \leq 14; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 2-0,5b > 0, \\ 4b-1 > 0; \end{cases} \quad г) \begin{cases} 3-18x < 0, \\ 0,2-0,1x > 0. \end{cases}$$

808. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$а) \begin{cases} x - \frac{x-1}{2} > 1, \\ \frac{x}{3} < 5; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x - \frac{3x-1}{2} > \frac{2}{3}, \\ 10x-2 > 1+4x; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 4 - \frac{y-1}{3} \geq y, \\ \frac{7y-1}{8} \geq 6; \end{cases} \quad г) \begin{cases} \frac{5a+8}{3} - a \geq 2a, \\ 1 - \frac{6-15a}{4} \geq a. \end{cases}$$

809. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$а) \begin{cases} 0,5(7-x) - 3 < 0,25(3+4x) - 4, \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) > 2(4-x); \end{cases} \quad б) \begin{cases} 0,4x + \frac{7}{3} < \frac{2}{3}x - 1,2, \\ 5x + 17 \geq 9x - 63; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{3(x-1)}{2} - 1,3x \geq \frac{x}{5} - 1,5, \\ \frac{x-3}{5} < \frac{x+5}{3}; \end{cases} \quad г) \begin{cases} \frac{x+4}{7} \leq \frac{2x-3}{5}, \\ \frac{6x-8}{3} \leq \frac{3+5x}{4}. \end{cases}$$

810. Нобаробарии дучандаро ҳал кунед:

$$а) -2 < 2x-1 < 4; \quad б) -8 < 3-x < 1; \\ в) 3 < 6-2y < 7; \quad г) -1 < 3y+4 < 10.$$

811. Нобаробарии дучандаро ҳал карда, ду ададери нишон диҳед, ки ҳалҳои он мебошанд:

а) $-4,5 \leq \frac{5x+6}{2} \leq 16,5;$

б) $1 \leq \frac{3-a}{2} \leq 4;$

в) $-3 \leq \frac{2x-1}{6} \leq 0;$

г) $-1,5 \leq \frac{1-4y}{2} \leq 0,5.$

812. Нобаробарии дучандаро ҳал намоед:

а) $-2 \leq 15x+10 \leq 24;$

б) $-1 \leq \frac{5-a}{3} \leq 1;$

в) $-1,4 < 1-2y < 2,8;$

г) $-2 \leq \frac{3x-2}{3} \leq 0.$

813. а) Барои кадом қиматҳои x қимати дуаъзогии $4x-5$ ба фосилаи $(-1;1)$ тааллуқ дорад?

б) Барои кадом қиматҳои y қимати дуаъзогии $\frac{5-2y}{4}$ ба порчаи $[-2; 1]$ тааллуқ дорад?

814. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

а) $\begin{cases} x > 9, \\ x \geq 7, \\ x > -3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y \leq -2, \\ y < -3, \\ y < 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} a > 8, \\ a > 11, \\ a \leq 13; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -2, \\ x < 6. \end{cases}$

815. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} x-3 < 5, \\ 2x+7 < 18, \\ 4-x \geq 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x-1 < x+2, \\ 4x-1 \geq 5-x, \\ x-4 \leq 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3-2a \leq 17, \\ a-2 > 0, \\ 3a-21 < 0; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 7-3a < 4, \\ 3-a \geq -1, \\ 2a-1 \leq 3. \end{cases}$

816. Сайёҳ аз базаи сайёҳон баромада, ба сӯи стансияи дар масофаи 20 км ҷойгирбуда равон шуд. Агар сайёҳ суръаташро 1 км/соат зиёд кунад, дар 4 соат масофаи зиёда аз 20 км-ро тай

мекунад ва агар суръаташро 1 км/соат кам намояд, дар 5 соат масофаи камтар аз 20 км-ро тай мекунад. Суръати сайёхро ёбед.

817. Суммаи адади чуфт бо сечандаи адади чуфти пасоянд аз 134 калон аст. Суммаи ин адад бо дучандаи адади чуфти пешоянд аз 104 хурд аст. Ададро ёбед.

818. Агар ба дучандаи адади бутун нисфи онро чамъ кунем, ададе ҳосил мешавад, ки аз 92 хурд аст. Вале ҳангоми аз дучандаи адад тарҳ кардани нисфи он, адади аз 53 калон ҳосил мешавад. Ин ададро ёбед.

Машқҳо барои такрор

819. Қиматҳои имконпазири тағйирёбандаи ифодаро ёбед:

а) $\frac{\sqrt{8-3x}}{2}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2x-7}}$; в) $\frac{2x}{\sqrt{(x-1)^2}}$.

820. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{6x}{x-3} + \frac{x^2+x}{4} \cdot \frac{8}{x+1}$; б) $\left(\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b}\right) : \frac{ab}{a+b}$.

821. Графики функсияро созед:

а) $y=2x-4$; б) $y=-\frac{6}{x}$.

822. Ададҳоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{3}$ ва $\sqrt{7}$; б) $\sqrt{13}$ ва 3,5.

40. ҲАЛЛИ НОБАРОВАРИҶОИ КАСРАН ХАТТӢ

Нобаробариҳои намуди

$$\frac{ax+b}{cx+d} > 0 \quad \text{ё} \quad \frac{ax+b}{cx+d} < 0$$

-ро, ки дар ин ҷо a , b , c ва d ададҳоанд, нобаробариҳои касран хаттӣ меноманд.

Ҳалли ин нобаробариҳо ба он асос карда мешавад, ки қимати каср мусбат аст, агар сурату махраҷи он қиматҳои аломатшоян якхела дошта бошанд ва қимати каср манфӣ аст, агар сурату махраҷи он дорои аломатҳои муқобил бошанд. Истифодаи ин

далел имкон медиҳад, ки нобаробарии додашуда ба ду системаи нобаробариҳои ҳагтии ба он баробарқувва иваз карда шавад. Маҷмуи аз ҳамчояшавии маҷмуӯҳои ҳалли ин системаи нобаробариҳо иборатбуда, ҳалли нобаробарии касран ҳагтии мазкур мебошад.

Мисолҳои мушаххасро дида мебароем.

М и с о л и 1. Нобаробарии

$$\frac{3-2x}{x-1} > 0$$

-ро ҳал мекунем.

Ин нобаробарӣ дуруст аст, агар системаи нобаробариҳои

$$\text{а) } \begin{cases} 3-2x > 0, \\ x-1 > 0 \end{cases} \quad \text{ё} \quad \text{б) } \begin{cases} 3-2x < 0, \\ x-1 < 0 \end{cases}$$

дуруст бошанд. Системаи нобаробариҳои а) ба системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}, \\ x > 1 \end{cases}$$

баробарқувва аст. Фосилаи $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ ҳалли ин системаи нобаробариҳо аст. Системаи нобаробариҳои б) бошад, ба

$$\begin{cases} x > \frac{3}{2}, \\ x < 1 \end{cases}$$

баробарқувва аст. Ин система ҳал надорад.

Ҷ а в о б: $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

М и с о л и 2. Нобаробарии $\frac{7x-7}{2x-3} \leq 4$ -ро ҳал мекунем.

Адади 4-ро ба қисми чапи нобаробарӣ гузаронида, фарқи хосилмешудагиро тағдил медиҳем:

$$\frac{7x-7}{2x-3} - 4 \leq 0; \quad \frac{7x-7-4(2x-3)}{2x-3} \leq 0; \quad \frac{5-x}{2x-3} \leq 0.$$

Аз рӯйи нобаробарии охириин ду системаи нобаробарихоро тартиб дода, онҳоро ҳал мекунем:

$$\text{а) } \begin{cases} 5 - x \leq 0, \\ 2x - 3 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 5 \leq x, \\ 2x > 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 5 \leq x, \\ x \geq 1,5; \end{cases} \quad x \geq 5;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5 - x \geq 0, \\ 2x - 3 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x < 1,5; \end{cases} \quad x < 1,5.$$

Нимпорчаи $[5; +\infty)$ ҳалли системаи нобаробарихои а) буда, фосилаи $(-\infty; 1,5)$ ҳалли системаи нобаробарихои б) мебошад. Ҳамчояшавии онҳо маҷмӯи ҳалли нобаробарӣ мешавад (расми 31).

Ҷ а в о б: $(-\infty; 1,5) \cup [5; +\infty)$.



Расми. 31.

- ? 1. Ҳалли нобаробарихои касран ҳаттӣ ба чӣ асос карда мешавад?
2. Маҷмӯи ҳалли нобаробарии касран ҳаттӣ аз ҳамчояшавии кадом маҷмӯёҳо иборат аст?

823. Нобаробарии касран ҳаттиро ҳал намоед:

$$\text{а) } \frac{3x-5}{2x+7} > 0; \quad \text{б) } \frac{2y+9}{4y-1} < 0; \quad \text{в) } \frac{2a+5}{2a-7} \leq 0; \quad \text{г) } \frac{5\epsilon+21}{\epsilon+4} \geq 0.$$

824. Нобаробариро ҳал кунед:

$$\text{а) } \frac{15x+23}{5x+2} \leq 4; \quad \text{б) } \frac{4y+3}{3y-7} > 2; \quad \text{в) } \frac{2-16a}{2a+1} > -6; \quad \text{г) } \frac{7-10\epsilon}{4\epsilon-5} < -3.$$

825. Функция бо формулаи $y = \frac{x+7}{3-x}$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қиматҳои функция:

а) мусбатанд; б) ба нимпорчаи $[-2; -1)$ тааллуқ доранд?

826. Функция бо формулаи $y = \frac{2x-4}{x+2}$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қиматҳои ин функция:

а) манфианд; б) ба нимфосилаи $(1; 2]$ тааллуқ доранд?

827*. Аз руйи маълумотҳои зерин касри ихтисорнашавандаро ёбед. Сурат аз махраҷ дуто кам аст. Агар ба сурат ва махраҷ якро ҳам намоем, он гоҳ вай аз $\frac{1}{2}$ калон мешавад. Агар аз сурату махраҷ якро кам кунем, он гоҳ вай аз $\frac{2}{3}$ хурд мешавад.

Машқҳо барои такрор

828. Муодилаи ратсионалиро ҳал намоед:

а) $\frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x}$; б) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$.

829. Нобаробариро исбот кунед:

$$(a+6)(7-a) > a(1-a).$$

830. Ҳисоб кунед:

а) $\frac{1,37^2 + 2,74 \cdot 3,63 + 3,63^2}{0,874 \cdot 0,729 + 0,271 \cdot 0,874 + 0,126}$;

б) $\frac{0,629 \cdot 6,37 + 0,371 \cdot 6,37 + 3,63}{6,25^2 - 3,75^2}$.

831. Графикро насохта, муайян кунед, ки барои кадом қимати a нуқтаи $A(-2; 9)$ ба графики функсияи $y=ax+3$ тааллуқ дорад.

832. Алӣ масофаи 180 км роҳро бо мошин тай намуда, дар бозгашт ба қаторое нишаст, ки суръаташ аз суръати мошин 5 км/соат кам аст. Суръати мошин ва қатораро ёбед, агар маълум бошад, ки Алӣ дар бозгашт 30 дақиқа зиёд вақт сарф кардааст.

41. ҲАЛЛИ НОБАРОВАРИҲОИ ДОРОИ ҚИМАТИ МУТЛАҚ

Чӣ тавре медонем, қимати мутлақи адади a бо рамзи $|a|$ ишорат шуда, бо формулаи

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{агар } a \geq 0 \text{ бошад,} \\ -a, & \text{агар } a < 0 \text{ бошад} \end{cases}$$

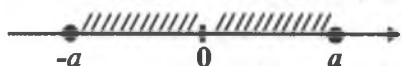
муайян карда мешавад. Масалан, $|2|=2$, $|0|=0$, $|-3|=-(-3)=3$.

Аз таърифи қимати мутлақ бармеояд, ки барои ҳар гуна адади a нобаробарии $|a| \geq 0$ дуруст аст.

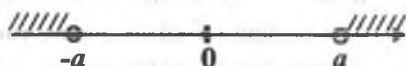
Маънои геометрии $|a|$ ин масофаи байни нуқтаи 0 ва нуқтаи адади a -ро ифода мекардагӣ аст. Ин аз он бармеояд, ки масофаи байни нуқтаҳои a ва b бо формулаи $|a-b|$ ҳисоб мешавад. Масалан, масофаи байни нуқтаҳои $a=3$ ва $b=-4$ ба $|3-(-4)|$, яъне ба 7 баробар аст.

Нобаробарии $|x| \leq a$ -ро, ки дар ин ҷо $a > 0$ мебошад, муоина мекунем. Ҳамаи нуқтаҳои x , ки масофаашон то нуқтаи 0 аз a зиёд нест, ин нобаробарию қаноат менамоянд (расми 32).

Нуқтаҳои x аз порчаи $[-a; a]$ низ дорой ин хосият мебошанд.



Расми 32.



Расми 33.

Ҳамин тариқ, нобаробарии $|x| \leq a$ ҳамон маъноро дорад, ки ба он нобаробарии $-a \leq x \leq a$ соҳиб аст. Яъне нобаробарии $|x| \leq a$ ба нобаробарии дучандаи $-a \leq x \leq a$ баробарқувва мебошад. Айнан ҳамин тавр нобаробарии $|x| < a$ ба нобаробарии дучандаи $-a < x < a$ баробарқувва аст.

Нобаробарии $|x| > a$, ки дар ин ҷо $a > 0$ аст, маънои онро дорад, ки $x > a$ ё $x < -a$ мебошад (расми 33).

М и с о л и 1. Нобаробарии $|3x - 4| \leq 5$ -ро ҳал мекунем.

Нобаробарии мазкур ба нобаробарии дучандаи $-5 \leq 3x - 4 \leq 5$ баробарқувва аст. Мо дар б.ІV §12.39 тарзи ҳал кардани ин гуна нобаробарии дучандаро муоина карда будем (ниг. ба мисоли 5-и б.ІV §12.39). Мувофиқи он баёни ҳалро меорем:

$$-5 \leq 3x - 4 \leq 5,$$

$$-1 \leq 3x \leq 9,$$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 3.$$

Ҷ а в о б: $\left[-\frac{1}{3}; 3\right]$.

М и с о л и 2. Нобаробарии $|2x-1| > 3$ -ро ҳал менамоем.

Нобаробарии мазкур дуруст аст, агар $2x-1 > 3$ ё $2x-1 < -3$ бошад. Аз ин ҷо $x > 2$ ё $x < -1$ мешавад.

Ҷ а в о б: $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

?

1. Қимати мутлақи адад гуфта, чиро меноманд? 2. Нобаробарии $|x| \leq a$ ба кадом нобаробарии дучанда баробарқувва аст? 3. Маҷмуе, ки барояш нобаробарии $|x| > a$ дуруст аст, аз ҳамчояшавии кадом маҷмуъҳо иборат аст?

833. Дар тири координатавӣ маҷмуи ҳалли нобаробариро тасвир кунед:

а) $|x| > 4$; б) $|y| \leq 5$; в) $|x| \geq 3$; г) $|y| > 1$.

834. Бо ёрии аломати қимати мутлақ ҷумларо нависед:

а) масофаи байни нуқтаҳои x ва y аз 3,5 хурд аст;

б) масофаи байни нуқтаҳои x ва y аз 2 хурд нест;

в) масофаи байни нуқтаҳои a ва b аз 4 калон аст;

г) масофаи байни нуқтаҳои a ва b аз 1 калон нест.

835. Кадоме аз ададҳои -3; -1; 0; 3 ҳалли нобаробарӣ аст:

а) $|x| < 3$; б) $|x| \leq 3$; в) $|x| \geq 3$; г) $|x| > 3$?

836. Нобаробариро ҳал намоед:

а) $|x| \leq 4$; б) $|x| \geq 2$; в) $|x| \geq -1$; г) $|2x| \leq 6$;

д) $|3x| > 6$; е) $|4x| \geq 8$; ж) $|5x| < 8$; з) $|x| > -1$.

837. Ҳалли нобаробариро ёбед:

а) $|x-3| < 1$; б) $|x-2| \leq 4$; в) $|x+3,2| \leq 5$; г) $|x+3,6| < 2$;

д) $|x+6,8| > 1$; е) $|x-3| \geq 4$; ж) $|y-0,5| \geq 1,5$; з) $|y+10| > 15$.

838. Нобаробариро ҳал намоед:

а) $|5x-2| < 7$; б) $|2x-4| \geq 0,5$; в) $|4-3x| > 7$; г) $|3-2x| \leq 5$;

д) $|-2x+1| < 1$; е) $|-0,5x+1| \geq 1$; ж) $|3x-5| > 6$; з) $|6x-2| < 4$.

Машқҳо барои такрор

839. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$0,03 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}.$$

840. Ифодаро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) $8x^3+12x^2$;

б) $6a^2b^3-8a^4$.

841. Барои кадом қиматҳои x ифодаи $\frac{10x^2 + 8x}{x^2 - x - 6}$ маъно надорад?

842. Амали тақсимиро иҷро кунед:

$$\text{а) } \frac{x+1}{x} : \frac{2x+2}{x^2}; \quad \text{б) } \frac{x^2-3x}{x-1} : (x-3).$$

843. Аз ду шахр, ки масофаи байни онҳо 36 км аст, дар як вақт ду чархбол ба як самт парвоз карданд. Суръати чархболи якум ба 158 км/соат ва суръати чархболи дуюм ба 170 км/соат баробар аст. Баъди чӣ қадар вақт чархболи дуюм ба чархболи якум расида мегирад?

844. Ададҳои 3,7682; 0,82571; 1625,342-ро то садякӣ яқлухт намоед.

Маълумоти таърихӣ

Мафҳуми нобаробарӣ дар қатори мафҳуми баробарӣ аз сабаби зарурати шуморидани предметҳо ва муқоиса кардани бузургиҳо ба вучуд омадааст. Ин мафҳумҳоро дар Юнони қадим васеъ истифода мекарданд. Архимед (асри III пеш аз милод) муайян карда буд, ки адади π -нисбати дарозии давра бар диаметр, ки воқеан адади иррационалӣ аст, нобаробарии

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{10}$$

-ро қаноат менамояд. Дар китоби 5-уми «Ибтидо»-и Уклидус (365-300 то милод) чандин нобаробарихоро оварда, онҳоро исбот кардааст. Масалан, \bar{y} исбот мекунад, ки агар дар таносуби $a:v=c:d$, ки ҳамаи ададҳо мусбатанд, адади a калонтарин бошад, он гоҳ нобаробарии $a+d > v+c$ ҷой дорад. Натиҷаи дигари Уклидус ин исботи он аст, ки миёнаи геометрии ду адади мусбат аз миёнаи арифметикиашон калон нест, яъне исботи нобаробарии

$$\sqrt{av} \leq \frac{a+v}{2} \text{ -ро.}$$

Ин нобаробарӣ ҳоло ҳам дар ҳалли масъалаҳо ва исботи тасдиқоти математикӣ васеъ истифода карда мешавад. Дар асари асосии Папаи Александрия «Маҷмуаи математикӣ», ки дар асри III навишта шудааст, исбот карда мешавад, ки агар барои ададҳои мусбат нобаробарии

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

дуруст бошад, он гоҳ $ad > bc$ мебошад. Миқдори чунин нобаробариҳоро ҳангоми зарурӣ зиёд кардан мумкин аст.

Дар инкишофи тафаккури математикии бе муқоиса кардани бузургиҳо, бе мафҳумҳои «калон» ва «хурд» ба чунин мафҳумҳо ба монанди баробарӣ, айният, муодила омада расидан имконнопазир мебуд. Ҳисоббарориҳои тақрибӣ, масалан, ҳисоби адади π , бо мафҳуми нобаробарӣ зич алоқаманданд.

Соли 1557 олими англис Роберт Рекорд (1510-1558) аввалин шуда, аломати баробариҳо дар шакли ҳозира пешниҳод кард. Ба сифати далел вай қайд карда буд, ки ду предмет асло, чуноне ки ду порчаи ба ҳам параллел баробаранд, баробар шуда наметавонанд. Аломати баробарии дохилкардаи Рекордро ба асос гирифта, олими дигари англис Т.Гарриот (1560-1621) аломатҳои ҳозиразамони нобаробариҳо ($>$ ва $<$ -ро) дохил кардааст. Дар асари худ «Амалияи санъати таҳлилнамой», ки соли 1631 пас аз вафоти муаллиф чоп шудааст, вай менависад: «Агар ду бузургӣ баробар набошанд, он гоҳ порчаҳои дар аломати баробарӣ иштироккунанда акнун параллел набуда, ҳамдигарро мебуранд. Буриш аз рост ($>$) ё аз чап ($<$) ҷой дошта метавонад. Дар мавриди яқум аломати нобаробарии таркибёфта маънои «калон» ва дар мавриди дуҷум маънои «хурд»-ро дорад».

Аломатҳои нобаробарии гайриқатъӣ дар шакли \geq ва \leq соли 1734 аз тарафи математики франсавӣ Пйер Буге (1698-1758) дохил карда шуданд. Дертар онҳоро дар шакли ҳозира \geq ва \leq менавиштагӣ шуданд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ IV

Ба параграфи 11.

845. Ададҳои a ва b -ро муқоиса кунед, агар маълум бошад, ки фарқи $a-b$ ба:

а) $(-1)^{37}$;

б) $(-4,1)^{24}$

баробар аст.

846. Аломати ададҳои a ва b чӣ гуна аст, агар маълум бошад, ки:

а) $-2b > 0$; б) $-4b < 0$; в) $2ab > 0$; г) $3ab < 0$ аст.

847. Аломати адади a чӣ хел аст, агар маълум бошад, ки:

а) $a^4 \cdot a^9 > 0$;

б) $a^{12} \cdot a^3 < 0$.

848. Нобаробари сода намоед:

а) $(y-4)^2 > (4+y)(4-y)$; б) $(2a+v)^2 < (2a-v)^2$;
в) $y(y-5) < y^2 - 5y + 2$; г) $(2x-3)^2 > -0,5$.

849. Нобаробари исбот кунед:

а) $(y+1)(2y-1) > (2y+3)(y-1)$; б) $(6y-1)(y+2) < (3y+4)(2y+1)$;
в) $(3y-1)(2y+1) > (2y-1)(2+3y)$; г) $(8y+1)(y+1) < (4y+2)(2y+1,25)$.

850. Оё нобаробари:

а) $(a-6)^2 > 0$; б) $a^2 + 2 > 0$; в) $-a^2 - 1 < 0$;
г) $-a^2 < 0$; д) $(3-a)^2 \geq 0$; е) $-(a-4)^2 \leq 0$

барои ҳамаи қиматҳои a дуруст аст?

851. Нобаробари исбот намоед:

а) $(x+1)^2 \geq 4x$; б) $(2a+1)^2 > 4a$; в) $4(x+2) < (x+3)^2 - 2x$.

852*. Нобаробари исбот намоед:

а) $a^2 + v^2 + 2 \geq 2(a+v)$; б) $a^2 + v^2 + c^2 \geq 2(a+v+c)$.

853*. Заврақ дар кадом маврид вақти кам сарф мекунад: агар вай 10 км ба равиши чараёни дарё ва 10 км ба муқобили чараён шино намояд ё 20 км дар оби ором ҳаракат кунад?

854. Аҳмад 60 м-ро дар 9 сония ва Алӣ 100 м-ро дар 14,8 сония давид. Суръати кадоми онҳо зиёд аст?

855*. Исбот кунед, ки нимпериметри секунҷа аз дарозии ҳар як тарафи он калонтар аст.

856*. Аз сеаъзогӣ тарзи ҷудо кардани квадрати пурраро истифода карда, нобаробари исбот намоед:

а) $x^2 + 2x + 2 > 0$; б) $y^2 - 8y + 20 > 0$;
в) $a^2 + av + v^2 \geq 0$; г) $a^2 - av + v^2 \geq 0$.

857. Ададҳои $a+4$; $a-6$; $a+1$ -ро бо тартиби афзуншавишон ҷойгир намоед.

858. Исбот кунед, ки агар $a > v$ бошад, он гоҳ:

а) $a+3 > v+1$; б) $2-a < 3-v$ аст.

859. Исбот кунед, ки агар $a > v > 0$ бошад, он гоҳ:

а) $4a > 3v$; б) $15a > 13v$; в) $-5a \leq -3v$; г) $-9a < -18v$ мешавад.

860. Исбот кунед, ки агар:

а) $a \leq v$ ва c адади дилхоҳ бошад, он гоҳ $a+c \leq v+c$ аст;
б) $a \leq v$ ва c адади мусбат бошад, он гоҳ $ac \leq vc$ аст;
в) $a \leq v$ ва c адади манфӣ бошад, он гоҳ $ac \geq vc$ аст.

861. Оё дуруст, ки агар $a > v$ бошад, он гоҳ $a-1 > v-1$, $1-a > 1-v$, $4-a < 4-v$ аст?

862. Маълум, ки $3 \leq y \leq 4$. Ба қимати ифодаи:

а) $-y$; б) $3-y$; в) $\frac{1}{y} + 1$
баҳо диҳед.

863. Ба қимати ифода баҳо диҳед:

а) $a+2v$, агар $0 < a < 1$ ва $-2 < v < 1$ бошад;

б) $\frac{1}{4}a - v$, агар $8 < a < 10$ ва $12 < v < 16$ бошад.

864. Исбот кунед, ки:

а) агар $a \leq v$ ва $c \leq d$ бошад, $a + c \leq v + d$ аст;

б) агар $0 \leq a \leq v$ ва $0 \leq c \leq d$ бошад, $ac \leq vd$ аст.

865. Ба m -дарозии хати миёнаи секунҷаи ABC , ки он ба тарафи AB параллел аст, баҳо диҳед, агар $6,2 < AB < 6,3$ бошад.

866. Ба m -дарозии хати миёнаи трапетсияи асосҳояш a см ва v см баҳо диҳед, агар $5,2 \leq a \leq 5,3$ ва $2,1 \leq v \leq 2,2$ бошад.

Ба параграфи 12.

867. Ягон ададро нишон диҳед, ки он ба фосилаи:

а) $(2,1; 4,3)$; б) $(-3,7; -3,2)$; в) $(4,5; 4,6)$; г) $(-0,3; -0,1)$
тааллуқ дошта бошад.

868. Оё адади бутуни ба порчаи:

а) $[-2,9; -2,7]$; б) $[-2,4; -1,7]$

тааллуқдошта вучуд дорад?

869. Ҳамаи ададҳои бутуни ба маҷмӯи:

а) $[-3; 3]$; б) $[-1,5; 4]$; в) $[4,6; 9,2]$; г) $[-1; 3]$

тааллуқдоштаро нишон диҳед.

870. Магар адади $20,9$ ба нимпорчаи $[6; 21)$ тааллуқ дорад? Оё адади аз $20,9$ калонтари ба ин нимпорча тааллуқдоштаро нишон додан мумкин аст? Магар дар $[6; 21)$ адади аз ҳама калон ва адади аз ҳама хурд вучуд дорад?

871. Магар адади $5,01$ ба нимфосилаи $(5; 15]$ тааллуқ дорад? Оё адади аз $5,01$ хурдтари ба ин нимфосила тааллуқдоштаро нишон додан мумкин аст? Магар дар $(5; 15]$ адади аз ҳама хурд ва адади аз ҳама калон вучуд дорад?

872. а) Адади калонтарини бутунро ёбед, ки он нобаробарии:

а) $n \leq -6$; б) $n < -4,6$; в) $n < 5,2$

-ро қаноат менамояд.

б) Адади хурдтарини бутунро ёбед, ки он нобаробарии:

а) $n > -9$; б) $n \geq -3,2$; в) $n \geq 7,9$

-ро қаноат менамояд.

873. Агар имконпазир бошад, адади хурдтарин ва калонтарини ба маҷмӯи:

а) $[9; 17]$; б) $[3; 10]$; в) $(12; 16)$; г) $(1; 8]$

тааллуқдоштаро нишон диҳед.

874. Оё дуруст аст, ки:

а) $(-6; 7) \cap (-4; 5] = (-4; 5]$;

б) $(3; 8) \cup (0; 5) = (3; 5)$;

в) $(-\infty; 5) \cup (2; +\infty) = (-\infty; +\infty)$;

г) $(-\infty; 3) \cap (-3; +\infty) = (-3; 3)$?

875. Буриш ва ҳамчояшавии:

а) маҷмӯи ададҳои бутун ва маҷмӯи ададҳои мусбатро ёбед;

б) маҷмӯи ададҳои ратсионалӣ ва маҷмӯи ададҳои ирратсионалиро ёбед.

876. Оё адади 2,99 ҳалли нобаробарии $x < 3$ аст? Ягон адади аз 2,99 калонтарро нишон диҳед, ки нобаробарино қаноат менамояд.

877. Оё адади 3,01 ҳалли нобаробарии $x > 3$ аст? Ягон адади аз 3,01 хурдтарро нишон диҳед, ки нобаробарино қаноат менамояд.

878. Нобаробарино ҳал намоед:

а) $5(x-2) < 2(x+7)$;

б) $4(1-5y) + 10y > 24 - 10y$;

в) $\frac{1}{5}(2x+1) - \frac{1}{3}(2-x) > 1$;

г) $(z-1)(z-2) + 3 > (z-2)(z-5) + 5$;

д) $(4a+1)(a-1) - 4a^2 > 6a+8$;

е) $6x^2 - (2x-1)(3x+2) < 5x-8$.

879. Барои кадом қиматҳои a нобаробарӣ дуруст аст:

а) $\frac{3a-1}{5} - \frac{a+1}{2} < 1 - \frac{a}{7}$;

б) $a - 3 + \frac{a}{4} > \frac{a-5}{3}$;

в) $\frac{a-2}{5} - \frac{2a+3}{3} > 1$;

г) $\frac{5a-2}{8} - \frac{a+1}{4} < 2 + \frac{a}{2}$?

880. Ҳамаи ададҳои натуралиро ёбед, ки нобаробарии:

а) $2(2-6x) + 2(16+x) > 0$;

б) $(x+1)(x-1) - (x^2-4x) \leq 15$

-ро қаноат менамоянд.

881. Барои кадом қиматҳои x :

а) қимати касри $\frac{2x-1}{3}$ мусбат аст;

б) қимати касри $\frac{3-5x}{2}$ манфӣ аст;

в) қимати касри $\frac{2-3x}{5}$ аз қимати мувофиқи касри $\frac{4x-1}{3}$

калон аст;

г) қимати касри $\frac{x+1}{3}$ аз қимати мувофиқи касри $\frac{2x+3}{6}$ хурд аст?

882*. Барои кадом қиматҳои a муодила дорои ҳамаи ҳалҳо мусбат аст:

а) $2x=4a$; б) $x+1=a$; в) $x-7=2a+3$; г) $3x-5=a+7$?

883*. Барои кадом қиматҳои e муодила дорои ҳамаи ҳалҳо манфӣ аст:

а) $7x=2e$; б) $x-3=e$; в) $4x-1=e+3$; г) $4x-4=7e+2$?

884. Фосилаҳоеро ёбед, ки дар онҳо функсияи $y=-4x+12$ қиматҳои мусбат ва манфӣ қабул менамояд.

885*. Барои 16 нафар талаба рангу қалам хариданд. Нархи як куттии ранг 50 дирам ва нархи як қалам 20 дирам аст. Барои он ки арзиши харид аз 5 сомонӣ зиёд нашавад, чанд куттии ранг харидан мумкин аст?

886. Сайёҳ бо суръати 4 км/соат ба сӯи шаҳр, ки дар масофаи 24 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 2 соат аз паси ӯ сайёҳи дуюм ба роҳ баромад. Сайёҳи дуюм то ба шаҳр расидани сайёҳи якум бояд ба ӯ расида гирад. Барои ин вай бояд бо кадом суръат ҳаракат намояд?

887. Системаи нобаробариҳо ҳал кунед:

а)
$$\begin{cases} 3x > 1, \\ 2x > 0, \\ x > 8; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x > 0, \\ -x > -2, \\ 2x < 4; \end{cases}$$
 в)
$$\begin{cases} -x < 2, \\ 2x > 8, \\ x < -12; \end{cases}$$
 г)
$$\begin{cases} 2x > -6, \\ x < -2, \\ -2x > 8. \end{cases}$$

888. Иҷбот кунед, ки системаи нобаробариҳо ҳал надорад:

а)
$$\begin{cases} x^2 + 1 < 0, \\ 2x - 1 > 0; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 3x - 5 > 3x - 1, \\ 2x > 0; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 2x < 0, \\ 4x > 0; \end{cases}$$
 г)
$$\begin{cases} 4x + 5 > 0, \\ 4x - 5 \leq 0. \end{cases}$$

889. Системаи нобаробариҳо ҳал кунед:

а)
$$\begin{cases} 7 - 3x \geq 2x + 10, \\ 4x + 3 \geq 9 + 10x; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} \frac{9x - 2}{4} < 1 + 2x, \\ 7 + 2x > 3x - 1; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 12y - 3(y + 2) \geq 7y - 5, \\ 13y + 6 \leq 2(y - 5) + 3; \end{cases}$$
 г)
$$\begin{cases} (x - 4)(5x - 1) - 5x^2 > x + 1, \\ 3x - 0,4 > 2x - 0,6; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} \frac{4x-5}{7} < \frac{3x-8}{4}, \\ \frac{6-x}{5} - 1 < \frac{14x-3}{2}; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{2x-1}{3} - x \leq \frac{11-x}{6} - 2, \\ x + \frac{3+2x}{3} < 1. \end{cases}$$

890. Ҳалли системаи нобаробариҳо ёбед:

$$а) \begin{cases} \frac{2x-5}{4} - 2 \leq \frac{3-x}{3}, \\ \frac{5x+1}{3} > \frac{4+x}{4}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{10x-1}{3} - \frac{2-5x}{4} < \frac{5-3x}{6}, \\ \frac{2x+1}{2} \geq \frac{3+7x}{4} - \frac{5+4x}{5}. \end{cases}$$

891. Нобаробари дучандаро ҳал кунед:

а) $4 < 2x < 8$;

б) $4 \leq 5x - 2 \leq 7$;

в) $1 < \frac{8x+1}{2} < 2$;

г) $5 \leq 8x - 1 \leq 7$;

д) $0 \leq \frac{1-x}{4} \leq 1$;

е) $-1 \leq \frac{2x-1}{2} \leq 0$.

892. а) Барои кадом қиматҳои x , қимати ифодаи $2x-1$ ба фосилаи ададии $(-1; 3)$ тааллуқ дорад?

б) Барои кадом қиматҳои x , қимати касри $\frac{x-3}{2}$ ба порчаи $[0; 6]$ тааллуқ дорад?

в) Барои кадом қиматҳои x , қимати функсияи $y = -\frac{1}{2}x + 6$ ба фосилаи $(-1; 1)$ тааллуқ дорад?

г) Барои кадом қиматҳои x , қимати функсияи $y = -1,5x + 4$ ба порчаи $[-6; 2]$ тааллуқ дорад?

893. Яке аз тарафҳои росткунҷа аз дигараш 5 см калон аст. Дарозии тарафи хурдаш чӣ қадар бояд бошад, то ки периметри росткунҷа аз 20 см калон, вале аз 30 см хурд шавад?

894. Суммаи сечандаи се адади натуралии пай дар пай аз 36 хурд буда, суммаи дучандаи онҳо аз 12 калон аст. Ин ададҳо ёбед.

895. Агар ба нисфи суммаи ду адади бутуни пай дар пай $\frac{1}{3}$ қисми адади якумро ҷамъ кунем, ададе ҳосил мешавад, ки аз 12 хурд аст. Агар аз $\frac{1}{3}$ ҳиссаи суммаи ин ададҳо нисфи адади дуумро тарҳ кунем, ададери ҳосил мекунем, ки аз 1 калон аст. Ин ададҳои бутунро ёбед.

896*. Агар сайёҳон аз нақшаи муайяншуда рӯзе 5 км зиёдтар роҳ гарданд, онҳо дар 6 рӯз масофаи аз 90 км зиёдро тай менамоянд. Агар сайёҳон аз нақша рӯзе 5 км камтар роҳ гарданд, дар 8 рӯз масофаи аз 90 км камтарро тай мекунанд. Ба масофаи дар як рӯз мувофиқи нақша, ки онро сайёҳон бояд тай мекарданд, баҳо диҳед.

897. Нобаробарии касран ҳаггиро ҳал кунед:

а) $\frac{2x-1}{x+1} > 0$; б) $\frac{x+1}{x-1} \leq 3$; в) $\frac{x-1}{x+5} \geq 2$;

г) $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{3}$; д) $-\frac{3}{x} \leq -\frac{1}{2}$; е) $\frac{2}{x-1} < 4$.

898. Функция бо формулаи $y = \frac{2x+1}{x-2}$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қимати ин функция:

а) мусбат нест; б) манфӣ нест; в) аз -1 калону аз 1 хурд аст?

899. Нобаробариро ҳал кунед:

а) $|x-3| < 2$; б) $|x+2| > 2$; в) $|x-7| \leq 0$; г) $|x-3| < -1$;

д) $|3x-2,5| \leq 2$; е) $|5-2x| > 1$; ж) $|x-1,5| < 3$; з) $|3x-1| \geq 5$.

ҶАВОБҲО

674. а) ва г) -аш. **680.** а) не; б) ҳа; в) ҳа; г) не. **684.**

$a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{(a-1)^2}{a} \geq 0$. **685.** Агар $c = \frac{\sigma}{a}$ гузорем, он гоҳ нобаробарӣ

ба нобаробарии $c + \frac{1}{c} \geq 2$ баробарқувва аст. **687.** Нобаробарии

додашуда ба нобаробарии $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ баробарқувва аст. **688.** Баробарии $a^3 - b^3 - ab(a+b) = (a+b)(a^2 + b^2)$ -ро истифода кардан лозим

аст. **689.** а) $\frac{3-x}{7}$; б) 1. **690.** а) 2; б) 0; 1. **691.** $0,1\sqrt{5}$. **692.** $\left(-\frac{4}{19}; \frac{29}{19}\right)$.

693. Дар 2,4 дақиқа. **699.** а) a ва b мусбатанд; б) a ва b манфианд;

г) a ва b манфианд. **705.** $\frac{1}{c}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{d}$. **706.** б) $-4 < a < -3$; г) $-1 < 3 - a < 0$.

707. в) $0 < x - 3 < 4$. **708.** $8,7 < p < 9$. **709.** $0,4 \leq a \leq 0,41$. **710.**

а) $\frac{1}{5} < \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$; б) $4 < \frac{1}{x} < 8$. **711.** Не, хангоми $x=0,5$ будан, қимати

якумаш ба $\frac{35}{16}$ ва қимати дуумаш ба $\frac{5}{4}$ баробар аст. **712.** 0. **713.**

а) $-2\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{3}$. **714.** а) $1\frac{209}{990}$; б) $\frac{113}{1100}$. **720.** а) $12 < x + y < 15$;

б) $-5 < x - y < -2$; в) $32 < xy < 54$; г) $\frac{4}{9} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$. **723.** $11 < p < 11,4$ ва

$7,36 < S < 7,92$. **724.** Ха. **725.** $8^0 \leq \gamma \leq 10^0$. **726.** (4; -6). **727.** 24. **728.**

$\frac{3a+1}{6(3a-1)}$. **740.** а) ҳамаи ададҳои бутун аз -4 то 1; б) ҳамаи

ададҳои бутун аз -2 то 6. **742.** а) 9; б) 1; в) 4; г) -9; д) 28; е) 6. **743.**

а) -6; б) 2; в) -1; г) 3. **744.** Не. **745.** а) (4; 6); б) [-5; 5]; в) (7; $+\infty$);

г) (6; 10). **746.** а) [-6; 4]; б) $(-3; 2) \cup (8; 10)$. **747.** а) (3; $+\infty$) ва (-4; $+\infty$);

б) [0; 3] ва $(-\infty; +\infty)$; в) $(-\infty; 4)$ ва $(-\infty; 7)$; г) [1; 6] ва [0; 9]. **748.** Ба ҷойи

$1 - \frac{3}{2} = 2 - \frac{3}{2}$ бояд $\left|1 - \frac{3}{2}\right| = 2 - \frac{3}{2}$ ояд. **749.** $a^2 + 3 - 2a = (a-1)^2 + 2 \geq 2 > 0$.

750. 2 км/соат. **751.** $x^2 - 2x - 8 = 0$. **752.** Барои $x = \frac{1}{3}$. **756.** а) $(-5; +\infty)$;

б) $(-\infty; 6)$; в) $(-\infty; -2,5]$; г) $[0,7; +\infty)$. **757.** а) $(5; +\infty)$; б) $(4; +\infty)$; в) $(-\infty; 2]$;

г) $\left[-\infty; \frac{9}{7}\right]$; д) $(-\infty; -2)$; е) $(-\infty; 0]$; ж) $(-\infty; -18)$; з) $[10; +\infty)$. **758.**

а) $(-\infty; 2\frac{2}{3})$; б) $(-2,5; +\infty)$; в) $[1\frac{5}{7}; +\infty)$; г) $(5,5; +\infty)$; д) $(-\infty; 6)$;

е) $[0; +\infty)$; ж) $[-3; +\infty)$; з) $[-\infty; -30)$. **761.** а) $(-\infty; 0,7)$; б) $(-\infty; -\frac{1}{3})$;

в) $[-7; +\infty)$; г) $[1,5; +\infty)$; д) $(-0,5; +\infty)$; е) $[-0,4; +\infty)$; ж) $[7; +\infty)$.

762. а) $(-\infty; 1]$; б) $(-\infty; 2]$; в) $[6; +\infty)$; г) $(-\infty; 0,3]$; е) $(-\infty; 13)$;

ж) $(2,7; +\infty)$; з) $(-\infty; 9)$. **763.** а) барои $x > 0,5$; б) барои $y > 6$; в) барои

$z < -12$. **764.** а) барои $a < 1\frac{13}{17}$; б) барои $v > 5$. **765.** а) $(3; +\infty)$;

б) $(-2\frac{1}{3}; +\infty)$; в) $(-\frac{3}{7}; +\infty)$; г) $(-\infty; 22,5]$; д) \emptyset ; е) $(-\infty; +\infty)$;

ж) $(-\infty; \frac{8}{3}]$; з) $(-\infty; 18]$. **766.** а) $(-\infty; +\infty)$; б) \emptyset ; в) $(-\frac{1}{3}; +\infty)$;

г) $(-\infty; 2]$; д) $[4,8; +\infty)$; е) $(-\infty; 6)$; ж) $[-4,5; +\infty)$; з) $(-\infty; 2\frac{1}{3}]$. **767.**

а) $(6; +\infty)$; б) $(-\infty; -0,8)$; в) $(-\infty; \frac{7}{6})$; г) $(0; +\infty)$. **768.** а) $[0; +\infty)$;

б) $(-2; +\infty)$; в) $(-\infty; -\frac{11}{20}]$; г) $(-\infty; \frac{2}{15}]$; д) $[-\infty; +\infty)$; е) $(-\infty; -\frac{41}{34}]$.

769. а) $(-\infty; 14)$; б) $[-0,125; +\infty)$; в) $(-\infty; 14]$; г) $(-17; +\infty)$. **770.**

а) $(1\frac{2}{3}; +\infty)$; б) $(-\infty; 7)$; в) $(-\infty; 0]$; г) $(2; +\infty)$; д) $(-14; +\infty)$;

е) $(-\infty; -2,5)$; ж) $(-\infty; \frac{1}{3}]$; з) $[14,5; +\infty)$; и) $(-\infty; 9]$; к) $(-\infty; 3\frac{2}{9}]$;

л) $(-\infty; 1\frac{1}{3}]$; м) $(-\infty; 3]$. **771.** а) барои $x > 1\frac{5}{24}$; б) барои $x > -\frac{21}{32}$;

в) барои $y > \frac{1}{7}$; г) барои $y > \frac{9}{58}$. **772.** а) $(-\infty; 2\frac{6}{7})$; б) $(-\infty; 8)$;

в) $\left[-1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; г) $(1,5; +\infty)$; д) $(0; +\infty)$; е) $(-\infty; +\infty)$; ж) $(-\infty; 0,5]$;

з) $\left[\frac{3}{7}; +\infty\right)$. 773. а) $(13; +\infty)$; б) $(-3; \infty)$; в) $(-\infty; 4)$; г) $(-\infty; 2)$;

д) $\left(-\infty; -4\frac{3}{7}\right)$; е) $(-\infty; -5]$; ж) $\left(-\infty; -7\frac{9}{19}\right]$; з) $\left(-\infty; 9\frac{1}{17}\right)$. 774.

а) $(2; +\infty)$; б) $(-\infty; 3)$; в) $\left[10\frac{1}{16}; +\infty\right)$; г) $[2; +\infty)$; д) $\left[-\frac{3}{7}; +\infty\right)$;

е) $[2; +\infty)$; ж) $(-\infty; 1)$; з) $\left[2\frac{49}{76}; +\infty\right)$. 775. а) $(-\infty; -9)$; б) \emptyset ;

в) $[2; +\infty)$; г) $\left(1\frac{1}{3}; +\infty\right)$. 776. а) барои $x=3$; б) барои $x<3$; в) барои

$x>3$. 777. а) барои $x>-5,5$; б) барои $x<-5,5$. 778. а) барои $x\geq 1,5$;

б) барои $x\leq 0,6$; в) барои $a\geq -0,5$; г) барои $x\leq 1\frac{1}{3}$; д) барои $y\geq \frac{1}{3}$;

е) барои $v\geq 5$. 779. а) 3; б) -3. 780. а) 5; б) 18. 781. а) барои $c\leq 1$;

б) барои $a\geq -2,25$. 782. а) барои $c>2,25$; б) барои $a>1\frac{1}{3}$. 783.

а) барои $n=1$, $n=2$ ва $n=3$; б) барои $n=1$ ва $n=2$. 784. Аз 42 кг.

785. 11. 786. 14. 787. Аз 4 см кам. 788. На зиёд аз $12\frac{3}{20}$ м. 789.

Аз 31,5 км зиёд не. 790. $-3-\frac{1}{\sqrt{3}}$. 791. а) 2; б) $-\frac{1}{2}$; $\pm\sqrt{2}$. 792. Аз

баробарии $(+a)^2 = (-a)^2$ баробарии $+a = |-a|$ бармеояд, на

баробарии $+a = -a$. 793. а) 6; б) 4; в) 1. 796. а) $(13; +\infty)$;

б) $(-\infty; 2)$; в) $(0; 4)$; г) \emptyset ; д) $[-2; 3]$; е) $(9; 16]$. 797. а) $(6; +\infty)$;

б) $[4; +\infty)$; в) $(0; 5)$; г) \emptyset . 798. а) $(0; 0,4)$; б) $[3; 5]$; в) $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$;

г) (0,2; 0,25). **799.** а) [2;5]; б) (1,5; 3); в) (10; 20); г) $\left[-\infty; \frac{4}{9}\right]$. **800.**
 а) (-12; 2]; б) \emptyset ; в) $(-\infty; -9)$; г) $(-\infty; -4)$. **801.** а) (-2,5; 0,5);
 б) $(-\infty; -1,5]$; в) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$; г) [3; 6,7). **802.** а) (1; 4]; б) $(-\infty; -1]$;
 в) \emptyset ; г) $\left[-8; 1\frac{1}{3}\right]$. **803.** а) $(-\infty; 1,5]$; б) [0,5; $+\infty$); в) [2; 4];
 г) [-1; 1,5]. **804.** а) (-1,5; 0]; б) (0; 2,5); в) $(-\infty; -3)$; г) \emptyset . **805.**
 а) [5;27); б) (1;1,5); в) (0,4; $+\infty$); г) $(-\infty; -1,8)$. **806.** а) (-5; -3,6);
 б) [2;8]; в) (-2;4); г) (-3;0,5). **807.** а) 0;1 ва 2; б) 4,5,6 ва 7; в) 1,2 ва
 3; г) 1. **808.** а) (1;15); б) (0,5; $+\infty$); в) \emptyset ; г) $\left[\frac{2}{11}; 2\right]$. **809.** а) (2,5;9);
 б) (13,25;20]; в) $(-17;+\infty)$; г) $4\frac{5}{9}$. **810.** а) (-0,5;2,5); б) (2;11);
 в) $(-0,5;1,5)$; г) $\left(1\frac{2}{3}; 2\right)$. **811.** а) [-3;5,4]; б) [-5;1]; в) [-8,5;0,5];
 г) [0;1]. **812.** а) $\left[-\frac{4}{5}; \frac{14}{15}\right]$; б) [2;8]; в) [-0,9;1,2]; г) $\left[-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right]$. **813.**
 а) (1;1,5); б) [0,5;6,5]. **814.** а) (9; $+\infty$); б) $(-\infty; -3)$; в) (11;13]; г) [-2;5]
815. а) $(-\infty; 2]$; б) [1,2;1,5); в) (2;7); г) (1;2]. **816.** а) аз 4 км/соат
 зиёд ва аз 5 км/соат кам. **817.** 34. **818.** 36. **819.** а) Ҳамаи ададҳои
 аз $2\frac{2}{3}$ зиёд набуда; б) ҳамаи ададҳои аз 3,5 калон; в) ҳамаи
 ададҳо гайр аз 1. **820.** а) $\frac{2x^2}{x-3}$; б) $\frac{2}{a-e}$. **822.** а) ду юмаш калон;
 б) якумаш калон. **823.** а) $\left(-\infty; -\frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$; б) $\left(-\frac{9}{2}; \frac{1}{4}\right)$; в) $\left[-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right]$;

- г) $(-\infty; -4,2] \cup (-4; +\infty)$. **824.** а) $(-\infty; -0,4) \cup [3; +\infty)$; б) $\left(2\frac{1}{3}; 8,5\right)$;
 в) $(-0,5; 2)$; г) $(1,25; 4)$. **825.** а) $(-7; 3)$; б) $[13; +\infty)$. **826.** а) $(-2; 2)$;
 б) $(6; +\infty)$. **827.** $\frac{3}{5}$. **828.** а) $-1; 3$; б) $-1; 2$. **829.** Нишондод: $(a+b)$
 $(7-a)-a(1-a)=42>0$. **830.** а) 25; б) 0,4. **831.** Барои $a=-3$. **832.** 45 ва
 40 км/соат. **836.** а) $[-4; 4]$; б) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$; в) \emptyset ; г) $[-3; 3]$;
 д) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; е) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$; ж) $(-1,6; 1,6)$; з) $(-\infty; +\infty)$.
837. а) $(2; 4)$; б) $[-2; 6]$; в) $[-8,2; 1,8]$; г) $(-5,6; -1,6)$;
 д) $(-\infty; -7,8) \cup (-5,8; +\infty)$; е) $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$; ж) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$;
 з) $(-\infty; -25) \cup (5; +\infty)$. **838.** а) $(-1; 1,8)$; б) $(-\infty; 1,75] \cup [2,25; +\infty)$;
 в) $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{11}{3}; +\infty\right)$; г) $[-1; 4]$; д) $(0; 1)$; е) $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$;
 ж) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{11}{3}; +\infty\right)$; з) $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. **839.** 0,02. **840.** а) $4x^2(3x+3)$;
 б) $2a^2(3v^3-4a^2)$. **841.** Барои -2 ва 3. **842.** а) $\frac{x}{2}$; б) $\frac{x}{x-1}$. **843.** Баъди
 3 соат. **844.** 3,77; 0,83; 1625,34. **845.** а) $a < v$; б) $a > v$. **850.** а) не;
 б) ҳа; в) ҳа; г) не; д) ҳа; е) ҳа. **853.** Дар оби ором. **854.** Суръати
 Алй. **855.** Нишондод. Аз далели он ки тарафи секунҷа аз суммаи
 ду тарафи дигар калон нест, истифода кардан даркор аст. **862.**
 а) $-4 \leq -y \leq -3$; б) $-1 \leq 3 - y \leq 0$; в) $\frac{5}{4} \leq \frac{1}{y} + 1 \leq \frac{4}{3}$. **865.** $3,1 < m < 3,15$.
866. $3,65 \leq m \leq 3,75$. **868.** а) Не; б) ҳа, -2. **870.** Ҳа; ҳа, масалан,
 20,99; адади аз ҳама хурд ба б баробар буда, адади аз ҳама
 калон вучуд надорад. **872.** А): а) -6; б) -5; в) 5. Б): а) -8; б) -3; в) 8.
874. а) ҳа; б) не; в) ҳа; г) ҳа. **878.** а) $(-\infty; 8)$; б) \emptyset ; в) $(2; +\infty)$;
 г) $(2,5; +\infty)$; д) $(-\infty; -1)$; е) $\left(1\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **879.** а) барои $a < 7$; б) барои

$a > 1\frac{5}{11}$; в) барои $a < -5\frac{1}{7}$; г) барои $a > -20$. **880.** а) 1,2 ва 3; б) 1, 2, 3 ва 4. **881.** а) Барои $x > 0,5$; б) барои $x > 0,6$; в) барои $x < \frac{5}{29}$; г) барои ҳамаи қиматҳои x . **882.** а) Барои $a > 0$; б) барои $a > 1$; в) барои $a > -5$; г) барои $a > -12$. **883.** а) Барои $v < 0$; б) барои $v < -3$; в) барои $v < -4$; г) барои $v < \frac{6}{7}$. **884.** Дар $(-\infty; 3)$ функция мусбат буда, дар $(3; +\infty)$ манфӣ аст. **885.** На зиёд аз 6 қутғӣ. **886.** Аз 6 км/соат зиёдтар. **887.** а) $(8; +\infty)$; б) $(0; 2)$; в) \emptyset ; г) \emptyset . **889.** а) $(-\infty; -1]$; б) $(-\infty; 6]$; в) \emptyset ; г) $(0, 2; \frac{3}{22})$; д) $(7\frac{1}{5}; +\infty)$; е) $[-1; 0)$. **890.** а) $(\frac{8}{17}; 5, 1]$; б) $[-15; \frac{20}{61}]$. **891.** а) $(2; 4)$; б) $[1, 2; 1, 8]$; в) $(0, 125; 0, 375)$; г) $[0, 75; 1, 125]$; д) $[-3; 1]$; е) $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$. **892.** а) барои $0 < x < 2$; б) барои $3 \leq x \leq 9$; в) $10 < x < 14$; г) барои $1\frac{1}{3} \leq x \leq 6\frac{2}{3}$. **893.** Аз 2,5 см калону аз 5 см хурд. **894.** 2,3 ва 4. **895.** 8 ва 9. **896.** Аз 10 км зиёд ва аз 16,25 км камтар. **897.** а) $(-\infty; -1) \cup (0, 5; +\infty)$; б) $(-\infty; 1) \cup [2; +\infty)$; в) $[-11; -5)$; г) $(0; 3]$; д) $(0; 6]$; е) $(-\infty; 1) \cup (1, 5; +\infty)$. **898.** а) $[-0, 5; 2]$; б) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (2; +\infty)$; в) $(-3; \frac{1}{3})$. **899.** а) $(1; 5)$; б) $(-\infty; +\infty)$; в) $[-7; 7]$; г) \emptyset ; д) $[\frac{1}{6}; 1, 5]$; е) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$; ж) $(-1, 5; 4, 5)$; з) $(-\infty; -1\frac{1}{3}] \cup [2; +\infty)$.

Боби V

ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ БУТУН

§ 13. ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ БУТУН ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

42. ТАЪРИФИ ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ БУТУНИ МАНФӢ

Аз синфи 7 медонем, ки ҳосили зарби якчанд маротибаи адади a , дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ ном дорад. Масалан,

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16; \quad 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64.$$

Умуман,

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_n$$

n маротиба

Зарбкунандаи такроршавандаи a - асоси дараҷа ё асос ва адади натуралии n , ки ба миқдори ҳамчун зарбкунанда такрори a баробар аст, нишондиҳандаи дараҷа ё дараҷа номида мешаванд.

Ҳоло мафҳуми дараҷаро барои адади бутуни манфӣ паҳн мекунем. Яъне, ба кадом адад баробар будани a^n -ро, масалан, $(-2)^3$ ё 4^{-5} ва ғайраро, муайян мекунем.

Аввалан барои возеҳии баён фарз мекунем, ки асоси адад ба 10 баробар аст, яъне ба саволи чӣ маъно доштани 10^{-n} ҷавоб медиҳем.

Дараҷаҳои бо нишондиҳандаҳои 1, 2, 3 ва ғайра гирифташудаи адади 10-ро пай дар пай менависем. Дар натиҷа сатри

$$10^1, 10^2, 10^3, \dots \quad (1)$$

-ро ҳосил мекунем.

Ҳар яки ин ададҳоро дар намуди

$$10, 100, 1000, \dots \quad (2)$$

навиштан мумкин аст.

Ҳар як адади ин сатр аз адади пасояндааш 10 маротиба хурд аст. Сатри (2)-ро мувофиқи ҳамин қонуният бо воситаи пеш аз адади 10 навиштани адади 1, пеш аз адади 1 навиштани адади

$\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$, пеш аз адади $\frac{1}{10^1}$ навиштани адади $\frac{1}{10} = \frac{1}{10^2}$, пеш аз адади $\frac{1}{10^2}$ навиштани адади $\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$ ва гайра ба тарафи чап давом дода, ҳосил мекунем:

$$\dots, \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 1, 10^1, 10^2, 10^3, \dots \quad (3)$$

Дар сатри (1) нишондиҳандаи ҳар як дараҷа аз нишондиҳандаи дараҷаи пасоянд 1 воҳид хурд аст. Аз рӯи ин қонуният сатри (1)-ро ба тарафи чап давом дода, мо пеш аз 10^1 бояд 10^0 нависем, пеш аз 10^0 бояд 10^{-1} нависем, пеш аз 10^{-1} бояд 10^{-2} нависем ва гайра.

Натиҷаи ин гуна навиштаҷот сатри зерин мешавад:

$$\dots, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots \quad (4)$$

Сатрҳои (3) ва (4)-ро муқоиса карда, ба хулоса меоем, ки ҳисоб кардани он ки 10^{-1} ба $\frac{1}{10^1}$ баробар аст, 10^{-2} ба $\frac{1}{10^2}$ баробар аст ва гайра табиӣ аст. Ҳамин гуна созиш дар математика на танҳо барои дараҷаҳои адади 10, балки барои дараҷаи адади дилхоҳи нобаробари нули a ҳам қабул карда шудааст.

Таъриф. Агар $a \neq 0$ ва n -адади бутуни манфӣ бошад, он гоҳ:

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}.$$

Таърифи дараҷаро истифода карда, меёбем, ки

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}; \quad (-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{625}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = -8.$$

Ифодаи 0^n барои қимати n -и бутуни манфӣ маъно надорад (ҳангоми $n=0$ будан ҳам).

?

1. Дараҷаи нишондиҳандааш натуралии ададро чӣ хел мефаҳманд? 2. Таърифи дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфиро баён намоед.

900. Дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфиро бо каср иваз кунед:

- а) 10^{-5} ; б) 7^{-3} ; в) a^1 ; г) x^{15} ;
д) $(a\epsilon)^{-2}$; е) $(a+\epsilon)^{-3}$; ж) 2^{-1} ; з) 100^{-2} .

901. Касро бо дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ иваз кунед:

- а) $\frac{1}{10^2}$; б) $\frac{1}{5^6}$; в) $\frac{1}{x^4}$; г) $\frac{1}{y^8}$; д) $\frac{9}{1}$.

902. а) Ададҳои 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ва $\frac{1}{8}$ -ро дар намуди дараҷаи асосаш 2 нависед.

б) Ададҳои $\frac{1}{125}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{5}$, 1, 25, 125-ро дар намуди дараҷаи асосаш 5 нависед.

903. а) Ададҳои $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{3}$, 1, 3, 9, 27, 81-ро дар намуди дараҷаи асосаш 3 нависед.

б) Ададҳои 100; 10; 1; 0,1; 0,01-ро дар намуди дараҷаи асосаш 10 нависед.

904. Ададро бо воҳид муқоиса намоед:

- а) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-5}$; б) $0,127^0$; в) 10^{-10} ; г) $\left(2\frac{3}{4}\right)^{-2}$.

905. Ҳисоб кунед:

- а) 3^{-2} ; б) $-0,1^{-1}$; в) $(-1)^{-7}$; г) $(-1)^{-10}$; д) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$;

- е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$; ж) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-4}$; з) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^{-2}$; и) $0,01^{-2}$; к) $1,125^{-1}$.

906. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

- а) -10^{-2} ; б) $(-2)^{-3}$; в) $(-0,7)^{-2}$; г) $(0,4)^5$; д) $-(-2)^{-3}$; е) $-(-4)^{-2}$.

907. Ҳисоб кунед:

- а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; б) $(-4)^{-3}$; в) $1,5^{-1}$; г) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$; д) $-0,3^{-3}$; е) $- \left(2\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

908. Қимати ифодаро бо нул муқоиса кунед:

- а) 7^{-5} ; б) $2,1^{-4}$; в) $(-7,2)^{-6}$; г) $(-3,2)^3$.

909. Оё дуруст аст, ки агар:

- а) $a > 0$ ва n адади бутун бошад, он гоҳ $a^n > 0$ аст;
б) $a < 0$ ва n адади ҷуфти манфӣ бошад, он гоҳ $a^n > 0$ аст;
в) $a > 0$ ва n тоқи манфӣ бошад, он гоҳ $a^n < 0$ аст?

910. Қимати ифодаи x^p -ро ёбед, агар:

- а) $x = -5$, $p = -2$; б) $x = 3$, $p = -3$; в) $x = 3$, $p = -1$; г) $x = 8$, $p = 0$
бошад.

911. Ифодаи $-x^p$ дорои кадом қимат аст, агар:

- а) $x = -1$, $p = -2$; б) $x = 0,3$, $p = -2$; в) $x = 2$, $p = -1$; г) $x = 0,5$, $p = -3$
бошад?

912. Қимати ифодаҳои x^n ва x^{-n} -ро ёбед, агар:

- а) $x = \frac{2}{5}$, $n = -2$; б) $x = -2,5$, $n = 3$

бошад.

913. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $4 \cdot 2^{-3}$; б) $-2 \cdot 10^{-4}$; в) $21 \cdot (-9)^{-1}$; г) $15 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}$;

- д) $3^{-1} + (-2)^{-2}$; е) $(-5)^{-2} + 6^{-1}$; ж) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} + 3^{-3}$; з) $0,4^0 + 0,1^{-3}$.

914. Ҳисоб кунед:

- а) $7 \cdot 14^{-1}$; б) $-3 \cdot 9^{-2}$; в) $4^{-1} - 2^{-2}$; г) $1,2^0 - 1,2^{-1}$; д) $10 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

915. Ифодаро дар намуди касре, ки дараҷаи нишондиҳандааш адади манфӣ надорад, нависед:

- а) $4x^{-2}$; б) $7a\theta^{-5}$; в) $x^{-5}y$; г) $4(a\theta)^{-9}$.

916. Нишондиҳандаи манфиро истифода намуда, касрро дар намуди ҳосили зарб нависед:

- а) $\frac{5}{a^2}$; б) $\frac{x}{y}$; в) $\frac{3a^7}{a^5}$; г) $\frac{a^6}{5\theta^3}$;

- д) $\frac{1}{x^2y^2}$; е) $\frac{(a+\theta)^3}{\theta^2c^5}$; ж) $\frac{3a}{(a-3)^2}$; з) $\frac{(a+\theta)^5}{3(a-\theta)}$.

917. Ифодаро дар намуди каср нависед:

а) $a^2 + e^2$; б) $xy^1 + x^1y$; в) $(a+e^{-1})(a^1+e)$; г) $(x-2y^1)(2x^1+y)$.

918. Ифодаро ба каср табдил диҳед:

а) $(a^1+e^{-1})(a+e)^{-1}$; б) $(a-e)^{-2}(a^2-e^2)$.

Машқҳо барои тақрир

919. Ҳар яке аз ададҳои 4,123; 0,3728 ва 47,25-ро то даҳякӣ яқлухт кунед ва саҳви мутлақашро ёбед.

920. Алӣ 9 км бо пайраҳаи кӯҳӣ ба баландӣ баромада, бо ҳамон роҳ баргашт. Ба ҳамаи ин \bar{y} 5 соат вақт сарф намуд. Суръати ба баландӣ баромадани Алиро ёбед, агар маълум бошад, ки ҳангоми фаромадан вай суръаташро 1,5 бор зиёд кардааст.

921. Нобаробариҳо ҳал кунед:

а) $(3x-1)(3x+1)-9x(x+1) < x-9$;

б) $(4x-1)^2 - 8x(2+2x) > 25$.

922. Қимати ифодаи $x^2+2xy+y^2$ -ро ҳангоми $x=4+\sqrt{2}$ ва $y=\sqrt{2}-4$ будан ёбед.

923. Функцияи $y=2x-8$ дар кадом фосила қиматҳои манфӣ қабул мекунад? Қиматҳои мусбат чӣ?

43. ХОСИЯТҲОИ ДАРАЧАӢ НИШОНДИҲАНДАӢШ БУТУН

Хосиятҳои маълум, ки мо онҳоро барои дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралӣ дар синфи 7 муқаррар карда будем, барои дараҷаҳои нишондиҳандаш бутуни дилхоҳ ҳам дурустанд (бо назардошти ба нул баробар набудани асоси дараҷа).

Яъне, барои ҳар гуна $a \neq 0$, $e \neq 0$, m ва n -и бутуни дилхоҳ баробариҳои зерин дурустанд:

1. $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$; 2. $a^n : a^m = a^{m-n}$; 3. $(a^n)^m = a^{mn}$;

4. $(ae)^n = a^n \cdot e^n$; 5. $\left(\frac{a}{e}\right)^n = \frac{a^n}{e^n}$.

Ин хосиятҳоро бо воситаи ба таърифи дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ ва хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ таъянамадан, исбот кардан мумкин аст.

Масалан, дурустии хосияти 1-ро, ки *хосияти асосии дараҷа* ном дорад, ҳангоми манфӣ будани нишондиҳандаи дараҷаҳо исбот мекунем.

Бигузор $n=-k$ ва $m=-p$ аст, ки дар ин ҷо k ва p ададҳои натуралианд. Мувофиқи таърифи дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ (6.V §13.42) дорем:

$$a^n \cdot a^m = a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^k \cdot a^p} = \frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)} = a^{-k-p} = a^{n+m}.$$

(Дар боло дараҷаҳои a^{-k} ва a^{-p} -ро бо касрҳои $\frac{1}{a^k}$ ва $\frac{1}{a^p}$,

инчунин касри $\frac{1}{a^{k+p}}$ -ро бо дараҷаи $a^{-(k+p)}$ иваз карда, аз таърифи

дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ истифода кардаем.

Ҳосили зарби $a^k \cdot a^p$ -ро бо дараҷаи a^{k+p} иваз карда, хосияти асосии дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ истифода намудем).

Аз хосиятҳои 1-5 бармеояд, ки қоидаҳои иҷрои амалҳо бо дараҷаҳои нишондиҳандашон бутун ва қоидаҳои иҷрои амалҳо бо дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралӣ яхелаанд.

М и с о л и 1. Ҳосили зарби $a^{-13} \cdot a^{18}$ -ро сода мекунем.

Ҳангоми зарб кардани дараҷаҳои асосҳои яхела, асосро бетағйир гузошта, нишондиҳандаҳои дараҷаҳоро ҷамъ мекунам:

$$a^{-13} \cdot a^{18} = a^{-13+18} = a^5.$$

М и с о л и 2. Ҳосили тақсими $6^4:6^7$ -ро сода мекунем.

Ҳангоми тақсими дараҷаҳои асосҳои яхела асосро бетағйир гузошта, аз нишондиҳандаи дараҷаи тақсимшаванда нишондиҳандаи дараҷаи тақсимкунандаро тарҳ мекунам:

$$6^4:6^7 = 6^{4-7} = 6^{-3}.$$

Мо қоидаи тақсими дараҷаҳои асосҳои яхеларо барои дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралӣ дар ҳамон маврид

татбиқ карда метавонистем, ки агар нишондиҳандаи дараҷаи тақсимшаванда аз нишондиҳандаи дараҷаи тақсимкунанда хурд набошад. Акнун баъди ҷорӣ кардани дараҷаҳои нишондиҳандашон бутун ин маҳдудият аз байн бардошта мешавад. Нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунанда аз ададҳои бутуни дилхоҳ иборат шуда метавонанд.

М и с о л и 3. Ифодаи $(3a^4e^{-5})^{-2}$ -ро сода мекунем.

Ҳангоми ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб ҳар як зарбшавандаро ба ҳамон дараҷа бардошта, натиҷаҳоро зарб мекунанд. Ҳангоми ба дараҷа бардоштани нишондиҳандаи дараҷа асосро бетағйир гузошта, нишондиҳандаҳоро зарб мекунанд.

Мувофиқи ин гуфтаҳо ҳосил менамоем:

$$(3a^4e^{-5})^{-2} = 3^{-2}(a^4)^{-2}(e^{-5})^{-2} = \frac{1}{9}a^{-8}e^{10}.$$

?

1. Хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралиро номбар кунед. 2. Хосиятҳои ҳосили зарб ва ҳосили тақсими дараҷаҳои асосҳояшон якхелаи дорои нишондиҳандаи бутунро баён намоед. 3. Нишондиҳандаи дараҷаро чӣ гуна ба дараҷа мебардоранд? 4. Ҳосили зарб ва ҳосили тақсими чӣ гуна ба дараҷа мебардоранд?

924. Қимати ифодаро ёбед:

- а) $3^{-2} \cdot 3^4$; б) $2^5 \cdot 2^{-2}$; в) $10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}$;
 г) $2^8 \cdot 2^{10}$; д) $4^{-4} : 4^{-4}$; е) $3^{-3} : 3$;
 ж) $(2^{-5})^{-1}$; з) $(5^3)^{-2}$; и) $2^{-5} \cdot (2^{-3})^{-4}$.

925. Ҳисоб кунед:

- а) $5^{-12} \cdot 5^{14}$; б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$; в) $3^{-7} : 3^{-9}$;
 г) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^4$; д) $(2^{-3})^{-2}$; е) $(0,1^{-2})^{-1}$.

926. Иббот кунед, ки барои ҳар гуна адади $a \neq 0$ ва n -и дилхоҳи бутун ададҳои a^n ва a^{-n} байни худ чаппаанд.

927. Иббот кунед, ки барои n -и дилхоҳи бутун ва $a \neq 0$, $b \neq 0$ будан

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

аст.

928. Ҳисоб кунед:

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$; в) $0,1^{-2}$;

г) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{-4}$; д) $0,002^{-1}$; е) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

929. Иббот кунед, ки агар a ва b ададҳои мусбат ва $a > b$ бошад, он гоҳ $a^{-1} < b^{-1}$ аст.

930. Ифодаро дар намуди дараҷаи асосаш 3 нависед ва қиматашро ёбед:

а) $9 \cdot 3^{-3}$; б) $(3^{-1})^4 \cdot 27^2$; в) $9^{-2} : 3^{-5}$; г) $81^3 : (9^{-2})^{-3}$.

931. Ифодаро дар намуди дараҷаи асосаш 2 нависед ва қиматашро ёбед:

а) $2^{-8} \cdot 2^{10}$; б) $64 \cdot (3^{-3})^2$; в) $8^{-2} \cdot 4^3$; г) $4^3 \cdot 16^{-1}$.

932. Ифодаро, ки дар он m адади бутун аст, дар намуди дараҷаи асосаш 5 нависед:

а) $5^m \cdot 5^{m+2} \cdot 5^{2-m}$; б) $(5^m)^3 \cdot (5^2)^m$; в) $125 : 5^{3m-1}$.

933. Ҳисоб кунед:

а) $9^7 : 9^{10}$; б) $9^{-5} \cdot 27^3$; в) $10^0 : 10^{-4}$; г) $64^4 : 16^{-5}$;

д) $\frac{2^{-8}}{4^{-3} \cdot 4^{-5}}$; е) $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-8}}{2^{-24}}$; ж) $\frac{3^{-8} \cdot 9^7}{(-3)^2}$; з) $\frac{4^{-5} \cdot 16^{10}}{64^3}$.

934. Қимати ифодаро ёбед:

а) $125^{-1} \cdot 25^3$; б) $16^{-2} \cdot 4^4$; в) $(6^2)^6 : 6^{14}$;

$$\text{г) } 11^0 : (11^{-1})^2; \text{д) } \frac{(2^4)^2 \cdot (2^{-4})^3}{4^3}; \text{е) } \frac{(3^{-1})^3 \cdot 9^4}{(3^3)^2}.$$

935. Ифодаи a^{16} -ро, ки дар ин чо $a \neq 0$ аст, дар намуди дараҷаи асосаш:

а) a^2 ; б) a^4 ; в) a^2 ; г) a^4 нависед.

936. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{3}{2}av^{-2} \cdot 6a^{-3}v$; б) $\frac{3}{4}m^{-1}n^2 \cdot 8m^2n^{-1}$; в) $0,8a^{-2}v^4 \cdot \frac{1}{4}a^2v^{-4}$;

г) $0,9x^{-1}y \cdot 3x^2y^2$; д) $2m^{-2}n^3 \cdot \frac{1}{6}m^3n^{-5}$; е) $4\frac{1}{2}a^7v^{-17} \cdot 0,6a^{-5}v^{19}$.

937. Ифодаро сода карда, қиматашро ёбед:

а) $1,6x^{-2}y^2 \cdot 5x^3y^{-3}$ ҳангоми $x=0,125$, $y=5$ будан;

б) $\frac{4}{7}x^4y^{-4} \cdot 21x^{-5}y^2$ ҳангоми $x=10$, $y=\frac{1}{5}$ будан.

938. Дараҷаро дар намуди ҳосили зарб нависед:

а) $(a^{-1}v^{-1})^{-2}$; б) $(x^2y^2)^2$; в) $(a^2v^4)^{-10}$;

г) $(-3m^3n^{-1})^2$; д) $\left(\frac{1}{3}a^{-2}v^2\right)^{-3}$; е) $(-0,5x^{-5}y^2)^3$.

939. Ба ҳосили зарб тағдил диҳед:

а) $(4a^3v)^{-1}$; б) $\left(\frac{3}{4}a^{-1}v^{-2}\right)^{-2}$;

в) $\left(\frac{7}{8}a^{-5}v\right)^{-1}$; г) $(0,2x^4y^3)^{-1}$.

940. Ифодаро дар намуди дараҷаи ҳосили зарб нависед:

а) $0,001x^{-3}$; б) $16y^4$; в) $0,0081a^4v^{-8}$; г) $10^4x^4y^6$.

941. Амалро иҷро намоед:

а) $1 : \left(\frac{1}{3}av^{-1}\right)$; б) $\frac{6a^{-3}}{v^2} \cdot \frac{v^3}{3a^{-2}}$;

в) $\frac{15}{7}a^{-5}v : (-5a^{-7}v^{-1})$; г) $\frac{13a^{-2}}{v} \cdot \frac{v^4}{39a^{-3}}$.

942. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{5x^{-1}y^{-5}}{3} \cdot \frac{9x^6}{y^{-4}}$; б) $\frac{16a^{-1}e^2}{5} \cdot \frac{25a^6}{64e^8}$;

в) $\frac{x^3}{3y^{-3}} \cdot \frac{15y}{x^{-2}}$; г) $\frac{26a^{17}}{e^{-8}} \cdot \frac{e^3}{13a^{14}}$.

943. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\left(\frac{a^{-4}}{10e^3c^5}\right)^{-2} \cdot (5a^2ec)^{-2}$; б) $4a^{-9}e \cdot \left(\frac{ae}{3}\right)^{-1}$;

в) $\left(\frac{x^5y^{-2}}{4z}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^2y}{8z}\right)^2$; г) $\left(\frac{2x^4}{y^5}\right)^{-1} \cdot (x^{-1}y)^2$.

Машқҳо барои такрор

944. Системаи нобаробариҳо ҳал кунед:

а) $\begin{cases} 2(4x-1)-3x > 5(x-2)+7, \\ \frac{x-2}{3} \leq \frac{x-3}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1,2x+7 < 2x-3,6, \\ \frac{2x+9}{7} > \frac{5x-3}{2}. \end{cases}$

945. Барои кадом қимати a , қимати каср ба нул баробар аст:

а) $\frac{|a|-2}{a^2+1}$; б) $\frac{|a|-5}{a^2-2a}$?

946. Ҳисоб кунед:

а) $5^{12} \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,04^5$; б) $\frac{1}{32} \cdot 8^5 \cdot 0,25^3$.

947. Нишон диҳед, ки қимати ифода адади рашионалӣ аст:

а) $\frac{1}{3\sqrt{2}-4} - \frac{1}{3\sqrt{2}+4}$; б) $\frac{1}{5+2\sqrt{6}} + \frac{1}{5-2\sqrt{6}}$.

44. НАМУДИ СТАНДАРТИИ АДАД

Дар илм ва техника баъзан бо ададҳои ниҳоят калон ё ниҳоят хурди мусбат сару кор доранд. Масалан, диаметри Офтоб бо адади ниҳоят калони $1\ 390\ 600\ 000$ м ва диаметри молекулаи об бо адади ниҳоят хурди $0,00000003$ см ифода мешавад.

Хондан ва навиштани ададҳои ниҳоят калон ва ниҳоят хурди намууди даҳии муқаррарӣ дошта, инчунин иҷрои амалҳо бо онҳо хеле ноқулай аст. Дар ин маврид навиштани ин гуна ададҳо дар намууди $a \cdot 10^n$, ки дар ин ҷо n - адади бутун мебошад, қабул карда шудааст. Масалан,

$$136\ 000 = 0,136 \cdot 10^6; \quad 0,0023 = 2,3 \cdot 10^{-3}; \quad 0,149 = 14,9 \cdot 10^{-2}.$$

Ададҳои $1\ 390\ 600\ 000$ ва $0,00000003$ -ро дар намууди ҳосили зарби адади байни воҳиду даҳ маҳдуд буда ва ягон дараҷаи адади 10 ифода мекунем:

$$1390\ 600\ 000 = 1,3906 \cdot 10^9; \quad 0,00000003 = 3 \cdot 10^{-8}.$$

Дар ин намуод навишти ин ададҳо *намууди стандартӣ* онҳо мегӯянд. Ҳар гуна адади мусбати дилхоҳро дар ин намуод навиштан мумкин аст.

Ҳамин тарик, намууди стандартӣ адади a гуфта, навишти намудаш $a \cdot 10^n$ -ро меноманд, ки дар ин ҷо $1 \leq a < 10$ ва n адади бутун аст. Адади n *тартиби* адади a номида мешавад. Масалан, тартиби ададе, ки диаметри Офтобро бо метрҳо ифода менамояд, ба 9 баробар буда, тартиби ададе, ки диаметри молекуларо бо сантиметрҳо ифода мекунад, ба -8 баробар аст.

Тартиби адад доир то ба чӣ андоза калон ё хурд будани адад тасаввурот медиҳад. Масалан, агар тартиби адади a баробари 2 бошад, он гоҳ ин чунин маъно дорад, ки $100 \leq a < 1000$ аст. Рафту агар тартиби адади a ба -2 баробар бошад, он гоҳ $0,01 \leq a < 0,1$ мебошад. Тартиби калони мусбат ниҳоят калон будани ададро нишон дода, тартиби хурди манфӣ хурд будани ададро нишон медиҳад.

М и с о л и 1. Адади $a = 5\ 240\ 000$ -ро дар намууди стандартӣ ифода мекунем.

Дар ин адад вергулро чунон мегузorem, ки дар қисми бутун якто рақам монад. Дар натиҷа 5,24 ҳосил мешавад. Баъди рақами 5 ин адад боз 6 рақами дигар дорад. Пас, агар аз тарафи

рост 6 рақамро бо воситаи вергул чудо кунем, адади a бо ин 10^6 маротиба хурд мешавад. Аз ин ҷо:

$$a = 5,24 \cdot 10^6.$$

М и с о л и 2. Адади $a=0,0000125$ -ро дар намуди стандартӣ менависем.

Дар адади a ҷои вергулро тавре иваз мекунем, ки дар қисми бутун якто рақами аз нул фарқкунанда монад. Дар натиҷа 1,25 ҳосил мешавад. Вергулро ба рост 5 рақам кўчонда, мо адади a -ро 10^5 маротиба зиёд менамоем. Бинобар ин, 10^5 маротиба адади a аз адади 1,25 хурд аст. Аз ин ҷо:

$$a = 1,25 : 10^5 = 1,25 \cdot \frac{1}{10^5} = 1,25 \cdot 10^{-5}.$$

М и с о л и 3. Микдори миллиметрҳои кубиро, ки дар 1 м^3 ҳастанд, дар намуди стандартӣ менависем. Инчунин муайян мекунем, ки 1 мм^3 кадом қисми 1 м^3 -ро ташкил мекунад.

Азбаски 1 м ба $1000 \text{ мм} = 10^3 \text{ мм}$ баробар аст, пас микдори мм^3 дар 1 м^3 буда, ба $(10^3)^3 \text{ мм}^3 = 10^9 \text{ мм}^3$ баробар мебошад.

Бинобар ин, $1 \text{ мм}^3 = \frac{1}{10^9} \text{ м}^3 = 10^{-9} \text{ м}^3$.

М и с о л и 4. Адади $1,64 \cdot 10^3$ -ро ба $0,41 \cdot 10^{-4}$ тақсим мекунем:

$$(1,64 \cdot 10^3) : (0,41 \cdot 10^{-4}) = \frac{1,64 \cdot 10^3}{0,41 \cdot 10^{-4}} = \frac{1,64}{0,41} \cdot 10^{3+4} = 4 \cdot 10^7.$$

- ? | 1. Чӣ гуна навишти ададро намуди стандартии он меноманд?
2. Тарзи дар намуди стандартӣ ифода кардани ададро бо мисолҳо нишон диҳед.

948. Тартиби адади дар намуди стандартӣ ифодашударо нишон диҳед:

- а) $1,3 \cdot 10^8$; б) $2,8 \cdot 10^2$; в) $3,1 \cdot 10^{-4}$;
г) $8,9 \cdot 10^{-1}$; д) $5,56 \cdot 10^6$; е) $9,98 \cdot 10^{-7}$.

949. Ададро дар намуди стандартӣ нависед:

- а) 46 000 000; б) 1 170 000; в) 485 000 000;
г) 20,42; д) 0,00028; е) 0,000047.

950. Ададро дар намуди стандартӣ нависед:

- а) $36 \cdot 10^2$; б) $127 \cdot 10^7$; в) $0,65 \cdot 10^5$; г) $0,06 \cdot 10^4$.

951. Ададро дар намуди стандартӣ ифода кунед:

- а) 2 032 000; б) 8 000 000; в) 72,46; г) 0,89;
д) 0,000003; е) 0,00651; ж) $407 \cdot 10^{-6}$; з) $0,021 \cdot 10^2$.

952. Адади дар ҷумлаи зерин бударо дар намуди стандартӣ нависед:

- а) Сатҳи Замин 510 083 000 км-и квадратӣ аст;
б) Массои Замин 6 000 000 000 000 000 000 000 т аст;
в) Одам зиёда аз 100 000 000 000 000 ҳуҷайра дорад;
г) Массои атоми гидроген ба 0, 000 000 000 000 000 000 000 0017 г баробар аст.

953. Ифода кунед:

- а) $2,8 \cdot 10^3$ тоннаро бо граммҳо; б) $1,4 \cdot 10^{-3}$ км-ро бо сантиметрҳо;

- в) $7,82 \cdot 10^{-1}$ кг-ро бо тоннаҳо; г) $3,76 \cdot 10^5$ см-ро бо метрҳо.

954. Ифода кунед:

- а) $2,68 \cdot 10^8$ см-ро бо километрҳо;
б) $2,6 \cdot 10^{-2}$ м-ро бо миллиметрҳо;
в) $4,75 \cdot 10^{12}$ кг-ро бо тоннаҳо;
г) $1,7 \cdot 10^{-2}$ тоннаро бо килограммҳо.

955. Зарбро иҷро кунед:

- а) $(4,25 \cdot 10^2) \cdot (1,4 \cdot 10^4)$; б) $(2,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5,2 \cdot 10^4)$.

956. Таксимро иҷро кунед:

- а) $(3,9 \cdot 10^3) : (3 \cdot 10^{-2})$; б) $(1,24 \cdot 10^{-5}) : (4,2 \cdot 10^{-3})$.

957. Амалҳоро иҷро кунед:

- а) $(3,5 \cdot 10^{-2}) \cdot (8,2 \cdot 10^3)$; б) $(7,2 \cdot 10^4) : (1,2 \cdot 10^3)$.

958. Суръати рушной ба $3 \cdot 10^5$ км/сония баробар аст. Рушной дар $1,6 \cdot 10^4$ сония кадом масофаро тай менамояд?

959. Ҳаҷми куберо ёбед, ки дарозии тегаи он ба:

- а) $1,5 \cdot 10^{-2}$ см; б) $3,1 \cdot 10^2$ мм

баробар аст. Ҳаҷми ёфташударо бо метри кубӣ ифода намоед.

Машқҳо барои тақрор

960. Қатора дар роҳ ним соат боздошта шуд ва барои дар вақти муайяншуда ба истоғоҳ рафта расидан, суръаташро 1,4 маротиба зиёд намуда, 70 км роҳи боқимондаро тай намуд. Суръатеро, ки пеш аз истодан қатора бо он ҳаракат мекард, ёбед.

961. Ифодаро сода кунед:

а) $(a^{-1} - 3) \left(a^{-2} + \left(\frac{1}{3}a \right)^{-1} + 9 \right)$; б) $(a^1 + e^{-1})(a^2 - (ae)^{-1} + e^2)$.

962. Қимати ифодаи $1,4x^2y^2 \cdot 6x^3y^1$ -ро ёбед, агар:

а) $x=2,5$, $y=0,24$; б) $x=-0,2$, $y=-16$

бошад.

963. Нобаробариро ҳал кунед:

а) $|2,4x - 7| \leq 2$; б) $-1 < 2 - 4x \leq 3$.

964. Барои кадом қиматҳои x ифодаи $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$ маъно дорад?

§ 14. ҲИСОББАРОРИҲОИ ТАҚРИБӢ

45. ТАРЗИ НАВИШТИ ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБӢ

Дар синфи 7 мо бо мафҳумҳои қимати тақрибии адад, сахви мутлақ, сахви нисбии он ва гайраҳо, ки бо ададҳои тақрибӣ алоқаманданд, шинос шуда будем. Акнун тарзи мувофиқи навишти қимати тақрибии ададро дида мебароем.

Қимати тақрибиро одатан тавре менависанд, ки аз рӯи он муайян кардани саҳеҳиаш имконпазир гардад. Масалан, фарз мекунем, ки дар рӯи куттии қанд навишта шудааст, ки вазнаш $12 \pm 0,2$ кг мебошад. Ин навиштаҷот нишон медиҳад, ки вазни куттӣ бо саҳеҳии то 0,2 кг ба 12 кг баробар аст. Яъне, қимати аниқӣ вазн p (бо кг-ҳо) аз қимати тақрибии ба 12 баробари он на зиёдтар аз 0,2 фарқ мекунад:

$$12 - 0,2 \leq p \leq 12 + 0,2,$$

$$11,8 \leq p \leq 12,2.$$

Қиматҳои тақрибӣ дар ҷадвалҳои математикӣ ва маълумотномаҳо одатан чунон навишта мешаванд, ки сахв аз воҳидҳои разряди охири калон намебошад. Дар ин гуна мавридҳо мегӯянд, ки адад бо *рақамҳои эътимодноқ* навишта шудааст.

Т а ъ р и ф. Рақами эътимодноқи қимати тақрибии адад гуфта, рақами разряди дилхоҳро, ки сахви мутлақ аз воҳидҳои ин разряд зиёд нест, меноманд.

Масалан, дар маълумотномаҳо барои вазни хоси симоб дар ҳарорати 0° қимати 13,59 (ба ҳисоби $\text{г}/\text{см}^3$) оварда мешавад. Дар навишти 13,59 ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд. Рақами охирин дар разряди садякӣ навишта шудааст. Пас, саҳви мутлақ аз 0,01 хурд ё баробари он аст, яъне

$$\alpha = 13,59 \pm 0,01.$$

Дар адабиёти техникӣ ва маълумотномаҳо қиматҳои тақрибии бисёр бузургҳо дар намуди стандартӣ, яъне дар намуди $a \cdot 10^n$, ки дар ин ҷо $1 \leq a < 10$ ва n -адади бутун мебошад, оварда мешаванд. Дар айни ҳол дар назар дошта мешавад, ки ҳамаи рақамҳои адади a эътимодноқанд. Чунин навиштаҷот имконият медиҳад, ки ба саҳви мутлақи қимати тақрибӣ бо осонӣ баҳо диҳем.

М и с о л. Дар маълумотнома оварда шудааст, ки массаи сайёраи Уран ба $8,70 \cdot 10^{25}$ кг баробар аст. Ба саҳви мутлақи қимати тақрибии массаи Уран баҳо медиҳем.

Массаи Уранро (бо ҳисоби кг) бо x ишорат мекунем. Азбаски дар зарбкунандаи 8,70 ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд ва рақами охирин садякист, пас,

$$x = (8,70 \pm 0,01) \cdot 10^{25}.$$

Қавсҳоро кушода ҳосил мекунем:

$$x = 8,70 \cdot 10^{25} \pm 0,01 \cdot 10^{25},$$

$$x = 8,70 \cdot 10^{25} \pm 10^{23}.$$

Навишти охирин нишон медиҳад, ки саҳви мутлақи қимати тақрибии x хурд аз 10^{23} ё баробари он аст.

Агар адад дар намуди стандартӣ навишта шуда бошад ва дар зарбкунандаи a ҳамаи рақамҳо эътимодноқ бошанд, он гоҳ чунин навишт имкон медиҳад, ки бо осонӣ ба саҳви нисбӣ низ баҳо диҳем.

Ба мисоли муоина кардаамон бармегардем. Ба саҳви нисбии қимати тақрибии $x \approx 8,70 \cdot 10^{25}$ баҳо медиҳем.

Мо аз 10^{23} хурд ё ба он баробар будани саҳви мутлақи ин қиматро нишон додем. Пас, саҳви нисбии он

$$\frac{10^{23}}{8,70 \cdot 10^{25}} = \frac{1}{870} < \frac{1}{100} = 0,01$$

аст. Мебинем, ки сахви нисбӣ аз воҳиди разряди охирини дар навишти зарбкунандаи 8,70 буда, хурд мебошад.

Умуман, нишон додан мумкин аст, ки агар $x=a \cdot 10^n$ бошад, ки дар ин ҷо $1 \leq a < 10$ буда, ҳамаи рақамҳои зарбкунандан a эътимодноқанд, он гоҳ сахви нисбии қимати тақрибӣ аз воҳиди разряди охирини дар навишти зарбкунанда буда, калон нест.

Бояд қайд кард, ки ҳангоми навиштани қиматҳои тақрибӣ аксар вақт ба ҷойи $a \cdot 10^3$, $a \cdot 10^6$, $a \cdot 10^9$ мувофиқан a ҳазор, a миллион, a миллиард менависанд. Дар чунин навиштаҷот зарбкунандаи a метавонад аз ҳудуди нимпорчаи [1; 10) берун барояд. Масалан, масофаи байни Замину Офтоб тақрибан 149,6 миллион километр мебошад.

Э ʒ о х. Агар a қимати тақрибии адади x ва сахви мутлақи он аз h калон набошад, он гоҳ ин ададро дар шакли

$$a - h \leq x < a + h$$

ҳам менависанд.

?

1. Рақами эътимодноки қимати тақрибии адад гуфта, чиро мегуянд? 2. Дар навиштаҷоти $x=a \pm h$ ададҳои a ва h чӣ маъно доранд? 3. Чаро ин навиштаҷот имконият медиҳад, ки сахви мутлақ ва сахви нисбии қимати тақрибии адад ёфта шавад?

965. Маънои навиштаҷоти зеринро баён кунед:

а) $a=2,76 \pm 0,8$;

б) $v=0,869 \pm 0,031$;

в) $x=7686 \pm 28$;

г) $y=92000 \pm 2000$.

966. Агар:

а) $x=62 \pm 1$; б) $x=4,2 \pm 0,1$; в) $x=8,9 \pm 0,2$; г) $y=40,64 \pm 0,18$ бошад, адади x дар кадом ҳудудҳо ҷойгир аст?

967. Суръати рушной s дар вакуум (ба ҳисоби м/сония) ба $299792458 \pm 1,2$ баробар аст. Адади s дар кадом ҳудудҳо ҷойгир аст?

968. Дар қимати тақрибии зерин ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд. Ба сахви мутлақи қимати тақрибӣ баҳо диҳед:

а) 36,72;

б) 12,6;

в) 3,7145;

г) 0,00971;

д) 37;

е) 470;

ж) 4,2;

з) 7,200.

969. Дар қимати тақрибии x ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд. Саҳеҳии қимати тақрибии x ёфта шавад:

- а) $x \approx 2,18$; б) $x \approx 196,4$; в) $x \approx 0,082$;
г) $x \approx 1720$; д) $x \approx 0,03$; е) $x \approx 0,040$.

970. Ба саҳви мутлақи бузургии x , ки дар намуди $a \cdot 10^n$ навишта шудааст ва дар зарбқунандаи a ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд, баҳо диҳед:

- а) $x \approx 3,6 \cdot 10^{-4}$; б) $x \approx 4,376 \cdot 10^6$.

971. Ба саҳви нисбии қимати тақрибии x , ки дар намуди $a \cdot 10^n$ навишта шудааст ва дар зарбқунандаи a ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд, баҳо диҳед:

- а) $x \approx 1,16 \cdot 10^2$; б) $x \approx 1,23 \cdot 10^{-7}$; в) $x \approx 1,380 \cdot 10^4$;
г) $y \approx 4,6231 \cdot 10^{-4}$; д) $y \approx 0,004 \cdot 10^{-2}$; е) $y \approx 8,5 \cdot 10^0$.

972. Массайи Офтоб ба $1,985 \cdot 10^{33}$ г ва массайи Замин ба $5,976 \cdot 10^{27}$ г баробар аст. Ба саҳви мутлақи ин қиматҳои тақрибӣ баҳо диҳед.

973. Қимати тақрибии массайи электрон ба $9,1085 \cdot 10^{-28}$ г баробар аст. Дар адади $9,1085$ ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд. Саҳеҳии нисбии қимати тақрибии массайи электронро ёбед.

Машқҳо барои тақрор

974. Ададро дар намуди стандартӣ навишед:

- а) 267000; б) 16 000 000; в) 0,000061; г) 0,00187.

975. Амалро иҷро кунед:

- а) $(3,14 \cdot 10^2) \cdot (4,2 \cdot 10^4)$; б) $(1,64 \cdot 10^{-4}) : (2,8 \cdot 10^{-5})$.

976. Системани нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{4x+3}{3} - \frac{3x-1}{8} \leq 4, \\ \frac{7x+3}{5} + \frac{3x+1}{2} > 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3(6-4x) < 16-5x, \\ \frac{x}{3} + \frac{x}{2} < 1\frac{2}{3}. \end{cases}$$

977. Ифодаи $\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) - (\sqrt{3}+1)^2$ -ро сода кунед.

978. Нобаробари $\frac{a^4+1}{2} \geq a^2$ -ро исбот кунед.

46. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБӢ

Ҳисоббарориҳо бо ададҳои тақрибӣ (ададҳое, ки бо қимати тақрибиашон дода шудаанд) дар масъалаҳои амалӣ ба таври васеъ истифода карда мешаванд. Дар назар дошта мешавад, ки ҳамаи рақамҳои адади тақрибӣ эътимодноқанд. Натиҷаи ҳисоббарорӣ бо назардошти эътимодноқ будани ҳамаи рақамҳои қиматҳои тақрибӣ яқлухт карда мешавад. Дар ин банд тарзи яқлухт кардани натиҷаи чамъ ва тархро ҳангоми тақрибӣ будани ададҳо дида мебароем.

Аз мисол сар мекунем. Қимати тақрибии суммаи $x+y$ -ро меёбем, агар маълум бошад, ки

$$x \approx 5,62 \quad \text{бо саҳеҳии то } 0,01,$$

$$y \approx 9,3 \quad \text{бо саҳеҳии то } 0,1.$$

Қиматҳои тақрибии 5,62 ва 9,3-ро чамъ мекунем:

$$5,62+9,3=14,92.$$

Ба саҳеҳии қимати тақрибии 14,92 баҳо медиҳем:

$$5,62 - 0,01 \leq x \leq 5,62 + 0,01,$$

$$9,3 - 0,1 \leq y \leq 9,3 + 0,1.$$

Ин нобаробариҳоро чамъ мекунем:

$$14,92 - 0,11 \leq x + y \leq 14,92 + 0,11$$

Ҳамин тариқ, $x + y \approx 14,92$ бо саҳеҳии то 0,11 аст.

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки агар $x=a \pm h_1$, $y=b \pm h_2$ бошанд, он гоҳ:

$$x+y=a+b \pm (h_1+h_2), \quad a+b - (h_1+h_2) \leq x+y \leq a+b + (h_1+h_2).$$

Яъне, саҳви сумма аз суммаи саҳви онҳо зиёд нест.

Ҳангоми ҳисоби фарқи қиматҳои тақрибӣ саҳви фарқ низ аз суммаи саҳвҳо h_1+h_2 зиёд нест, яъне

$$x-y=a-b \pm (h_1+h_2).$$

Дар ҳисоббарориҳои амалӣ аввал сумма ё фарқи қиматҳои тақрибиро меёбанд. Баъд натиҷаро аз рӯи адади саҳеҳии мутлақаш калонтарин яқлухт мекунанд, яъне дар натиҷаи ниҳоӣ баъди вергул ҳамон қадар рақамҳои даҳӣ нигоҳ медоранд, ки онро адади саҳваш калонтарин дорад. Масалан, дар мисоли дар боло овардаамон адади тақрибии u дорой саҳви калонтарин аст ва \bar{u} пас аз вергул як рақами даҳӣ дорад. Пас, мувофиқи қоидаи ҳозир қабул кардаамон дар натиҷа 14,92 бояд пас аз вергул як рақам нигоҳ дошта шавад, яъне натиҷаро то даҳякӣ яқлухт кардан лозим аст:

$$x + y \approx 14,9.$$

М и с о л и 1. Бигузур $x \approx 16,2$ ва $y \approx 7,609$ аст. Қимати тақрибии суммаи $x+y$ -ро меёбем.

Қиматҳои тақрибиро чамъ намуда, ҳосил мекунем:

$$x + y \approx 23,809.$$

Аз қиматҳои тақрибии додашуда, якумаш саҳви калонтар (саҳеҳиаш 0,1) дорад. Бинобар ин, натиҷаро аз рӯи он, яъне то даҳякӣ яқлухт намуда,

$$x + y \approx 23,8$$

-ро ҳосил мекунем.

М и с о л и 2. Бигузур $x \approx 7,683$ ва $y \approx 4,92$ аст. Қимати тақрибии фарқи $x-y$ -ро меёбем.

Қиматҳои тақрибиро тарҳ мекунем:

$$x - y \approx 2,763.$$

Аз қиматҳои тақрибии додашудаи 7,683 ва 4,92 дуумаш дорои саҳви калонтар аст. Натиҷаро аз рӯи он, яъне то садякӣ яқлухт намуда ба

$$x - y \approx 2,76$$

соҳиб мешавем.

?

1. Саҳви мутлақи сумма ё фарқи ду қимати тақрибӣ аз чӣ калон нест? 2. Натиҷаро ҳангоми чамъ ва тарҳи қиматҳои тақрибӣ чӣ тавр яқлухт мекунанд? Қоидаро бо мисолҳо фаҳмонед.

979. Қимати тақрибии суммаи x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 0,872$ ва $y \approx 5,42$; б) $x \approx 2,3$ ва $y \approx 7,615$;

в) $x \approx 3,147$ ва $y \approx 13,61$; г) $x \approx 17$ ва $y \approx 27,7$

бошад.

980. Қимати тақрибии фарқи x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 7,42$ ва $y \approx 2,5416$; б) $x \approx 37,708$ ва $y \approx 32,7$;

в) $x \approx 21,40$ ва $y \approx 1,9375$; г) $x \approx 6,485$ ва $y \approx 0,39$

бошад.

981. Қиматҳои тақрибии $a+v$ ва $a-v$ -ро ёбед, агар:

а) $a \approx 31,14$ ва $y \approx 18,4$; б) $a \approx 4,1708$ ва $v \approx 1,09$

бошад.

982. Маълум, ки $a \approx 24,2036$; $v \approx 7,98$ ва $c \approx 4,95$. Қимати тақрибии ифодаи $a-v+c$ -ро ёбед.

983. Қимати тақрибии ифодаи $x+y-z$ -ро ёбед, агар $x \approx 8,1$; $y \approx 7,69$ ва $z \approx 0,6519$ бошад.

984. Тарафҳои секунҷа тақрибан ба 3,76; 5,12 ва 4,315 м баробар аст. Периметри секунҷаро ёбед.

985. Дар майдони масоҳаташ 500 м^2 хонаи масоҳаташ $65,5 \text{ м}^2$ ва анбори масоҳаташ $17,3 \text{ м}^2$ сохтанд. Чӣ қадар масоҳати майдон холи монд?

986. Массои Замин $5,976 \cdot 10^{21}$ т, массои Зухра бошад $4,88 \cdot 10^{21}$ т аст. Массои Замин аз массои Зухра чанд тонна зиёд аст?

Машқҳо барои тақрор

987. Айниятро исбот кунед:

$$(a^2+v^2)(x^2+y^2)=(ax-vy)^2+(ay+vx)^2.$$

988. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225}$; б) $0,2\sqrt{900} + 1,8\sqrt{\frac{1}{9}}$.

989. Қимати ифодаҳоро муқоиса намоед:

а) $(0,4)^3$ ва $(0,4)^4$; б) 3^4 ва $(-3)^4$.

990. Соҳаи муайяни ифодаро ёбед:

а) $\frac{10y-2}{y}$; б) $\sqrt{6-2x}$; в) $\frac{2x+1}{15x-4}$; г) $\sqrt{\frac{5}{x^2+1}}$.

991. Ҳалҳои бутуни системаи нобаробариҳоро ёбед:

а) $\begin{cases} \frac{5x-1}{3} < 2, \\ 3x-0,8 > 0,2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1 > \frac{3-x}{4}, \\ 0,6x-3 < 2. \end{cases}$

47. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБӢ

Фарқи иҷрои амалҳои зарбу тақсими қиматҳои тақрибӣ аз ҷамъу тарҳи онҳо дар он аст, ки яқлукткунии натиҷаи ниҳой бо ба ҳисоб гирифтани саҳеҳии нисбии қиматҳои додашуда иҷро карда мешавад. Ин яқлукткунӣ аз рӯи қимати тақрибие, ки саҳви нисбиаш калон аст, гузаронида мешавад. Барои ин қиматҳои

додашуда ва натиҷаи ҳосилшударо дар намуди стандартгии $a \cdot 10^n$ менависанд ва зарбкунандаи a -и натиҷаро тавре яқлухт мекунанд, ки миқдори рақамҳои дар он баъди вергул буда, ба миқдори рақамҳои баъди вергул доштаи зарбкунандаи мувофиқи дар адади саҳеҳии нисбиаш калон ҷойдошта, баробар шавад.

Гуфтаҳоямонро бо мисолҳо шарҳ медиҳем.

М и с о л и 1. Бигузор $x \approx 0,76$ ва $y \approx 23,1$ аст. Қимати тақрибии ҳосили зарби x ва y -ро меёбем.

0,76 ва 23,1-ро ба ҳамдигар зарб карда, $xy \approx 17,556$ ҳосил мекунем. Ададҳои додашуда ва натиҷаро дар намуди стандартӣ менависем: зарбкунандаи 7,6 баъди вергул як рақам, зарбшавандаи 2,31 баъди вергул ду рақам дорад. Адади 1,7556-ро аз рӯи адади якуми додашуда, яъне то даҳякӣ яқлухт намуда

$$xy \approx 1,8 \cdot 10^1$$

-ро ҳосил мекунем.

М и с о л и 2. Бигузор $x \approx 321,2$ ва $y \approx 22$ аст. Қимати тақрибии ҳосили тақсими x ва y -ро меёбем.

Адади 321,2-ро ба адади 22 тақсим намуда, ҳосил мекунем:

$$x : y \approx 14,6.$$

Ададҳои додашуда ва натиҷаро дар намуди стандартӣ менависем:

$$321,2 = 3,212 \cdot 10^2; \quad 22 = 2,2 \cdot 10^1; \quad 14,6 = 1,46 \cdot 10^1.$$

Аз навиштаҷоти мазкур дида мешавад, ки адади 1,46-ро аз рӯи адади дуҷуми додашуда, яъне то даҳякӣ яқлухт кардан лозим аст. Ҳамин тариқ, ба

$$x : y \approx 1,5 \cdot 10^1 = 15$$

дода мешавем.

Баъзан ҳангоми ҳалли масъалаҳо яқчанд амалҳоро бо қиматҳои тақрибӣ яқҷоя иҷро кардан лозим меояд. Дар ин ҳолат амалҳоро мувофиқи тартиби заруриашон иҷро намуда, пай дар ҳам қоидаҳои иҷроӣ амалҳоро бо қиматҳои тақрибӣ татбиқ менамоем.

М и с о л и 3. Қимати ифодаи $(x + y)z$ -ро ҳангоми $x \approx 3,75$, $y \approx 48,8$ ва $z \approx 0,0095$ будан меёбем.

Дорем

$$3,75 + 48,8 = 52,55 \approx 52,6;$$

$$52,6 \cdot 0,0095 = 0,4997 = 4,997 \cdot 10^{-1} \approx 5,0 \cdot 10^{-1} = 0,50.$$

Ҳангоми яклухткунӣ ба назар гирифта шудааст, ки $52,6=5,26 \cdot 10^1$; $0,0095=9,5 \cdot 10^{-3}$ аст, бинобар ин, зарбкунандаи 4,997 то даҳякӣ яклухт карда шуд.

?

1. Натиҷаро ҳангоми зарб ва тақсими қиматҳои тақрибӣ чӣ тавр яклухт мекунанд? Қоидаҳоро бо мисолҳо фаҳмонед. 2. Ҳангоми якҷоя иҷро кардани якчанд амалҳо бо қиматҳои тақрибӣ чӣ тавр рафтор мекунанд?

992. Қиматҳои тақрибии ҳосили зарби x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 2,1 \cdot 10^2$ ва $y \approx 4,27 \cdot 10^4$; б) $x \approx 2,167 \cdot 10^7$ ва $y \approx 7,8 \cdot 10^{-6}$;

в) $x \approx 7,6 \cdot 10^{-3}$ ва $y \approx 9,46 \cdot 10^4$; г) $x \approx 5,705 \cdot 10^{-2}$ ва $y \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$

бошад.

993. Қимати тақрибии ҳосили тақсими x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 7,75 \cdot 10^6$ ва $y \approx 5,2 \cdot 10^3$; б) $x \approx 2,6 \cdot 10^4$ ва $y \approx 8,95 \cdot 10^2$

бошад.

994. Қимати тақрибии ҳосили зарби p ва q -ро ҳисоб кунед, агар:

а) $p \approx 36,4$ ва $q \approx 0,46$;

б) $p \approx 0,0432$ ва $q \approx 16,8$

бошад.

995. Қимати тақрибии ҳосили тақсими x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 16,14$ ва $y \approx 0,28$;

б) $x \approx 0,24$ ва $y \approx 0,0248$

бошад.

996. Қиматҳои тақрибии ифодаҳои av ва $\frac{a}{v}$ -ро ҳисоб кунед, агар $a \approx 4,3 \cdot 10^4$ ва $v \approx 2,12 \cdot 10^6$ бошад.

997. Қимати тақрибии $\frac{x}{y}$ -ро ҳисоб кунед, агар:

а) $x \approx 4,05$ ва $y \approx 1,6$;

б) $x \approx 0,4$ ва $y \approx 8,2$

бошад.

998. Асосҳои трапетсия $a \approx 4,6$ см, $v \approx 3,28$ см ва баландиаш $h \approx 3$ см аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

999. Масоҳати хонаи дарозиаш 6,65 м ва бараш 2,75 м бударо ҳисоб кунед.

1000. Садои раъду барқ баъди 3,7 сонияи намоён шудани барқ ба гуш расид. Раъду барқ дар чӣ қадар баландӣ (суръати садо дар ҳаво 332 м/сония аст) ба вучуд омадааст?

1001. Периметри квадрати тарафаш a -ро ёбед, агар:

а) $a \approx 7,69$ м;

б) $a \approx 0,45$ м

бошад.

1002. Масоҳати қитъаи росткунчапакл ба 18 м^2 , бараш ба $8,4 \text{ м}$ баробар аст. Дарозии қитъаро ёбед.

1003. Массаи лавҳачаи сурб 440 г аст. Зичии сурб $11,4 \text{ г/см}^3$ мебошад. Ҳаҷми лавҳачаро ёбед.

1004. Периметр ва масоҳати росткунҷаи тарафҳояш $a \approx 156 \text{ см}$ ва $e \approx 8,1 \text{ см}$ бударо ёбед.

1005. Қимати тақрибии ифодаро ҳисоб кунед:

а) $xу-2у$, агар $x \approx 42,16$ ва $у \approx 28,2$ бошад;

б) $\frac{x+y}{x-y}$, агар $x \approx 8,20$ ва $у \approx 1,06$ бошад.

1006. Қимати тақрибии ифодаи x^3-3x -ро ёбед, агар $x \approx 2,8$ бошад.

1007. Масоҳати доираи радиусаш r -ро ҳисоб кунед, агар

а) $r \approx 7,2 \text{ см}$; б) $r \approx 27,2 \text{ м}$

бошад.

1008. Қитъаи замини росткунҷашакл дорои ченаки $218\text{м} \times 275\text{м}$ мебошад. Агар 1 га замин 15 т картошка ҳосил диҳад, аз қитъаи мазкур чӣ қадар картошка ҷамъоварӣ карда мешавад?

Машқҳо барои тақрир

1009. Қиматҳои ифодаҳои

$$2\sqrt{3} + \sqrt{50} \text{ ва } 3\sqrt{1,5} + 5\sqrt{2}$$

-ро муқоиса намоед.

1010. Ба саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибии зерин баҳо диҳед:

а) $5,125 \cdot 10^2$;

б) $1,20 \cdot 10^{-1}$;

в) $4,3 \cdot 10^{-3}$.

1011. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{3} \geq \frac{x}{5} + \frac{1-x}{15}, \\ \frac{2x}{3} - \frac{x+5}{6} < \frac{3x}{2} - \frac{x-5}{12}. \end{cases}$$

1012. Ба 22 сомонӣ ду навъ матоъ хариданд, ки нархи як метри нави якум 2 -сомонӣ ва нархи як метри нави дуюм 3 -сомонӣ аст. Аз ҳар навъ матоъ чандметрӣ харидаанд? (Микдори метрҳо бутун аст).

1013. Барои кадом қимати y қимати касрҳо ба ҳам баробаранд:

а) $\frac{1}{10y-1}$ ва $\frac{1}{2-5y}$;

б) $\frac{3}{8-5y}$ ва $\frac{5}{7y-2}$?

Маълумоти таърихи

а) Доир ба дараҷаи нишондиҳандааш манфӣ. Аз амалияи ҳал кардани масъалаҳои алгебравии мураккаб зарурати умумикунони мафҳуми дараҷа ва васеъ кардани он бо воситаи дохил кардани дараҷаи нишондиҳандааш нул ва адади манфӣ ба миён омад.

Аввалин шуда баробарии $a^0=1$ -ро дар ибтидои асри XV олими самарқандӣ Ғиёсиддини Кошонӣ дар асарҳои худ истифода кардааст. Новобаста аз y дар ҳамин аср олими франсавӣ Никола Шюке дар асараш «Назарияи ададҳо дар се қисм» дараҷаи нишондиҳандааш нул ва манфиро дохил мекунад. Вале ин китоб нашр карда нашуд, аз ҳамин сабаб таъсири калон расонида натавонист.

Доир ба фоиданок будани дохилкунии дараҷаи нишондиҳандааш нул ва манфӣ, инчунин рамзҳои ҳозиразамони алгебравӣ соли 1665 математики англис Чон Валлис (1616-1703) муфассал навишта буд. Вай таъкид карда буд, ки ин дохилкунӣ тавре бояд ба амал ояд, ки ба он ҳамаи он қоидаҳои иҷроӣ амалҳо, ки барои дараҷаҳо бо нишондиҳандаҳои натуралӣ хосанд (принсипи нигоҳдорӣ ё доимӣ будан), ҷой дошта бошанд. Яъне, хосиятҳои асосии дар аввал муайянбудаи мафҳуми дараҷа иҷро шаванд (ниг. ба б.43). Кори Валлисро Исаак Нютон (1643-1727) ба сомон расонд. Мутгасилона аввалин шуда, вай рамзҳои навро истифода мекард ва баъди ин истифодаи онҳо ба расмият даромад. Дар яке аз мактубҳои худ аз соли 1676 Нютон навишта буд: «Чуноне ки алгебрадонон ба ҷойи aa , aaa

ва ғайра, a^2 , a^3 ва ғайра менависанд, ман... ба ҷойи $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$ ва $\frac{1}{a^3}$, ҳамчунин a^{-1} , a^{-2} , a^{-3} ва ғайра менависам».

Ҷӣ тавре дидем, дохил кардани дараҷаи нишондиҳандааш манфӣ (ниг. ба б.V §13.42) имкон дод, ки ададҳои ниҳоят хурд

ба таври қулай ва аз ҳама муҳимаш кӯтоҳ навишта шаванд, ки ин иҷрои амалҳоро бо онҳо ниҳоят сода мегардонад.

б) **Доир ба ҳисоббарориҳои тақрибӣ.** Арифметика дар натиҷаи ҳисоб кардани предметҳо ва чен кардани бузургиҳо пайдо шудааст. Натиҷае, ки аз ченкунӣ ҳосил мешавад, ҳамеша адади тақрибӣ мебошад. Ин аз ду ҷиҳат ба амал меояд: 1) асбобҳои ченкунӣ асло аниқ нестанд; 2) ҳангоми ченкуниҳои гуногун, дар амалия ба ин ё он носаҳеҳӣ роҳ дода мешавад. Дар бисёр маврид ҳуди ҳисоб ҳам ба ададҳои тақрибӣ меорад, масалан, ҳангоми ҳисоби дарахтони дар ҷангал буда ё ҳисоби аҳолии мегаполисо (шаҳрҳои ниҳоят калон).

Муоинаи масъалаҳои математикӣ, ки онҳо дар Мисри қадим ва Бобул ҳал карда шудаанд, нишон медиҳад, ки ҳанӯз дар давраҳои қадим тарзҳои гуногуни ҳисоббарориҳои тақрибӣ истифода карда мешуданд. Мақсади ин тарзҳо осон кардани ҳисоббарориҳо буд. Яке аз ин роҳҳо -- пешакӣ тартиб додани ҷадвалҳои гуногун буд. Мисриён, ки ҳисобкуниҳояшон бо касрҳо ниҳоят мураккаб буд, барои бо воситаи суммаи касрҳои воҳидӣ ифода намудани касрҳо, ҷадвалҳои тартиб дода буданд. Бобулиён бошанд, ҷадвалҳои квадратҳо, кубҳо ва бузургиҳои баръаксро сохта буданд.

Яке аз сабабҳои асосии тараққи кардани ҳисоббарориҳои тақрибӣ масъалаи ёфтани решаҳои муодилаҳо мебошад. Пас аз ба математика дохил кардани методи координата аз тарафи Рене Декарт (1596-1650), методи графикӣ ҳалли муодилаҳо, методи мақбул гардид. Бо туфайли корҳои Нютон, Яков Бернулли (1654-1705) ва як қатор математикҳои дигар имконияти тақрибӣ ёфтани решаҳои муодилаҳои кубӣ $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ва муодилаҳои дараҷаашон аз ин ҳам баланд, муҳайё гардид.

Қайд кардан ба маврид аст, ки муодилаҳои алоҳидаи кубиро бо тарзҳои геометрӣ ҳанӯз дар замони қадим Архимед ва дигарон, дар асрҳои миёна донишмандони бузурги форсу тоҷик Умари Хайём (1048-1131), Гиёсиддини Кошонӣ ва ҷанде дигарон ҳал карда буданд. Вале формулаи ҳалли муодилаи кубиро на юнониҳои қадим, на ҳиндуҳо, на олимони мамулики араб ва Осиёи Марказӣ пешниҳод карда тавонистанд. Ин формула дар асри XV аз тарафи математикҳои италиявӣ Ферро, Тарталӣе

ва Кардано кашф шудааст. Математики дигари италиявӣ Л. Феррари (1522-1565) формулаи решаҳои муодилаи дараҷаи чор, яъне муодилаи $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ -ро ёфтааст. Аммо ин формулаҳо чунон мураккабанд, ки дар амалия қариб истифода карда намешаванд. Мароқангез аст, агар дар ҳамин ҷо зикр кунем, ки солҳои 20-уми асри XIX олими ҷавони норвегӣ Нилс Абел (1802-1829) исбот намуд, ки формулаи ҳисобӣ барои ёфтани решаҳои муодилаи дараҷааш панҷ вучуд дошта наметавонад.

Мана, барои ҷӣ тақрибан ёфтани решаҳои муодилаҳои дараҷаашон баланд бо саҳеҳие, ки он талаботи илм ва амалияро қонеъ менамояд, муҳим аст.

Олимони Чини қадим, мамолики араб ва Осиёи Марказӣ, масалан, Ғиёсиддини Кошонӣ ба коркард ва пешниҳоди тарзҳои тақрибӣ ёфтани решаҳо машғул шуда буданд. Аз байни аврупоиён аввалин шуда Ф. Виет (1540-1603) мунтазам муодилаҳоро тақрибӣ ҳал мекард. Нютон методи тақрибан ёфтани решаро пешниҳод кардааст, ки ҳоло ҳам васеъ истифода карда мешавад. Яке аз методҳои беҳтарини тақрибӣ ёфтани решаҳои муодилаи дараҷааш адади дилхоҳи натуралиро солҳои 20-30-и асри XIX се математик: Данделан (Белгиё), Лобачевский (Русия) ва Грегфе (Швейтсария) новобаста аз ҳамдигар пешниҳод кардаанд.

Яке аз методҳои тақрибӣ ёфтани решаҳои муодила, методи *интератсионӣ* аст. Дар ин метод қимати дилхоҳро ба сифати қимати тақрибии реша қабул карда, аз рӯи он ва муодила қиматеро меёбанд, ки вай нисбат ба қимати аввала ба реша наздиктар аст. Ин қиматро ба сифати реша қабул карда, равандро аз нав такрор мекунанд. Баъди ба миқдори муайян такрор кардан, решаи матлуб бо саҳеҳие ёфта мешавад. Миқдори такрор аз саҳеҳӣ вобаста аст. Ҳоло ин метод, методи асосии ёфтани решаҳо бо истифодаи компютерҳо ба ҳисоб меравад. Ба мавқеъ аст, агар хотирнишон кунем, ки риёзидони бузурги тоҷик Абдуллоҳи Марвазӣ (ваф.970) шояд дар ҷаҳон якумин донишмандест, ки барои ёфтани решаи муодилаи параллакс методи интератсиониро пешниҳод намудааст.

Дар тараққӣ додани назарияи ҳисоббарорихҳои тақрибӣ ҳиссаи академикҳои собиқ Иттифоқи Шӯравӣ Алексей

Николаевич Крилов (1863-1945) ва Андрей Николаевич Тихонов (1906-1993) хеле бузург аст.

А.Н.Крилов муаллифи асарҳои асосӣ оид ба назарияи киштисозӣ буда, дар лоиҳасозӣ ва сохтмони линкорҳо (киштиҳои калони ҳарбӣ)-и рус иштирок кардааст. Вай моҳирона назарияи математикиро барои ҳалли масъалаҳои амалӣ ва муҳандисӣ татбиқ мекард. Маҳз Крилов пешниҳод кардааст, ки адади тақрибӣ бояд тарзе навишта шавад, ки дар он ҳамаи рақамҳо, ғайр аз охирин, эътимодноқ бошанд. Ин тарзи навишти адади тақрибӣ ҳоло дар тамоми дунё қабул карда шудааст ва он ҳамчун қоиди Крилов маъмул аст.

Тавассути корҳои илми А.Н.Тихонов ва чанде дигарон илми математикаи ҳисоббарорӣ ҳамчун шохаи мустақили математика эътироф карда шуд. Пайдоиш ва ривоҷи шабакаи компютерӣ талаботи тайёр кардани мутахассисонро, ки онҳо аз уҳдаи татбиқ кардани методҳои математика дар амалия бо истифодаи компютерҳо мебароянд, ба миён овард. Ин аст, ки аз нимаи дуоми асри гузашта сар карда дар тамоми давлатҳои мутараққии ҷаҳон ин кор оғоз ёфт. Дар Тоҷикистон, дар Донишгоҳи миллӣ аз соли 1972 шӯъбаи математикаи амалӣ фаъолият мекунад, ки ин вазифаро ба зимма дорад.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ V

Ба параграфи 13.

1014. Қимати ифодаи:

- а) $10x^2$ -ро ҳангоми $x=0,1$ будан;
б) xy^3 -ро ҳангоми $x=100$, $y=5$ будан ёбед.

1015. Исробот кунед, ки ададҳои зерин байни худ чапшанд:

а) $\frac{5}{4}$ ва $\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$; б) 100^{-4} ва $0,01^{-4}$;

в) $0,25^3$ ва 4^{-3} ; г) $1,5^2$ ва $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$.

1016. Ададҳои муқоиса намоед:

а) 2^{-3} ва 3^{-3} ; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ ва $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; в) $(-4)^0$ ва $(-4)^{-2}$.

1017. Ҳисоб кунед:

а) $-0,16^{-2} \cdot 64$;

б) $0,1 \cdot (-0,5)^4$;

в) $3 \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 0,5$;

г) $-2^{-1} \cdot 7 + 1,5^2$.

1018. Ифодаро бе дараҷаи нишондиҳандааш манфӣ нависед:

а) $a^2 \theta^{-2}$;

б) $2a^4 c^{-3}$;

в) $a^{-1} \theta^2$;

г) $a^{-1} + \theta^{-1}$;

д) $(ax^{-1})^{-2}$;

е) $(x^{-1} + y^1)^2$.

1019. Касрро дар намуди ҳосили зарби дараҷаҳо нависед:

а) $\frac{a}{\theta^3}$;

б) $\frac{a}{2\theta^2}$;

в) $\frac{1}{4a^2 \theta^2}$;

г) $\frac{4}{a^2 \theta^2}$.

1020. Амалро иҷро кунед:

а) $\frac{4}{5} a^{-3} \cdot 10 a^4$;

б) $1 : \left(\frac{1}{3} ax^{-1}\right)$;

в) $\frac{6a^{-3} \cdot n^3}{n^2 \cdot 3a^{-2}}$;

г) $\frac{15}{7} a^{-5} \theta : (-5a^{-7} \theta^{-1})$.

1021*. Ифодаро сода намоед:

а) $\frac{x^3 + x^7}{x^{-3} + x^{-7}}$;

б) $\frac{a + a^2 + a^3}{a^{-1} + a^{-2} + a^{-3}}$.

1022*. Ифодаро дар намуди дараҷаи асосаш 10 нависед (n -адади бутун):

а) 1000^n ;

б) $0,01 \cdot 10^{n+1}$;

в) $0,01^n \cdot 10^{1+2n}$;

г) $0,1 \cdot 100^n$.

1023. Ифодаро сода кунед:

а) $\frac{16^n}{4^{2n-1}}$;

б) $\frac{6^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}}$;

в) $\frac{45^{n+1}}{3^{2n+1} \cdot 5^n}$;

г) $\frac{60^n}{2^{2n} \cdot 3^{n-1} \cdot 5^{n+1}}$.

1024. Ифодаи $x^{-1} + x$ -ро дар намуди ҳосили зарби ду зарбшаванда нависед, ки яке аз онҳо баробари:

а) x ;

б) x^{-1}

бошад.

1025. Дар ифодаи $a^5 + a^3$ зарбшавандаи: а) a^5 ; б) a^3 -ро аз қавс бароред.

1026*. Дурустии баробарино, ки дар он n бутуни дилхоҳ аст, нишон диҳед:

а) $2^n + 2^n = 2^{n+1}$;

б) $2 \cdot 3^n + 3^n = 3^{n+1}$;

в) $2^{1-n} \cdot 2^{-n} = 2^{-n}$;

г) $2^{-n} + 2^{-n+1} = 3 \cdot 2^{-n}$.

1027. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{3^{n+1} - 3^n}{2}$;

б) $\frac{2^n + 2^{-n}}{4^n + 1}$;

в) $\frac{(3^n + 3^{n-1})^2}{9^{n-1}}$.

1028*. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна қимати бутуни n , қимати каср адади доимӣ аст (аз n вобаста нест):

а) $\frac{(5^n - 5^{n-1})^3}{125^{n+1}}$;

б) $\frac{9^{n-2}}{(3^{n-1} - 3^{n-2})^2}$.

1029. а) 1 соат; б) 1 шабонаруз; в) 1 сол; г) 1 асрро бо сонияҳо ифода намоед ва адади ҳосилшударо дар намуди стандартӣ нависед.

1030. Амалҳоро бо ададҳои дар намуди стандартӣ навишташуда иҷро кунед:

а) $(2,4 \cdot 10^{13}) \cdot (4 \cdot 10^{-9})$;

б) $(7,1 \cdot 10^{-26}) \cdot (2 \cdot 10^{23})$;

в) $(8,4 \cdot 10^{-14}) : (4,2 \cdot 10^{17})$;

г) $(3,32 \cdot 10^{11}) : (5,2 \cdot 10^{-7})$.

1031. Амали ҷамъро иҷро кунед:

а) $4,7 \cdot 10^4 + 5,9 \cdot 10^4$;

б) $3,7 \cdot 10^3 + 3,76 \cdot 10^3$.

1032. Тартиби адади x ба 13 баробар аст. Тартиби адади зеринро ёбед:

а) $100x$;

б) $0,0001x$;

в) $\frac{x}{10^{14}}$;

г) $\frac{x}{10^{-13}}$.

1033. Тартиби адади x ба 6 ва тартиби адади y ба 8 баробар аст. Тартиби ҳосили зарби xy ва тартиби ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ ба чанд баробар аст?

Ба параграфи 14.

1034. Ба саҳви мутлақи қимати тақрибӣ, ки дар он ҳамаи рақамҳо эътимодноканд, баҳо диҳед:

а) 13,27;

б) 0,8269;

в) 726,1;

г) 3,00127.

1035. Ба саҳви нисбии қимати тақрибии x -и дар намуди стандартӣ навишташуда баҳо диҳед, агар дар зарбкунандаи он ҳамаи рақамҳо эътимоднок бошанд:

а) $x \approx 5,84 \cdot 10^4$; б) $x \approx 2,347 \cdot 10^{-5}$;

в) $x \approx 8,111 \cdot 10^{11}$; г) $x \approx 7,4 \cdot 10^{-2}$.

1036. Дар маълумотнома оварда шудааст, ки вазни сайёраи Зухра ба $4,87 \cdot 10^{21}$ т баробар аст. Ба сахҳои мутлақ ва нисбии қимати тақрибии мазкур баҳо диҳед.

1037. Қиматҳои тақрибии $a+v$ ва $a-v$ -ро ёбед, агар:

а) $a \approx 47,142$ ва $v \approx 14,79$; б) $a \approx 70,2$ ва $v \approx 27,481$;

в) $a \approx 7,44$ ва $v \approx 0,375$; г) $a \approx 6,008$ ва $v \approx 0,291$

бошад.

1038. Қиматҳои тақрибии ҳосили зарб ва ҳосили тақсими ададҳои a ва v -ро ёбед, агар $a \approx 3,5 \cdot 10^4$ ва $v \approx 4,12 \cdot 10^3$ бошад.

1039. Қиматҳои тақрибии ифодаҳои x ва $\frac{x}{y}$ -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 0,4$ ва $y \approx 6,5$; б) $x \approx 16,86$ ва $y \approx 0,7$ бошад.

1040. Қиматҳои тақрибии av ва $\frac{v}{a}$ -ро ёбед, агар $a \approx 2,15 \cdot 10^3$

ва $v \approx 6,12 \cdot 10^2$ бошад.

1041. Периметр ва масоҳати росткунҷаи тарафҳои $a \approx 13,2$ см ва $v \approx 6,7$ см бударо ёбед.

1042. Асоси секунҷа $a \approx 2,4$ см ва баландиаш $h \approx 6,3$ см аст. Масоҳати секунҷаро ёбед.

1043. Масоҳати қитъаи пахтазор 6000 м^2 аст. Агар дарозии қитъа 240 м бошад, бари он чӣ қадар аст?

1044. Қиматҳои тақрибии суммаи x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 8,26 \cdot 10^3$ ва $y \approx 3,4 \cdot 10^2$;

б) $x \approx 4,48 \cdot 10^5$ ва $y \approx 3,25 \cdot 10^6$;

в) $x \approx 2,805 \cdot 10^2$ ва $y \approx 4,2 \cdot 10^{-4}$;

г) $x \approx 9,38 \cdot 10^{-2}$ ва $y \approx 8,743 \cdot 10^{-1}$ бошад.

1045. Қимати тақрибии фарқи x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 9,26 \cdot 10^3$ ва $y \approx 7,4 \cdot 10^1$;

б) $x \approx 4,2 \cdot 10^4$ ва $y \approx 1,02 \cdot 10^2$;

в) $x \approx 3,6 \cdot 10^{-2}$ ва $y \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$;

г) $x \approx 7,483 \cdot 10^{-1}$ ва $y \approx 1,6 \cdot 10^{-2}$ бошад.

1046. Қимати тақрибии ифодаи $x-y+z$ -ро ёбед, агар $x \approx 7,35 \cdot 10^2$; $y \approx 4,3 \cdot 10^3$; $z \approx 5,8 \cdot 10^2$ бошад.

1047. Массай Замин ба $5,976 \cdot 10^{21}$ т, массай Моҳ ба $7,35 \cdot 10^{22}$ т баробар аст. Массай Замину Моҳ якҷоя чӣ қадар мешавад? Массай Замин аз массай Моҳ чанд тонна зиёд аст?

ҶАВОБҲО

905. б) -10; г) 1; и) 10000; к) 0, (8). **910.** а) 0,04; г) 1. **912.** а) $\frac{25}{4}$ ва

$\frac{4}{25}$. **913.** д) $\frac{7}{12}$; е) $\frac{31}{150}$; ж) $5\frac{13}{27}$; з) 1001. **914.** в) 0; г) $\frac{1}{6}$; д) 5.

917. а) $\frac{a^2 + \epsilon^2}{a^2 \epsilon^2}$; б) $\frac{x^2 + y^2}{xy}$; в) $\frac{(1 + a\epsilon)^2}{a\epsilon}$; г) $\frac{x^2 y^2 - 4}{xy}$. **918.** а) $\frac{1}{a\epsilon}$;

б) $-\frac{a + \epsilon}{(a - \epsilon)a^2 \epsilon^2}$. **920.** 3 км/соат. **921.** а) (0,8; +∞); б) (-∞; -1). **922.**

8. **923.** Дар (-∞; -4) манфӣ аст. **924.** а) 9; б) 8; в) 0,01; г) 0,25;

д) 1; е) $\frac{1}{81}$; ж) 32; з) $\frac{1}{15625}$; и) 128. **925.** а) 25; б) 4; в) 9; г) 16;

д) 64; е) 0.01. **930.** а) $\frac{1}{3}$; б) 9; в) 3; г) 1. **931.** а) 4; б) 1; в) 1; г) 4.

933. а) $\frac{1}{729}$; б) $\frac{1}{3}$; в) 10000; г) $\frac{1}{16}$; д) 256; е) $\frac{1}{16}$; ж) 81; з) 4096.

934. а) 125; б) 1; в) $\frac{1}{36}$; г) $\frac{1}{121}$; д) $\frac{1}{1024}$; е) $\frac{1}{3}$. **935.** в) $(a^2)^8$;

г) $(a^4)^4$. **936.** а) $\frac{9}{a^2 \epsilon}$; б) $6mn$; в) 0,2; г) $\frac{2,7x}{y}$; д) $\frac{m}{3n^2}$; е) $2,7(a\epsilon)^2$.

937. а) 0,2; б) 30. 938. а) $a^2\theta^2$; б) x^4y^4 . 939. в) $\frac{8}{7}a^6\theta^{-1}$; г) $5x^4y^3$.

940. а) $(10x)^3$; б) $\left(\frac{y}{2}\right)^{-4}$; в) $(0,3a\theta^2)^4$; г) $(100x^2y^3)^2$. 941. а) $\frac{3\theta}{a}$;

б) $\frac{2\theta}{a}$; в) $-\frac{3a^2\theta^2}{7}$; г) $\frac{a\theta^3}{3}$. 942. а) $\frac{15x^5}{y}$; б) $\frac{5a^5}{4\theta^6}$; в) $5x^5y^4$;

г) $2a^3\theta^{11}$. 943. а) $4(abc^2)^4$; б) $\frac{12}{a^{10}}$; в) $\frac{y^8z}{x^{11}}$. 944. а) $[5; +\infty)$; б) \emptyset .

945. а) Барои $a=\pm 2$; б) барои $a=\pm 5$. 946. а) 1; б) 16. 947. а) 4;

б) 10. 960. 40 км/соат. 961. а) $\frac{1}{a^3}-27$; б) $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{\theta^3}$. 962. а) 5,04;

б) 26,88. 963. а) $\left[2\frac{1}{12}; 3\frac{3}{4}\right]$; б) $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right]$. 964. Барои ҳамаи қиматҳо

аз $[0; 1]$. 974. а) $2,67\cdot 10^5$; б) $1,6\cdot 10^7$; в) $6,1\cdot 10^{-5}$; г) $1,87\cdot 10^{-3}$.

975. а) $13,188\cdot 10^6$; б) $5\frac{6}{7}$. 976. а) $(1; 3]$; б) $\left(\frac{2}{7}; 2\right)$. 977. -10.

979. а) 6,29; б) 9,9; в) 9,76; г) 45. 980. а) 4,88; б) 5; в) 20,46; г) 6,1.

982. 22,07. 983. 15,1. 984. 13,19. 985. $417,2\text{м}^2$. 986. $1,10\cdot 10^{21}$ т.

988. а) -1,1; б) 6,6. 989. а) дуюмаш калон; б) ҳар ду баробаранд.

990. а) ҳамаи ададҳо, ғайр аз нул; б) ҳамаи ададҳои аз 3 калон набуда; в) ҳамаи ададҳо, ғайр аз 0,2(6); г) ҳамаи ададҳо.

991. а) $\left(\frac{1}{3}; 1,4\right)$; б) $\left(-1; 8\frac{1}{3}\right)$. 992. а) $9\cdot 10^6$; б) $16,9\cdot 10^1$.

993. а) $1,5\cdot 10^3$; б) $0,3\cdot 10^2$. 998. 12. 999. $17,29\text{ м}^2$. 1000. 1,2 км.

1001. а) 30,76; б) 1,80 м. 1002. 2,1 м. 1003. 39 см^2 . 1004. 328,2 см;

$1,3\cdot 10^1\text{ см}^2$. 1007. а) $1,6\cdot 10^2\text{ см}^2$; б) $2,3\cdot 10^3\text{ м}^2$. 1008. 90 т.

1009. Дуюмаш калон. 1011. $(-\infty; 2]$. 1012. 2 м ва 6 м ё 5 м ва 4 м,

ё ки 8 м ва 2 м. 1013. а) барои 0,2; б) барои 1. 1017. а) -2500;

б) 1,6; в) 51,5; г) -1,25. 1020. а) $8a$; б) $\frac{3x}{a}$; в) $\frac{2n}{a}$; г) $-\frac{3}{7}a^2\theta^2$.

1021. а) x^{10} ; б) a^4 . 1022. а) 10^{3n} ; б) 10^{n-1} ; в) 10; г) 10^{2n-1} . 1023. а) 4; б) $\frac{2}{3}$; в) 15; г) 0,6. 1024. а) $x(1+x^2)$; б) $x^{-1}(1+x^2)$. 1025. а) $a^5(1+a^2)$; б) $a^3(a^2+1)$. 1027. а) 3^n ; б) 2^{-n} ; в) 16. 1030. а) $9,6 \cdot 10^4$; б) $1,42 \cdot 10^{-2}$; в) $2,0 \cdot 10^{-31}$; г) $6,4 \cdot 10^{17}$. 1031. а) $1,1 \cdot 10^5$; б) $7,5 \cdot 10^3$. 1032. а) 15; б) 9; в) -1; г) 26. 1033. 14; -2. 1041. 39,8 см ва $8,8 \cdot 10^1$ см. 1042. 7,7 см². 1043. 25 м.

МАСЪАЛАҲОИ ҲАЛЛАШОН НИСБАТАН МУРАККАБ

1048. Барои рақамгузори кардани китоб 1422 рақам истифода шудааст. Китоб аз чанд саҳифа иборат аст?

1049. Ду тарафи муқобили росткунчаро 20% зиёд ва ду тарафи дигари онро 20% кӯтоҳ карданд. Дар натиҷаи ин амалиёт масоҳати росткунча чӣ гуна тағйир меёбад?

1050. Исбот кунед, ки адади тоқи дилхоҳ ва нисфи адади чуфти пасоянди он байни худ тарафайн ададҳои содаанд.

1051. Дар ҳамвории координатавӣ маҷмуи нуқтаҳо, ки координатаҳои онҳо $(x; y)$ нобаробарии

$$|2x - y| > x + 1$$

-ро қаноат менамоянд, тасвир кунед.

1052. Алӣ, ки суръаташ 4 км/соат ва Аҳмад, ки суръаташ 5 км/соат аст, ба самтҳои ба ҳам перпендикуляр ҳаракат мекунанд. Ҳоло Алӣ 7 км, Аҳмад 10 км роҳро тай кардаанд. Баъд аз чанд соат масофаи байни онҳо ба 25 км баробар мешавад?

1053. Дар адади дурақама миқдори воҳидҳо аз даҳӣҳо 3-го кам аст. Ҳосили зарбаш ба адади бо ҳамон рақамҳо, вале ба тартиби баръакс навишташуда ба 574 баробар мешавад. Ин ададро ёбед.

1054. Решаҳои муодилаи:

$$а) \frac{x^3 - 27}{x - 3} = 27; \quad б) x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 6 = 0;$$

$$в) 4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$$

-ро ёбед.

1055. Муодиларо ҳал кунед:

$$x^2 - 4x + y^2 - 18y + 85 = 0.$$

1056. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ адади $n^3 + 5n$ ба 6 тақсим мешавад.

1057. Барои суфта кардани як детал коргари якум назар ба коргари дуум 6 дақиқа вақт кам сарф мекунад. Дар муддати 7 соат ҳар кадоми онҳо чанд детал суфта мекунанд, агар маълум бошад, ки дар ҳамин муддат коргари якум назар ба коргари дуум 8-то детал зиёд суфта менамояд?

1058. Агар адади дурақамаро ба ҳосили зарби рақамҳояш тақсим кунем, он гоҳ ҳосили тақсим ба 1 ва бақия ба 16 баробар мешавад. Вале агар ба квадрати фарқи рақамҳои он ҳосили зарби рақамҳояшро чамъ намоем, худи ададро ҳосил мекунем. Ин ададро ёбед.

1059. Рақами якуми адади панҷрақама 3 буда, рақами дуумаш 4 ва рақами чорумаш 5 аст. Ҳамаи ин гуна ададҳо, ки онҳо бебақия ба 36 тақсим мешаванд ёбед, яъне рақамҳои сеюм ва панҷуми ин ададҳо.

1060. Аҳмад ва Алӣ аз рӯи давра медаванд ва барои як давр даврдан Аҳмад назар ба Алӣ 5 сония кам вақт сарф мекунад. Агар онҳо дар як вақт ба як самт даванд, баъди 30 сония ҳамшафат (пахлу ба пахлу) мешаванд. Баъди чанд сония Аҳмаду Алӣ бо ҳам вомехӯранд, агар аз як нуқта (ҷой) ба самтҳои муқобил даванд?

1061. Нишон диҳед, ки барои ҳар гуна адади натуралии $n > 1$

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-2} + \sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n} - 1.$$

1062. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна ададҳои мусбати a , b ва c нобаробарии

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

дуруст аст.

1063. Исбот кунед, ки нобаробарии

$$3(ab + ac + bc) \leq (a + b + c)^2$$

барои ҳар гуна ададҳои мусбати a , b ва c дуруст мебошад.

1064. Нобаробарино исбот кунед:

а) $a^2 - av + v^2 \geq av$; б) $\frac{a}{v} + \frac{v}{a} \geq 2$;

в) $a^2 + v^2 + 1 \geq av + a + v$; г) $(a + v)(av + 1) \geq 4av$.

1065. Исбот кунед, ки ҳалли муодилаи $|x-a|=|x-v|$, ки дар ин чо $a \neq v$ аст, бо формулаи

$$x = \frac{1}{2}(a + v)$$

ифода карда мешавад.

1066. Муодиларо ҳал кунед:

а) $|2x-1|=|3x-3|$;

б) $|-5x+1|=|4x-2|$;

в) $|x+3|=|-6x+5|$;

г) $|3x-5|=|7-x|$.

1067. Муодиларо ҳал намоед:

а) $|x|+|x-1|=3$;

б) $|x-2|-|x-7|=-7$.

1068. Решаи муодиларо ёбед:

а) $|x|=x^2-12$;

б) $|x^2-2x|=1$;

в) $|x^2-4x-2|=6$;

г) $x^2-5x+2=|x^2+x+6|$.

1069. Қимати ифодаи

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

-ро ҳангоми $x = \sqrt{\frac{m - \sqrt{m^2 - 4}}{2m}}$ будан, ёбед.

1070. Аз шире, ки равғаннокиаш 5% аст, твороги равғаннокиаш 15,5% тайёр мекунад. Дар айни ҳол зардобе, ки боқӣ мемонад, 0,5% равған дорад. Аз 1 тонна шир чӣ қадар творог тайёр мекунад?

1071. Исбот кунед, ки адади $N=n^3+3n^2-n-3$ барои ҳар гуна n -и тоқ ба 48 тақсим мешавад.

1072. Адади $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ калон аст ё адади $\sqrt{3} + \sqrt{19}$?

1073. Исбот кунед, ки агар a, v, c тэрафҳои секунҷа бошанд, он гоҳ

$$a^2(v+c-a) + v^2(a+c-v) + c^2(a+v-c) \leq 3avc.$$

аст.

1074. Маълум, ки баробарии

$$x^3 - ax^2 + vx - c = (x-a)(x-b)(x-c)$$

айният аст. Ададҳои a , b , c ба чанд баробаранд?

1075. Ифодаро сода кунед:

$$(a^2 + b^2)[(a-c)^2 + (b-d)^2] - (ad-bc)^2.$$

1076. Чунин қимати a -ро ёбед, ки барояш ададҳои $a + \sqrt{15}$

ва $\frac{1}{a} - \sqrt{15}$ ададҳои бутун мебошанд.

1077. Суръат ва дарозии қатораро ёбед, агар маълум бошад, ки қатора бо суръати доимӣ аз назди мушоҳидагари беҳаракат дар муддати 7 сония гузашта, барои аз платформаи дарозияш 378 м гузаштан, 25 сония вақт сарф менамояд.

1078. Ҳалҳои бутуни муодилаи

$$6x^2 + 5y^2 = 74$$

-ро ёбед.

1079. Ҳамаи ададҳои натуралии x ва y -ро, ки ҳалли муодилаи

$$x^2 - y^2 = 69$$

мебошанд, ёбед.

1080. Исбот кунед, ки ҳангоми мусбат будани қиматҳои x ва

y ($x \neq y$) қимати касри $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$ аз қимати мувофиқи касри

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y}$$

калон аст.

1081. Исбот кунед, ки агар $a + b + c = 0$ бошад, он гоҳ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ мешавад.

1082. Нобаробариро исбот кунед:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}.$$

1083. Ифодаро ҳангоми $1 \leq x \leq 2$ будан, сода кунед:

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}.$$

1084. Нобаробариро исбот намоед:

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} \leq \frac{a^3 + b^3}{a + b} + a^2 + b^2, \quad a \neq b.$$

1085. Хатон дар исбот мавҷударо ёбед:

$$4-10=9-15; \quad 4-10+6\frac{1}{4}=9-15+6\frac{1}{4};$$

$$2^2-2\cdot 2\cdot\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2=3^2-2\cdot 3\cdot\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2; \quad \left(2-\frac{5}{2}\right)^2=\left(3-\frac{5}{2}\right)^2;$$

$$2-\frac{5}{2}=3-\frac{5}{2}; \quad 2=3.$$

1086. Исбот кунед, ки қимати ифодаи $\sqrt{51+10\sqrt{2}}-\sqrt{51-10\sqrt{2}}$ адади натуралӣ аст.

1087. Аз дурустии нобаробарии $a+v\geq 2\sqrt{av}$ ҳангоми $a\geq 0$ ва $v\geq 0$ будан истифода карда, нобаробариро исбот кунед:

а) $7(a+v)(a+c)(v+c)\geq 8avc$ ҳангоми $a\geq 0$, $v\geq 0$ ва $c\geq 0$ будан;

б) $\frac{vc}{a}+\frac{ac}{v}+\frac{av}{c}\geq a+v+c$ ҳангоми $a>0$, $v>0$ ва $c>0$ будан;

в) $x^2+y^2+z^2\geq xy+xz+yz$ ҳангоми дилхоҳ будани x , y ва z ;

г) $av(a+v)+vc(v+c)+ac(a+c)\geq 6avc$ ҳангоми $a\geq 0$, $v\geq 0$ ва $c\geq 0$ будан.

1088. Нобаробариро исбот кунед:

а) $x^2-2xy+2y^2-2x+3\geq 0$ ҳангоми дилхоҳ будани x , y ва z ;

б) $\frac{a^3+v^3}{2}\geq\frac{a+v}{4}\cdot av$ ҳангоми $a\geq 0$ ва $v\geq 0$ будан.

1089. Исбот кунед, ки сумма, фарк, ҳосили зарб ва ҳосили тақсими ададҳои намудашон $a+v\sqrt{2}$ -ро, ки дар ин ҷо a ва v ададҳои раціоналианд, дар ҳамин намуд навиштан мумкин аст.

1090. Маълум, ки суммаи квадратҳои решаҳои муодилаи $x^2+px+6=0$ ба 13 баробар аст. Ҳосили ҷамъи решаҳоро ёбед.

1091. Маълум, ки $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}$ аст, ки дар ин ҷо x_1 ва x_2

решаҳои муодилаи $x^2+x+q=0$ мебошанд. Коэффитсиенти q ёфта шавад.

1092. Барои кадом қимати a суммаи квадратҳои решаҳои муодилаи

$$x^2 + (a-1)x - 2a = 0$$

ба 16 баробар аст?

1093. Аз маркази ноҳияи Айнӣ ба сӯи шаҳри Душанбе автобус бо суръати 40 км/соат равон шуд ва баъди 15 дақиқа бо мошини сабукрави аз шаҳри Душанбе меомада вохӯрд. Мошини сабукрав ба маркази ноҳияи Айнӣ расида, баъди 16,5 дақиқа боз ба сӯи Душанбе равон шуд. Вай дар масофаи 20 км аз Душанбе бо автобус баробар шуд ва аз он гузашта рафт. Агар суръати мошини сабукрав 50 км/соат бошад, масофаи байни маркази ноҳияи Айнӣ ва шаҳри Душанбе чӣ қадар аст?

1094. Дар мусобиқаи волейбол 66 бозӣ гузаронида шуд. Агар як команда бо командаи дигар як маротибагӣ бозӣ карда бошанд, дар мусобиқа чанд команда иштирок дошт?

1095. Дар мусобиқаи шохмот 231 бозӣ гузаронида шудааст. Ҳар як бозингар бо бозингари дигар як бор бозӣ кардааст. Шумораи иштирокчиёни мусобиқа чӣ қадар аст?

1096. Якчанд одам вохӯрда дасти ҳамдигарро фишурданд. Онҳо чанд нафаранд, агар маълум бошад, ки 21 дастфишури ба вукӯъ омадааст?

1097. Аҳмаду Алӣ алафзорро дар муддати 12 соат якҷоя даравида метавонанд. Аҳмад худаш танҳо назар ба Алӣ алафзорро 10 соат зудтар медаравад. Ҳар кадоми онҳо дар алоҳидагӣ алафзорро дар чанд соат даравида метавонанд?

1098. Қатора дар роҳ 16 дақиқа боз дошта шуд. Пас аз ин қатора суръаташро 10 км/соат зиёд карда, баъди 80 км роҳ гаштан кафомониро бартараф намуд. Суръати муқаррари қатораро ёбед.

1099. Сайёҳ аз шаҳри А ба шаҳри В бо суръати 8 км/соат равон шуд. Вақте ки вай 27 км роҳро тай карда буд, аз шаҳри В ба пешвози ӯ сайёҳи дигар ҳаракатро сар кард. Суръати ин сайёҳ

дар як соат ба $\frac{1}{20}$ ҳиссаи масофаи байни шаҳрҳои А ва В баробар мебошад. Онҳо баъди ҳамон қадар соат вохӯрданд, ки он бо суръати сайёҳи дуюм дар 1 соат баробар аст. Масофаи байни шаҳрҳои А ва В-ро ёбед.

1100. Заврақ дар 3,5 соат 20 км ба самти ҷараёни дарё ва 40 км ба муқобили ҷараёни дарё шино кард. Маротибаи дигар барои ба самти ҷараён 40 км ва ба муқобили ҷараён 20 км шино кардан 3 соату 15 дақиқа вақт сарф кард. Суръати заврақро дар оби ором ва суръати ҷараёни дарёро ёбед.

1101. Якчанд талаба 28 дафтарро байни худ баробар тақсим карданд. Агар миқдори талабаҳо 3-то кам мебуд, ба ҳар кадоми онҳо 3-тоӣ зиёд дафтар мерасид. Миқдори талабаҳо ро ёбед.

1102. Аҳмад ба хонаи Алӣ омада гуфт: «Фарқи рақами хонаи ман, ки адади дурақама аст ва адади батартиби баръакс навишташудаи он ба рақами хонаи ту баробар аст. Дар байни чунин ададҳо рақами хонаи ман калонтарин аст». Рақамҳои хонаҳои Аҳмад ва Алӣ ба чанд баробар мебошанд?

1103. Исбот кунед, ки агар $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ бошад, он гоҳ $a=b=c$ аст.

1104. Графики функсияи бо формулаи:

а) $y = \frac{1}{|x|}$; б) $y = -\frac{1}{\sqrt{x}}$; в) $y = x|x|$

додашударо созед.

1105. Графики функсияро созед:

а) $y = \sqrt{x^2 + x}$; б) $y = \sqrt{x^2} - x$;
в) $y = |x+1|$; г) $y = |x-1|$.

1106. Оё графики функсияи $y = \frac{2x+1}{x}$ хати ростӣ:

а) $x=0$; б) $y=0$; в) $x=2$; г) $y=2$

-ро мебурад?

1107. Графики функсияро созед:

а) $y = \frac{2x+1}{x}$; б) $y = \frac{2-x}{x}$;
в) $y = \frac{4}{x-2}$; г) $y = -\frac{2}{x+1}$.

1108. Исбот кунед, ки агар барои ададҳои a, b ва c $a+b \neq 0$, $b+c \neq 0$, $c+a \neq 0$ бошад, он гоҳ ҳангоми

$$x = \frac{a - b}{a + b}; \quad y = \frac{b - c}{b + c}; \quad z = \frac{c - a}{c + a}$$

будан, баробарии

$$(1+x)(1+y)(1+z)=(1-x)(1-y)(1-z)$$

чой дорад.

1109. 3 мурғ ва 2 мурғи марҷон якҷоя 22 кг, 2 мурғ ва 3 мурғи марҷон 23 кг вази доранд. Мурғ ва мурғи марҷон чанд килой вази доранд?

1110. Падар аз писараш 5 маротиба калон аст. Аз муддати 22-сола будани падар вақте гузаштааст, ки барои 22-сола шудани писар дучандаи он зарур аст. Ҳозир писар ва падар чандсолаанд?

ЧАВОБҲО

1048. 510 саҳифа. **1049.** 4% кам мешавад. **1052.** Баъд аз ду соат. **1053.** 41. **1054.** а) -6; б) $2 \pm \sqrt{3}$; в) 0,5; 2; $\frac{-11 \pm \sqrt{105}}{4}$. **1055.** (2;9). **1057.** Якумаш 28 детал, дуюмаш 20 детал. **1058.** 37 ва 48. **1059.** 34452, 34056, 34956. **1060.** 6 сония. **1066.** а) 0,8; 2; б) -1; $\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{7}$; 1,6; г) -1; 3. **1067.** а) -1; 2; б) ҳамаи ададҳои аз 2 калон набуда. **1068.** а) -4; 4; б) $1 - \sqrt{2}$; 1; $1 + \sqrt{2}$; в) $2 - \sqrt{12}$; 2; $2 + \sqrt{12}$; г) $1 - \sqrt{3}$. **1069.** *m*. **1070.** 300 кг. **1072.** Дуюмаш калон. **1074.** *a*-адади дилҳо, $b=c=0$ ва $a=-1$, $b=-1$, $c=1$. **1075.** $(a^2 + b^2 - ac - bd)$. **1076.** $4 - \sqrt{15}$ ё $-4 - \sqrt{15}$. **1077.** 75,6 км/соат ва 147 м. **1078.** (3;2); (-3;2) (3;-2); (-3;-2); **1079.** (35;34); (13;10). **1083.** 2. **1085.** Аз $\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$ бармеояд $\left|2 - \frac{5}{2}\right| = 3 - \frac{5}{2}$. **1086.** 2. **1090.** -5 ё 5. **1091.** -2. **1092.** 3. **1093.** 165 км. **1094.** 12 команда. **1095.** 22 нафар. **1096.** 7 нафар. **1097.** Дар 20 соат ва 30 соат. **1098.** 50 км/соат. **1101.** 7. **1102.** 91 ва 72. **1109.** 4 ва 5 килоғ. **1110.** 6 сола ва 30 сола.

МАЪЛУМОТИ НАЗАРИЯВИ АЗ КУРСИ АЛГЕБРАИ СИНФИ VII

Ифодаҳо ва табдилдиҳии онҳо

1. Дараҷаи адади a -и нишондиҳандааш натуралии n , ки аз 1 калон аст, ҳосили зарби n -то зарбшавандаҳои ҳар кадомаш ба a баробар мебошад:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ маротиба}}$$

Дараҷаи адади a -и нишондиҳандааш 1 ба ҳуди адади a баробар аст:

$$a^1 = a.$$

Дараҷаи адади нобаробари нули a -и нишондиҳандааш 0 ба 1 баробар мебошад:

$$a^0 = 1.$$

2. Ҳосиятҳои дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралий:

а) ҳангоми зарби дараҷаҳои асосашон якхела асосро бетағйир монда, нишондиҳандаҳоро ҳамчун менамоянд:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

б) ҳангоми тақсими дараҷаҳои асосашон якхела асосро бетағйир монда, аз нишондиҳандаи дараҷаи тақсимшаванда, нишондиҳандаи дараҷаи тақсимкунандаро тарҳ менамоянд:

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

в) ҳангоми ба дараҷа бардоштани дараҷа асосро бетағйир монда, нишондиҳандаҳоро зарб менамоянд:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

г) ҳангоми ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб ҳар як зарбшавандаро ба ин дараҷа бардошта, натиҷаҳоро зарб менамоянд:

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

3. Якаъзоғӣ гуфта, ҳосили зарби ададҳо, тағйирёбандаҳо ва дараҷаи онҳо, инчунин ҳуди ададҳо, тағйирёбандаҳо ва дараҷаҳои онҳоро меноманд. Масалан, $5ax$, $-4a^2c^5$, 7 , x^2 ва $2y^4$ якаъзоғӣ мебошанд.

Суммаи нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тағйирёбандаҳои дар якаъзоғӣ бударо дараҷаи якаъзоғӣ меноманд. Масалан, дараҷаи якаъзоғии $7x^2y^3$ ба 5 ва дараҷаи якаъзоғии $-0,4av^2c$ ба 4 баробар

аст. Агар якаъзоғӣ тағйирёбанда надошта бошад, яъне адад бошад, дараҷааш нул ҳисобида мешавад.

Намуди якаъзоғӣ *стандартӣ* аст, агар вай дар шакли ҳосили зарби адади доимӣ ва дараҷаҳои гуногуни тағйирёбандаҳо тасвир карда шуда бошад. Масалан, якаъзоғии $3a^2(-4)av^2$ дорои намуди стандартӣ набуда, якаъзоғии айниятан ба он баробари $-12a^3v^2$, намуди стандартӣ дорад. Ҳар гуна якаъзоғиро ҳамеша ба намуди стандартӣ овардан мумкин аст.

4. Суммаи якаъзоғиҳоро бисёраъзоғӣ меноманд. Ҳар як якаъзоғии ин сумма аъзои бисёраъзоғӣ аст. Масалан, $2x^4-6x+1$, $4a^3v-2a^2v^2+3av+4$ бисёраъзоғианд. Якаъзоғӣ ҳамчун бисёраъзоғии якаъзодошта ҳисоб карда мешавад.

Бисёраъзоғӣ дорои намуди стандартӣ аст, агар ҳар як аъзои он намуди стандартӣ дошта бошад ва дар он аъзоҳои монанд набошанд.

Дараҷаи бисёраъзоғии намуди стандартӣ гуфта, дараҷаи аз ҳама калонеро, ки онро яке аз якаъзоғиҳои дар бисёраъзоғӣ буда дорад, меноманд. Масалан, дараҷаи бисёраъзоғии $6x^4y^2+7x^2y^6+xy+1$ ба дараҷаи якаъзоғии $7x^2y^6$, яъне ба 8 баробар аст.

Дараҷаи бисёраъзоғии дилхоҳ ба дараҷаи бисёраъзоғии намуди стандартии айниятан бо он якхела баробар мебошад.

5. Ҳангоми чамъи бисёраъзоғиҳо қоидаи кушодани қавсҳоро истифода менамоянд: агар пеш аз қавсҳо аломати чамъ истода бошад, аломати ҳар як чамъшавандаи дохили қавсҳоро нигоҳ дошта, қавсҳоро партофтан мумкин аст. Масалан:

$$(4xy+2z^2)+(xy-3z^2)=4xy+2z^2+xy-3z^2=5xy-z^2.$$

Ҳангоми тарҳи бисёраъзоғиҳо қоидаи кушодани қавсҳоро истифода менамоянд: агар пеш аз қавсҳо аломати «минус» истода бошад, аломати ҳар як чамъшавандаи дохили қавсҳоро ба муқобилаш иваз карда, қавсҳоро партофтан мумкин аст. Масалан,

$$(7a^2-6)-(3a^2-96)=7a^2-6-3a^2+96=4a^2+86.$$

Барои якаъзоғиро ба бисёраъзоғӣ зарб кардан, якаъзоғиро ба ҳар як аъзои бисёраъзоғӣ зарб карда, ҳосили зарбҳои пайдошударо чамъ кардан лозим аст. Масалан,

$$x^2(y^2-7xy-3)=x^2y^2-7x^3y-3x^2.$$

Барои бисёраъзогириро ба бисёраъзогӣ зарб кардан ҳар як аъзои як бисёраъзогириро ба ҳар як аъзои бисёраъзогии дигар зарб намуда, ҳосили зарбҳои ҳосилшударо ҳам кардан лозим аст. Масалан,

$$(7x+2)(2x-3)=14x^2+4x-21x-6=14x^2-17x-6.$$

6. Формулаҳои зарби мухтасар:

а) квадрати ҳамми ду ифода ба квадрати ифодаи якум, ҳамми ҳосили зарби дучандаи якуму дуҷум, ҳамми квадрати ифодаи дуҷум баробар аст:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$

б) квадрати фарқи ду ифода ба квадрати ифодаи якум, минус ҳосили зарби дучандаи ифодаҳои якуму дуҷум, ҳамми квадрати ифодаи дуҷум баробар аст:

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2;$$

в) ҳосили зарби фарқи ду ифода ва суммаи онҳо ба фарқи квадратҳои ҳамин ифодаҳо баробар аст:

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2;$$

г) ҳамми кубҳои ду ифода ба ҳосили зарби суммаи ин ифодаҳо ва квадрати нопурраи фарқи онҳо баробар аст:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

д) фарқи кубҳои ду ифода ба ҳосили зарби фарқи ин ифодаҳо ва квадрати нопурраи ҳамми онҳо баробар аст:

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2).$$

7. Дар намуди ҳосили зарби бисёраъзогиҳо навиштани бисёраъзогириро ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани бисёраъзогӣ меноманд.

Барои ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани бисёраъзогиҳо чунин тарзҳои истифода мебаранд: аз қавсҳо баровардани зарбкунандаи умумӣ, гуруҳбандии ҳамшавандаҳо, истифода кардани формулаҳои зарби мухтасар. Масалан, бисёраъзогии $10x^3-x^2y$ -ро ба воситаи аз қавс баровардани $5x^2$ ба зарбкунандаҳо ҷудо кардан мумкин аст: $10x^3-5x^2y=5x^2(2x-y)$. Бисёраъзогии $ax-ay-2x+2y$ -ро бо истифодаи тарзи гуруҳбандии ҳамшавандаҳо ба зарбкунандаҳо ҷудо карда метавонем: $ax-ay-2x+2y=(ax-ay)-(2x-2y)=a(x-y)-2(x-y)=(a-2)(x-y)$.

Бисёраъзогии a^4-36b^2 -ро ба воситаи истифода кардани формулаи фарқи квадратҳои ду ифода ба зарбкунандаҳо ҷудо кардан мумкин аст:

$$a^4-36b^2=(a^2)^2-(6b)^2=(a^2-6b)(a^2+6b).$$

Баъзан бисёраъзогиرو бо истифодаи якчанд тарзҳо ба зарбкунандаҳо чудо кардан рост меояд. Ин тарзро тарзи омехта меноманд. Масалан, аввал тарзи гурӯҳбандии ҷамъшавандаҳо, баъд формулаи зарби мухтасарро барои фарқи ду ифода истифода карда, бисёраъзогии x^3+x^2-4x-4 -ро ба зарбкунандаҳо чудо мекунем:

$$\begin{aligned}x^3+x^2-4x-4 &= x^2(x+1)-4(x+1)=(x^2-4)(x+1)=(x+1)(x^2-2^2)= \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)=(x-2)(x+1)(x+2).\end{aligned}$$

Айниятҳо ва муодилаҳо

8. Баробарие, ки барои ҳамаи қиматҳои равои (имконпазири) тағйирёбанда дуруст аст, айният номида мешавад. Масалан, баробариҳои $3a-5b=-(5b-3a)$ ва $x^2-2x-35=(x-7)(x+5)$ айниятанд, вале баробарии $(y-4)(y-8)=y^2+32$ айният нест, чунки ҳангоми $y=1$ будан, қимати қисми чапи он ба $(1-4)(1-7)=(-3) \cdot (-7)=21$ ва қимати қисми ростии он ба $1+32=33$ баробар аст.

Баробариҳои ададии дуруст низ айният ҳисоб карда мешаванд. Масалан, баробарии $2 \cdot 6=36 : 3$ айният мебошад.

Барои исботи он ки баробарии додашуда айният аст, қисми чапи баробариро ба қисми росташ ё қисми ростии баробариро ба қисми чапаш табдил додан лозим аст, ё ки ба ҳамаи он як ифода айниятан баробар будани қисмҳои чапу ростии баробариро нишон додан даркор аст.

9. Баробарие, ки дорои номаълум аст, муодила номида мешавад. Масалан, баробариҳои $2x+3=5-7x$, $x^2-2x=0$, $x^2-y^2=x+y$, ки дар онҳо қимати тағйирёбандаҳо x ва y номаълуманд, муодила мебошанд. Ду муодилаи аввала дорои як тағйирёбанда буда, сеюмин ду тағйирёбанда дорад.

Решаи муодилаи дорои як тағйирёбанда гуфта, чунин қимати тағйирёбандаро меноманд, ки барояш муодила ба баробарии дуруст мубаддал мегардад. Масалан, адади 7 решаи муодила $2x+1=5x-20$ аст, чунки $2 \cdot 7+1=5 \cdot 7-20$ баробарии дуруст мебошад.

Ҳал кардани муодила ин ёфтани ҳамаи решаҳо ё исботи вучуд надоштани решаҳои муодила мебошад.

10. Муодилаҳое, ки решаҳои якхела доранд, муодилаҳои баробарқувва номида мешаванд. Масалан, муодилаҳои

$2x+1=5x-20$ ва $2x=14$ баробарқувваанд, чунки адади 7 барои ҳардуи муодилаҳо реша аст. Муодилаҳои реша надоштаро низ муодилаҳои баробарқувва меноманд. Масалан, муодилаҳои $0 \cdot x=1$ ва $x^2+1=0$, ки реша надоранд, баробарқувваанд.

Ҳангоми ҳалли муодилаҳои дорои як тағйирёбанда хосиятҳои зеринро истифода менамоянд:

-- агар дар муодила чамъшавандаро аз як қисм ба қисми дигар бо аломати муқобил гузаронем, он гоҳ муодилаи ба муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешавад;

-- агар ҳар ду қисми муодиларо ба ҳамон як адади аз нул фарқунанда зарб ё тақсим кунем, он гоҳ муодилаи ба муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешавад.

11. Муодилаи намуди $ax=b$ -ро, ки дар ин ҷо x тағйирёбанда буда, a ва b ададҳои, муодилаи хаттии дорои як тағйирёбанда меноманд.

Агар $a \neq 0$ бошад, он гоҳ муодилаи $ax=b$ дорои як решаи $\frac{b}{a}$ аст. Масалан, муодилаи $5x=2$ решаи $\frac{2}{5}$ -ро дорад.

Агар $a=0$ ва $b \neq 0$ бошад, он гоҳ муодилаи $ax=b$ реша надорад. Масалан, муодилаи $0 \cdot x=7$ реша надорад.

Агар $a=0$ ва $b=0$ бошад, он гоҳ ҳар гуна адад решаи муодилаи $ax=b$ аст. Дар ин маврид мегӯянд, ки миқдори решаҳои муодила бешумор мебошад.

12. Муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда гуфта, муодилаи намуди $ax+by=c$ -ро меноманд, ки дар ин ҷо x ва y тағйирёбандаҳо буда, a , b ва c ададҳои.

13. Ҳалли муодилаи дорои ду тағйирёбанда гуфта, ҷуфти қиматҳои тағйирёбандаҳоро меноманд, ки онҳо муодиларо ба баробарии дуруст табдил медиҳанд. Масалан, ҷуфти ададҳои $x=-2$ ва $y=3$ ҳалли муодилаи $4x+3y=1$ мебошанд.

Муодилаҳои дутағйирёбандадор, ки ҳалҳои яхела доранд, баробарқувва номида мешаванд. Муодилаҳои, ки ҳал надоранд, низ баробарқувва ҳисоб карда мешаванд.

Дар муодилаи дорои ду тағйирёбанда чамъшавандаҳоро бо аломати муқобил аз як қисм ба қисми дигар гузаронидан ва

инчунин ҳар ду қисмро ба ҳамон як адади аз нул фарқкунанда зарб ё тақсим намудан мумкин аст. Дар чунин мавридҳо муодилаҳои ба муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешаванд.

14. Графики муодилаи дорои ду тағйирёбанда гуфта, маҷмуи нуқтаҳои ҳамвори координатавино меноманд, ки координатаҳои ҳалли муодилаи додашуда мебошанд.

Графики муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда, ки дар он ақаллан яке аз коэффитсиентҳои назди тағйирёбандаҳо нобаробари нул аст, хати рост мебошад.

15. Ҳалли системаи муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда гуфта, ҷуфти қимати тағйирёбандаҳо меноманд, ки он ҳар як муодилаи системаро ба баробарии дуруст табдил медиҳад. Масалан, ҷуфти ададҳои $x=5$, $y=-2$ ҳалли системаи

$$\begin{cases} 2x - y = 12, \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

мебошад, чунки ҳар яке аз баробариҳои $2 \cdot 5 - (-2) = 12$ ва $5 + 2 \cdot (-2) = 1$ баробарии дуруст аст.

Ҳал кардани системаи муодилаҳо ин ёфтани ҳамаи ҳалҳо ё исботи вучуд надоштани ҳалҳои система мебошад.

Системаи муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда, ки ҳалҳои яхела доранд, баробарқувва номида мешаванд. Системаҳои ҳалнадошта низ баробарқувва мебошанд.

16. Барои ҳал кардани системаи муодилаҳои хаттии дорои ду тағйирёбанда аз тарзи гузориш, тарзи ҷамъкунии алгебравӣ ва тарзи графикӣ истифода мебаранд.

Функсияҳо

17. Вобастагии функционалӣ ё функсия, ин чунин вобастагии байни ду тағйирёбанда аст, ки дар он ба ҳар як қимати тағйирёбандаи новобаста, қимати ягонаи тағйирёбандаи вобаста, мувофиқ меояд. Масалан, вобастагии $y=3x-4$, $y=2x^2+1$ функсия мебошанд.

Тағйирёбандаи новобаста x -ро ба таври дигар *аргумент*, вале тағйирёбандаи вобаста y -ро бошад, *функсия* аз ҳамин аргумент меноманд. Ҳамаи он қиматҳои, ки тағйирёбандаи новобаста қабул мекунад, соҳаи муайяни функсияро ташкил мекунад.

18. Графики функция гуфта, маҷмуи нуқтаҳоеро меноманд, ки абсиссаашон ба қиматҳои аргумент баробар буда, ординатаашон ба қиматҳои мувофиқи функция баробаранд.

19. Функцияе, ки бо формулаи намудаи $y=kx+v$ дода мешавад, ки дар ин ҷо x тағйирёбандаи новобаста, k ва v ададҳоанд, *функцияи хаттӣ* номида мешавад.

Графики функцияи хаттӣ $y=kx+v$ хати рост аст. Адади k - коэффитсиенти кунҷии хати ростест, ки он андозаи кунҷи байни графики функцияи $y=kx+v$ -ро бо тири абсисса муайян менамояд: агар $k \neq 0$ бошад, он гоҳ графики функция тири абсиссаро мебурад; агар $k=0$ ва $v \neq 0$ бошад, он гоҳ хати рост - графики функцияи $y=kx+v$ бо тири Ox параллел аст; агар $k=0$ ва $v=0$ бошад, он гоҳ графики функция бо тири Ox ҳамчоя мешавад.

Графикҳои ду функцияи хаттӣ ҳамдигарро мебуранд, агар коэффитсиентҳои кунҷии онҳо гуногун бошанд, онҳо параллеланд, агар коэффитсиентҳои кунҷиашон якхела бошанд.

Функцияи хаттиеро, ки бо формулаи $y=kx$ дода мешавад, ҳангоми $k \neq 0$ будан, мутаносибии роста меноманд.

Графики мутаносибии роста, хати ростест, ки аз ибтидои координата мегузарад. Ҳангоми $k>0$ будан, график дар чорякҳои якум ва сеюми координатавӣ ва ҳангоми $k<0$ будан, график дар чорякҳои дуюм ва чоруми координатавӣ ҷойгир аст.

20. Графики функцияи $y=x^2$ парабола мебошад. Графики мазкур аз ибтидои координата мегузарад ва дар чорякҳои якуму дуюм ҷойгир аст. Вай нисбат ба тири Oy симметрӣ мебошад.

21. Графики функцияи $y=x^3$ аз ибтидои координата мегузарад ва дар чорякҳои якуму сеюми координатавӣ ҷойгир аст. Вай нисбат ба ибтидои координата симметрӣ мебошад.

Ҳисоббарориҳои тақрибӣ

22. Қимати мутлақи фарқи қиматҳои аниқ (саҳеҳ) ва тақрибӣ саҳви мутлақи қимати тақрибии адад номида мешавад.

Агар саҳви мутлақи қимати тақрибӣ аз адади h калон набошад, он гоҳ он қимати тақрибии бо саҳеҳии то h номида мешавад.

Нисбати саҳви мутлақ бар қимати мутлақи қимати тақрибӣ, саҳви нисбии қимати тақрибӣ номида мешавад.

МУНДАРИЧА

Сарсухан.....3

Боби I

Касрҳои ратсионалӣ

§1. Касри ратсионалӣ. Соҳаи муайяни ва хосиятҳои он5

1. Ифода ва қиматҳои он5

2. Ифодаҳои бутун ва ратсионалӣ10

3. Соҳаи муайяни касри ратсионалӣ.....14

4. Хосияти асосии каср. Ихтисори касрҳо.....18

§2. Сумма ва фарқи касрҳо.....25

5. Ҷамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон якхела25

6. Ҷамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон ҳархела.....30

§3. Зарб ва тақсими касрҳо.....36

7. Зарби касрҳо. Амали ба дараҷа бардоштани каср.....36

8. Тақсими касрҳо42

9. Табдилдиҳии айнияти ифодаҳои ратсионалӣ47

10. Функсияи $y = \frac{k}{x}$. Хосиятҳо ва графики он.....57

Маълумоти таърихӣ.....63

Машқҳои иловагӣ ба боби I.....65

Ҷавобҳо.....73

Боби II

Решаҳои квадратӣ

§4. Ададҳои ҳақиқӣ.....83

11. Бо касри даврӣ ифода шудани адади ратсионалӣ.....83

12. Адади ирратсионалӣ.....88

§5. Решаи квадратии адади мусбат.....	93
13. Мафхуми решаи квадратӣ.....	93
14. Решаи квадратии арифметикӣ	96
15. Муодилаи $x^2=a$ ва айнияти $\sqrt{a^2} = a $	100
16. Ёфтани қимати тақрибии решаи квадратӣ	105
17. Функцияи $y = \sqrt{x}$. Хосиятҳо ва графики он.....	108
§6. Хосиятҳои решаи квадратии арифметикӣ.....	112
18. Решаи квадратӣ аз ҳосили зарб	112
19. Решаи квадратӣ аз каср.....	115
20. Решаи квадратӣ аз дараҷа.....	119
§7. Табдилдиҳии ифодаи дорон решаи квадратӣ.....	122
21. Аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда.....	122
22. Ба таҳти аломати реша даровардани зарбкунанда.....	126
23. Аз ирратсионалӣ озод кардани сурат ё махраҷи каср.....	128
24. Табдилдиҳии айниятии ифодаҳои ирратсионалӣ.....	132
Маълумоти таърихӣ.....	136
Машқҳои иловагӣ ба боби II	139
Ҷавобҳо	148

Боби III

Муодилаи квадратӣ

§ 8. Муодилаҳои квадратӣ ва решаҳои онҳо.....	154
25. Таърифи муодилаи квадратӣ.....	154
26. Муодилаи квадратии нопурра.....	157
27. Ёфтани ҳалли муодилаи квадратӣ бо тарзи чудо кардани квадрати пурра.....	162

§ 9. Формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ.....	166
28. Ҳалли муодилаи квадратӣ аз рӯи формула.....	166
29. Ҳалли масъалаҳои матнӣ бо ёрии муодилаҳои квадратӣ ...	173
30. Муодилаи квадратии ислоҳшуда. Теоремаи Виет.....	176

§ 10 Муодилаҳои ратсионалии касрӣ.....	183
31. Ҳалли муодилаҳои ратсионалии касрӣ.....	183
32. Ҳалли масъалаҳои матнӣ бо ёрии муодилаҳои ратсионалӣ	188
33. Тарзи графикалии ҳалли муодилаҳо.....	194

Маълумоти таърихӣ.....	196
Машқҳои иловагӣ ба боби III.....	199
Ҷавобҳо.....	206

Боби IV

Нобаробариҳо

§ 11. Нобаробариҳои ададӣ ва ҳосиятҳои онҳо.....	212
34. Муқоисаи ададҳо. Нобаробариҳои ададӣ.....	212
35. Ҳосиятҳои нобаробариҳои ададӣ.....	217
36. Ҷамъ ва зарби нобаробариҳои ададӣ.....	222

§ 12. Нобаробариҳои хаттии яктағйирёбандадор.....	227
37. Фосила ва порчаи ададӣ.....	227
38. Ҳалли нобаробариҳои хаттӣ.....	233
39. Ҳалли системаи нобаробариҳои хаттии яктағйирёбандадор.....	241
40. Ҳалли нобаробариҳои касран хаттӣ.....	249
41. Ҳалли нобаробариҳои дорои қимати мутлақ.....	252

Маълумоти таърихӣ.....	255
Машқҳои иловагӣ ба боби IV.....	256
Ҷавобҳо.....	262

Боби V

Дарачаи нишондиҳандааш бутун

§ 13. Дарачаи нишондиҳандааш бутун ва хосиятҳои он.....	269
42. Таърифи дарачаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ	269
43. Хосиятҳои дарачаи нишондиҳандааш бутун.....	273
44. Намуди стандартии адад.....	279

§ 14. Ҳисоббарориҳои тақрибӣ.....

45. Тарзи навишти қиматҳои тақрибӣ.....	282
46. Қамъ ва тарҳи қиматҳои тақрибӣ.....	286
47. Зарб ва тақсими қиматҳои тақрибӣ.....	288

Маълумоти таърихӣ.....292

Машқҳои иловагӣ ба боби V.....295

Ҷавобҳо.....299

Масъалаҳои ҳаллашон нисбатан мураккаб.....301

Ҷавобҳо.....308

Маълумоти назариявӣ аз курси алгебраи синфи VII.....309

Боймурод АЛИЕВ

АЛГЕБРА

Китоби дарси барои синфи 8

Нашри дуюм

Мухаррир *М. БОЗОРОВА*

Мусахҳах *М. АЛИЕВА*

Мухаррири ороиш *И. ҒАНИЕВ*

Дизайн ва ороиши *В. КАЗБЕРОВИЧ*

Ба матбаа 8.04.2013 сол супорида шуд. Ба чопаш 3.05.2013 сол имзо шуд.
Формати 60x90 $\frac{1}{16}$. Коғазӣ офсет. Чопӣ офсет. Чузӣ чопӣ шартӣ 20.
Адади нашр 27000 нуска. Супориши № 3.

Муассисаи нашриявӣ «Маориф ва фарҳанг»-и Вазорати маорифи
Ҷумҳурии Тоҷикистон. Душанбе, кӯчаи Неъмат Қарабоев, 17.

Дар ҶДММ «Собириён» чоп шудааст.
ш. Душанбе, кӯчаи С. Айни, 126; e-mail: sobiriyon@yandex.ru